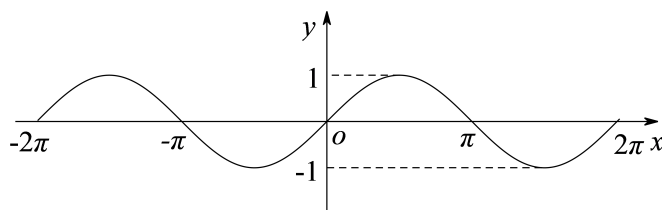


03标准三角函数图像及图像变换练习题

1. 默写

正弦函数的图象与性质

(1) 图象：



(2) 定义域：_____

(3) 值域：_____

(4) 单调性：_____

(5) 奇偶性：_____

(6) 最小正周期：_____

(7) 对称性：对称轴_____；对称中心_____。

【备注】【答案】

(2) 定义域： $\mathbf{R}$ 。

(3) 值域： $[-1, 1]$ 。

(4) 单调性： $x \in [-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi]$ ($k \in \mathbf{Z}$) 为增函数； $x \in [\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi]$ ($k \in \mathbf{Z}$) 为减函数。

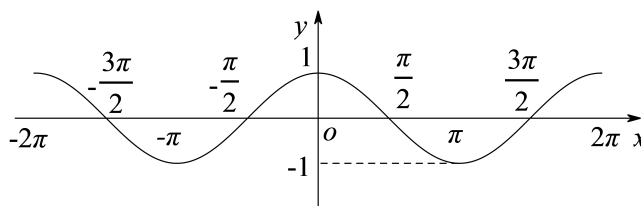
(5) 奇偶性：奇函数。

(6) 最小正周期： 2π 。

(7) 对称性：对称轴 $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$ ；对称中心 $(k\pi, 0), k \in \mathbf{Z}$ 。

余弦函数的图象与性质

(1) 图象



(2) 定义域：_____

(3) 值域：_____

(4) 单调性: _____

(5) 奇偶性: _____

(6) 最小正周期: _____

(7) 对称性: 对称轴 _____; 对称中心 _____.

【备注】【答案】

(2) 定义域: $\mathbf{R}$.

(3) 值域: $[-1, 1]$.

(4) 单调性: $x \in [-\pi + 2k\pi, 2k\pi] (k \in \mathbf{Z})$ 为增函数; $x \in [2k\pi, \pi + 2k\pi] (k \in \mathbf{Z})$ 减函数.

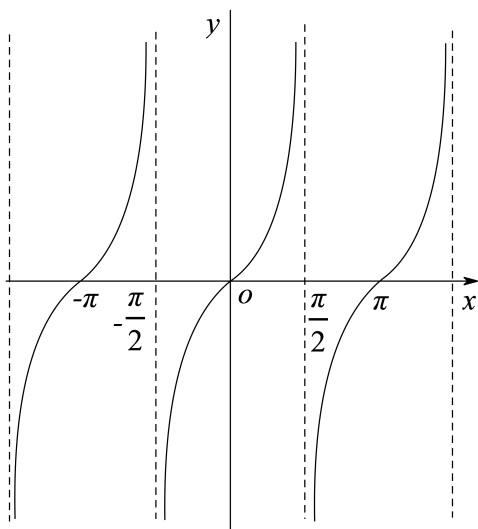
(5) 奇偶性: 偶函数.

(6) 最小正周期: 2π .

(7) 对称性: 对称轴 $x = k\pi, k \in \mathbf{Z}$; 对称中心 $(\frac{\pi}{2} + k\pi, 0), k \in \mathbf{Z}$.

正切函数的图象与性质

(1) 图象:



(2) 定义域: _____

(3) 值域: _____

(4) 单调性: _____

(5) 奇偶性: _____

(6) 最小正周期: _____

(7) 对称性: 对称中心 _____.

【备注】 (2) 定义域: $\{x | x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$.

(3) 值域: $\mathbf{R}$.

(4) 单调性: 在 $(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi) (k \in \mathbf{Z})$ 增函数.

(5) 奇偶性：奇函数 .

(6) 最小正周期： π .

(7) 对称性：对称中心 $(\frac{k\pi}{2}, 0), k \in \mathbf{Z}$.

2. 图像变换

题型1

1. 2018~2019学年天津和平区高一上学期期末第3题 ★★

将函数 $y = \sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，所得图象的函数解析式为 () .

- A. $y = \sin(2x + \frac{\pi}{6})$ B. $y = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ C. $y = \sin(2x - \frac{\pi}{6})$ D. $y = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$

【答案】 B

【解析】 将函数 $y = \sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，
所得图象的函数解析式为 $y = \sin 2(x + \frac{\pi}{6}) = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$.

