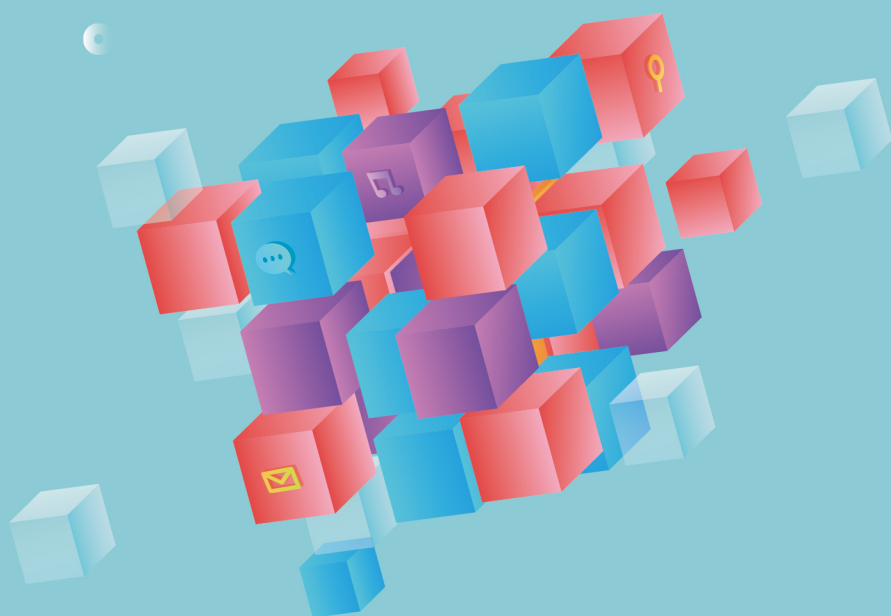


知识魔方

i 数学



总 主 编：马建明

本模块主编：闫聪聪

教 研 团 队：闫聪聪 蔡磊

吕金琳

封面设计：刘雅迪

前言

学而思一对一产品升级介绍

为进一步打造本地化产品，助力学生高考，学而思 1 对 1 产品团队打造了模块课系列产品，该产品旨在将高中阶段所有的知识点全部打散，再针对每一个学生的具体情况重新组合，制定个性化的学习方案，帮助学生进步。

随着模块课 1.0 版本的推进，无论是课程选择，还是内容学习上，学生有更多可以选择的空间，切实满足不同学生的个性化需求。本着“随需而变，才有未来”的精神，我们又推出了 2.0 版本《知识魔方·i 系列》，此系列涵盖《知识魔方·i 数学》、《知识魔方·i 物理》、《知识魔方·i 化学》、《知识魔方·i 生物》、《知识魔方·i 历史》多种学科，结合学科共性，统一产品逻辑，与此同时，兼顾到学科特色，创新学习形式，激发学生学习兴趣，做学习的主人。

本产品在设计上有三个突出的**特点**：

- (1) 模块产品，私人订制效果棒
- (2) 本地优化，海量资源覆盖广
- (3) 知识解构，新旧旧识尽入囊



扫描二维码，关注公众号，获取更多学习资料

高中数学课程产品设计

考点分析：以大数据方式分析考试重点难点，紧扣考试热点，让同学们的复习更具针对性。

知识导图：梳理知识结构，帮助同学们形成网络状的知识图谱，更有助于对知识点的理解记忆。

典型例题：分析考试情况，精选最新的考题，让同学们清楚每一个知识点的考法。

巩固练习：匹配同类型题目，讲练结合，锻炼提升解题能力。

本模块介绍

1、考试要点

本模块是高考考查要点，每年都会考查，小题通常会在选择第七或第八题，主要考查双曲线和抛物线的几何性质和方程计算，大题通常会在第十八题或十九题位置，主要考查椭圆的性质的灵活运用以及直线和椭圆的位置关系衍变的题型，计算量比较大。

