

04正弦、余弦、正切型三角函数的图像性质

1. 正弦型、余弦型、正切型三角函数的基础性质

1. 正弦型三角函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$

- (1) 定义域：_____ .
- (2) 值域：_____ .
- (3) 最小正周期：_____ .
- (4) 对称性：对称轴_____；
对称中心_____

2. 余弦型三角函数 $y = A \cos(\omega x + \varphi)$

- (1) 定义域：_____ .
- (2) 值域：_____ .
- (3) 最小正周期：_____ .
- (4) 对称性：对称轴_____；
对称中心_____

3. 正切型三角函数 $y = A \tan(\omega x + \varphi)$

- (1) 定义域：_____ .
- (2) 值域：_____ .
- (3) 最小正周期：_____ .
- (4) 对称性：对称中心_____

正切型函数的定义域

- 1. 函数 $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的定义域为 _____ .
- 2. 函数 $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的定义域为 _____ .

最小正周期

- 3. 函数 $f(x) = 2 \sin\left(\pi x - \frac{1}{2}\right)$ 的最小正周期为 _____ .
- 4. 函数 $f(x) = 2 \cos\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) - 1$ 的最小正周期为 _____ .
- 5. 函数 $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$, $x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}$ ($k \in \mathbf{Z}$) 的最小正周期为 _____ .

6. 在函数① $y = \cos |2x|$, ② $y = |\cos x|$, ③ $y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$, ④ $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ 中, 最小正周期为 π 的所有函数为 () .
- A. ①②③ B. ①③④ C. ②④ D. ①③

函数的最值/值域

7. 已知函数 $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 1$, 则 () .
- A. $f(x)$ 是偶函数, 最大值为 1 B. $f(x)$ 是偶函数, 最大值为 2
- C. $f(x)$ 是奇函数, 最大值为 1 D. $f(x)$ 是奇函数, 最大值为 2
8. 已知函数 $f(x) = 3\sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$.
求 $f(x)$ 的最值及对应的 x 的值 .
9. 已知函数 $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$, 若 $x \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$, 则函数的值域为 _____ .

函数的奇偶性

10. 下列函数中周期为 π 且为偶函数的是 () .
- A. $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$ B. $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$ C. $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ D. $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$
11. 设 $\varphi \in \mathbf{R}$, 则“ $\varphi = 0$ ”是“ $f(x) = \cos(x + \varphi)$ ($x \in \mathbf{R}$) 为偶函数”的 () .
- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
- C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

求解对称轴/对称中心

12. 将函数 $f(x) = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位, 再把所有的点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍 (纵坐标不变) , 得到函数 $y = g(x)$ 的图象, 则 $y = g(x)$ 的图象的一个对称中心为 () .
- A. $\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$ B. $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$ C. $\left(\frac{\pi}{3}, -1\right)$ D. $\left(\frac{\pi}{12}, -1\right)$
13. 若将函数 $f(x) = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位, 再把所得图象上的点的横坐标扩大到原来的 2 倍, 得到函数 $g(x)$ 的图象, 则函数 $g(x)$ 图象的一条对称轴为 () .
- A. $x = \frac{5\pi}{6}$ B. $x = \frac{5\pi}{24}$ C. $x = \frac{5\pi}{12}$ D. $x = \frac{7\pi}{24}$
14. 函数 $f(x) = 4\sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$) 的最小正周期是 3π , 则其图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到的函数的一条对称轴是 () .
- A. $x = \frac{\pi}{4}$ B. $x = \frac{\pi}{3}$ C. $x = \frac{5\pi}{6}$ D. $x = \frac{19\pi}{12}$
15. 将函数 $y = 2\cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) + 1$ 图象上各点的横坐标伸长到原来的 2 倍, 再向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 纵坐标不变, 所得函数图象的一条对称轴的方程是 () .
- A. $x = \frac{\pi}{12}$ B. $x = -\frac{\pi}{6}$ C. $x = -\frac{\pi}{3}$ D. $x = -\frac{\pi}{12}$

|| 豪厘不伐 将用斧柯

16. 函数 $y = \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + 1$ 的图象的一个对称中心的坐标是 _____ .

🔔 判断函数对称性

17. 在下列结论中：

- ① 函数 $y = \sin(k\pi - x) (k \in \mathbf{Z})$ 为奇函数；
- ② 函数 $\tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$ 对称；
- ③ 函数 $y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象的一条对称轴为 $x = -\frac{2}{3}\pi$ ；
- ④ 若 $\tan(\pi - x) = 2$ ，则 $\sin^2 x = \frac{1}{5}$.

其中正确的结论是 () .

- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①③④

18. 对于函数 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象，

- ① 关于直线 $x = -\frac{\pi}{12}$ 对称；
- ② 关于点 $\left(\frac{5\pi}{12}, 0\right)$ 对称；
- ③ 可看作是把 $y = \sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度而得到；
- ④ 可看作是把 $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象上所有点的纵坐标不变，横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍而得到 .

以上叙述正确的个数是 () .

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

🔔 根据对称轴/对称中心求解参数值

19. 已知函数 $f(x) = 3 \sin(2x + \varphi)$ ，直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 是曲线 $y = f(x)$ 的一条对称轴，则 $\tan \varphi$ 的值为 _____ .

|| 精进不休 日新月异

20. 已知函数 $f(x) = 3 \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{6}\right) (\omega > 0)$ 与 $g(x) = 2 \cos(2x + \varphi)$ 的图象对称轴完全相同，则函数 $g(x)$ 的对称中心可能为 () .

- A. $\left(-\frac{\pi}{12}, 0\right)$ B. $\left(\frac{7\pi}{12}, 0\right)$ C. $\left(\frac{\pi}{6}, 0\right)$ D. $\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$