【标注】 【知识点】 正余弦型、正切型函数图象变换

2. 2020~2021学年天津滨海新区高一上学期期末第5题5分 ★

把函数 $f(x) = \sin 4x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度，得到的图象所对应的函数 $g(x)$ 的解析式是 () .

- A. $g(x) = \sin(4x - \frac{\pi}{12})$ B. $g(x) = \sin(4x - \frac{\pi}{3})$
C. $g(x) = \sin(4x + \frac{\pi}{12})$ D. $g(x) = \sin(4x + \frac{\pi}{3})$

【答案】 B

【解析】 $f(x) = \sin 4x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度，
得 $g(x) = \sin[4(x - \frac{\pi}{12})]$ ，即 $g(x) = \sin(4x - \frac{\pi}{3})$ ，
故选 B .

【标注】 【知识点】 正余弦型、正切型函数图象变换

3. 2019~2020学年天津和平区天津市耀华中学高一上学期期末第2题5分 ★★★

把函数 $y = \cos x$ 的图象上的所有点的横坐标缩小到原来的一半（纵坐标不变），然后把图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位，则所得图象对应的函数解析式为 () .

- A. $y = \cos(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{4})$ B. $y = \cos(2x + \frac{\pi}{4})$
C. D. $y = \cos(2x + \frac{\pi}{2})$

$$y = \cos\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{8}\right)$$

【答案】 D

【解析】 函数 $y = \cos x$ 的图象上的所有点的横坐标缩小到原来的一半（纵坐标不变），

得到 $y = \cos 2x$ ，

把图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位，

得到 $y = \cos\left[2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right] = \cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$ 。

故选 D。

【标注】 【知识点】 正余弦型、正切型函数图象变换

4. 2020~2021学年天津和平区天津市耀华中学高一上学期期末第11题4分 ★★

把函数 $y = \cos x$ 的图象上所有点向右平行移动 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，再把所得图象上所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍（纵坐标不变），得到的图象所表示的函数是（ ）。

A. $y = \cos\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6}\right)$

B. $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$

C. $y = \cos\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{3}\right)$

D. $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

【答案】 B

【解析】 由 $y = \cos x$ 的图象向右平行移动 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到 $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ ，

再把所得图象上所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍得到 $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ 。

故选 B。

【标注】 【知识点】 正余弦型、正切型函数图象变换

题型2

5. 2019~2020学年天津红桥区高一上学期期末第8题4分 ★

要得到函数 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的图象，只需将函数 $y = \sin 2x$ 的图象（ ）。

A. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位

B. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位

C. 向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位

D. 向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位

【答案】 C

【解析】 $y = \sin 2x$ 向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位，

得到 $y = \sin\left[2\left(x + \frac{\pi}{8}\right)\right] = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ 。

故选 C.

【标注】【知识点】正余弦型、正切型函数图象变换

6. 2020~2021学年天津高一上学期期末(部分区)第6题4分 ★★

为了得到函数 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的图象, 只需把函数 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象上所有的点 ().

- A. 向左平行移动 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度
B. 向右平行移动 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度
C. 向左平行移动 $\frac{\pi}{24}$ 个单位长度
D. 向右平行移动 $\frac{\pi}{24}$ 个单位长度

【答案】 C

【解析】 $\because$ 函数 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left[2\left(x + \frac{\pi}{24}\right) + \frac{\pi}{6}\right]$,

故要得到函数 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ 图象,

只需将函数 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{24}$ 个单位长度即可.

故选 C.

【标注】【知识点】正余弦型、正切型函数图象变换

7. 2018~2019学年12月广东广州越秀区广州市第二中学高一上学期月考第6题5分 ★

为了得到函数 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象, 只需把函数 $y = \sin 2x$ 的图象上所有的点 ().

- A. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度
B. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度
C. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
D. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

【答案】 D

【解析】 因为 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left[2\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right]$,

所以将函数 $y = \sin 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度,

可以得到 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象.

故选: D.

【标注】【知识点】正余弦型、正切型函数图象变换

8. 2018~2019学年天津静海县高一上学期期末第6题4分 ★

要得到函数 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象, 只需将函数 $y = \sin 2x$ 的图象上所有点 ().

- A. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度
B. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度
C. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
D. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

【答案】 D

【解析】 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin 2\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$,

故要得到 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象 , 只需将函数 $y = \sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度 ,

故选 : D .

【标注】【知识点】正余弦型、正切型函数图象变换