2、课程内容

本模块主要是圆锥曲线在选填中的考查，包括直线与圆，椭圆，双曲线，抛物线及它们的综合运用，我们针对常考的题型进行分类，针对性讲解在具体问题中的具体解题方法技巧。这一部分需要良好的计算能力和灵活的解题思维，希望同学们耐心细心，认真完成这一部分的学习。

目 录

第 1 讲 直线与圆..... 01

第 2 讲 圆锥曲线的方程与基本量.....05

第 3 讲 圆锥曲线的性质综合.....09



我们一起开始学习吧 o (*^_^*) o



第 1 讲

直线与圆





斜率与倾斜角

- 1 已知直线 l 的倾斜角是直线 $y = x + 1$ 的倾斜角的 2 倍, 且过定点 $P(3, 3)$, 则直线 l 的方程为 _____.
- 2 点 $A(2, -3)$, $B(-3, -2)$, 直线 l 过 $P(1, 1)$ 且与线段 AB 相交, 则 l 的斜率 k 的取值范围是 ().
- A. $\left\{k \mid k \geq \frac{3}{4} \text{ 或 } k \leq -4\right\}$ B. $\left\{k \mid -4 \leq k \leq \frac{3}{4}\right\}$
 C. $\left\{k \mid -\frac{3}{4} \leq k \leq 4\right\}$ D. 以上都不对



直线的方程

- 3 不论 m 为何实数, 直线 $l: (m-1)x + (2m-3)y + m = 0$ 恒过定点 ().
- A. $(-3, -1)$ B. $(-2, -1)$ C. $(-3, 1)$ D. $(-2, 1)$
- 4 已知直线 $l_1: (3+m)x + 4y = 5 - 3m$ 与直线 $l_2: 2x + (5+m)y = 8$ 平行, 则实数 m 的值为 ().
- A. -7 B. -1 C. -1 或 -7 D. $\frac{13}{3}$
- 5 已知 m 为实数, 直线 $l_1: mx + y - 1 = 0$, $l_2: (3m-2)x + my - 2 = 0$, 则 “ $m = 1$ ” 是 “ $l_1 // l_2$ ” 的 ().
- A. 充要条件 B. 充分不必要条件
 C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件
- 6 直线 $l_1: 2x - a^2y + a = 0$ 与直线 $l_2: (a-1)x - ay + 1 = 0$ 互相平行, 则实数 a 的值为 ().
- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
- 7 若直线 $l_1: ax + 2y + a + 3 = 0$ 与直线 $l_2: x + (a-1)y - 2 = 0$ 平行, 则实数 a 的值为 ().
- A. -1 B. 2 C. 1 或 -2 D. -1 或 2
- 8 已知直线 l 与两直线 $l_1: 2x - y + 3 = 0$ 和 $l_2: 2x - y - 1 = 0$ 平行且距离相等, 则 l 的方程为 _____.
- 9 若两条直线 $l_1: x + 2y - 6 = 0$ 与 $l_2: 2x + 4y + 8 = 0$ 平行, 则 l_1 与 l_2 之间的距离是 _____.
- 10 设两条直线的方程分别为 $x + y + a = 0$, $x + y + b = 0$, 已知 a, b 是方程 $x^2 + x + c = 0$ 的两个实根, 且 $0 \leq c \leq \frac{1}{8}$, 则这两条直线之间距离 d 的最大值和最小值分别是 ().
- A. $\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{1}{4}$ B. $\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\sqrt{2}, \frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}$



直线与圆



圆的方程

- 11 圆的半径为 2，圆心在 x 轴的正半轴上，且与直线 $3x + 4y + 4 = 0$ 相切，则圆的方程是 () .
- A. $x^2 + y^2 - 4x = 0$ B. $x^2 + y^2 + 4x = 0$
C. $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ D. $x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0$



点与圆的位置关系

- 12 已知点 $P(2, -2)$ 和圆 $C: (x+1)^2 + (y-2)^2 = 16$ ，则 P 在圆 C _____ (填内，外或上)，以 P 为圆心且和圆 C 内切的圆的方程为 _____ .



直线与圆位置关系

- 13 已知圆 $x^2 + y^2 + 2x - 2y + a = 0$ 截直线 $x + y + 2 = 0$ 所得弦的长度为 4，则实数 a 的值是 ()
- A. -2 B. -4 C. -6 D. -8
- 14 已知直线 $x - \sqrt{3}y + 8 = 0$ 和圆 $x^2 + y^2 = r^2$ ($r > 0$) 相交于 A, B 两点. 若 $|AB| = 6$ ，则 r 的值为 _____ .
- 15 过点 $P(2, 2)$ 的直线与圆 $(x-1)^2 + y^2 = 5$ 相切，且与直线 $ax - y + 1 = 0$ 垂直，则 $a =$ () .
- A. $-\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. $\frac{1}{2}$
- 16 过点 $(1, 1)$ 的直线与圆 $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$ 相交于 A, B 两点，则 $|AB|$ 的最小值为 () .
- A. $2\sqrt{3}$ B. 4 C. $2\sqrt{5}$ D. 5



圆与圆的位置关系

- 17 圆 $(x+3)^2 + (y+4)^2 = 16$ 与圆 $x^2 + y^2 = 4$ 的位置关系为 () .
- A. 相离 B. 内切 C. 外切 D. 相交
- 18 两圆 $x^2 + y^2 - 4 = 0$ ， $x^2 + y^2 - 4x + 4y - 12 = 0$ 的公共弦所在的直线方程为 _____，公共弦长为 _____ .
- 19 已知两圆 $x^2 + y^2 - 2x + 10y - 24 = 0$ 和 $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 8 = 0$ 相交，则公共弦的长度为 _____ .

第 2 讲

圆锥曲线的方程与基本量





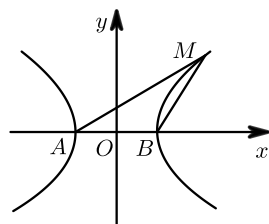
椭圆

- 1 若中心在原点的椭圆 C 的右焦点为 $F(1,0)$, 离心率等于 $\frac{1}{2}$, 则 C 的方程是 ().
 A. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$ B. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{\sqrt{3}} = 1$ C. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ D. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$
- 2 椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 的两个焦点分别为 F_1, F_2 , 点 P 在椭圆上, 若 $\triangle PF_1F_2$ 为直角三角形, 则点 P 到 x 轴的距离为 ____.
- 3 若点 O 和点 F 分别为椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 的中心和左焦点, 点 P 为椭圆上的任意一点, 则 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{FP}$ 的最大值为 ().
 A. $\frac{11}{4}$ B. 3 C. 15 D. 59
- 4 设 F_1, F_2 分别是椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, 过点 F_1 的直线交椭圆 E 于 A, B 两点, $|AF_1| = 3|BF_1|$, 若 $\cos \angle AF_2B = \frac{3}{5}$, 则椭圆 E 的离心率为 ().
 A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$



双曲线

- 5 若双曲线的渐近线方程为 $y = \pm 3x$, 一个焦点是 $(\sqrt{10}, 0)$, 则双曲线的方程是 ____.
- 6 已知圆 $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$ 关于双曲线 $C: \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线对称, 则双曲线 C 的离心率为 ().
 A. $\sqrt{5}$ B. 5 C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{5}{4}$
- 7 已知 A, B 为双曲线 E 的左、右顶点, 点 M 在 E 上, $\triangle ABM$ 为等腰三角形, 且顶角为 120° , 则 E 的离心率为 ().



- 8 已知 F_1, F_2 分别是双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的左、右焦点, AB 是过点 F_1 的一条弦 (A, B 均在双曲线的左支上), 若 $\triangle ABF_2$ 的周长为 30, 则 $|AB| =$ ____.



抛物线

- 9 已知抛物线 $C: y^2 = x$ 的焦点为 F , $A(x_0, y_0)$ 是 C 上一点, $|AF| = \frac{5}{4}x_0$, 则 $x_0 = (\quad)$.
A. 1 B. 2 C. 4 D. 8
- 10 设抛物线 $y^2 = 12x$ 的焦点为 F , 点 P 在此抛物线上且横坐标为 5, 则 $|PF|$ 等于 $(\quad)$.
A. 4 B. 6 C. 8 D. 10
- 11 已知定点 $A(3, 2)$, 若点 P 为抛物线 $y^2 = 2x$ 上的动点, 则当 P 到抛物线的焦点 F 的距离 $|PF|$ 与 $|PA|$ 之和最小时, 点 P 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 12 过抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点 F , 且斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线交 C 于点 M (M 在 x 轴上方), l 为 C 的准线, 点 N 在 l 上且 $MN \perp l$, 则 M 到直线 NF 的距离为 $(\quad)$.
A. $\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{3}$

第 3 讲

圆锥曲线的性质综合





圆锥曲线综合

- 1 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{5} = 1$ 的右焦点与抛物线 $y^2 = 12x$ 的焦点重合, 则该双曲线的焦点到其渐近线的距离等于 ().
A. $\sqrt{5}$ B. 3 C. 5 D. $4\sqrt{2}$
- 2 已知双曲线 $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两条渐近线与抛物线 $C_2: y^2 = 2px (p > 0)$ 的准线分别交于 A, B 两点. 若双曲线 C 的离心率为 2, $\triangle AOB$ 的面积为 $\sqrt{3}$, O 为坐标原点, 则抛物线 C_2 的焦点坐标为 ().
A. $(\sqrt{2}, 0)$ B. $(1, 0)$ C. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$ D. $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$
- 3 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 准线为 l . 若 l 与双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两条渐近线分别交于点 A 和点 B , 且 $|AB| = 4|OF|$ (O 为原点), 则双曲线的离心率为 ____.
- 4 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 与抛物线 $y^2 = 4cx$ (其中 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$) 交于 A, B 两点, 若 $|AB| = 4c$, 则双曲线的离心率为 ().
A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{2} + 1$
- 5 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 . 若双曲线 C 上存在一点 P , 使得 $\triangle PF_1F_2$ 为等腰三角形, 且 $\cos \angle PF_1F_2 = \frac{7}{8}$, 则双曲线的离心率为 ().
A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ 或 3 D. $\frac{4}{3}$ 或 2
- 6 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两条渐近线与抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的准线分别交于 A, B 两点, O 为坐标原点, 若双曲线的离心率为 2, $\triangle AOB$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 则 $p =$ ().
A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. 3



直线与圆锥曲线

- 7 已知双曲线方程为 $x^2 - y^2 = 4$ ，过点 $A(3, 1)$ 作直线 l 与该双曲线交于 M, N 两点，若点 A 恰好为 MN 中点，则直线 l 的方程为 () .
A. $y = 3x - 8$ B. $y = -3x + 8$ C. $y = 3x - 10$ D. $y = -3x + 10$
- 8 设抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 $F(1, 0)$ ，准线为 l ，过焦点的直线交抛物线于 A, B 两点，分别过 A, B 作 l 的垂线，垂足为 C, D ，若 $|AF| = 4|BF|$ ，则 $p =$ _____，三角形 CDF 的面积为 _____.
- 9 直线 $y = x - 1$ 与抛物线 $y^2 = 4x$ 相交于 M, N 两点，抛物线的焦点为 F ，设 $|\overrightarrow{FM}| = \lambda |\overrightarrow{FN}|$ ($|\overrightarrow{FM}| > |\overrightarrow{FN}|$)，则 λ 的值为 _____.
- 10 过点 $P(3, 0)$ 的直线 l 与椭圆 $E: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 相交于 M, N 两点，椭圆 E 与 x 轴正半轴交于点 A ，则三角形 AMN 的面积的最大值为 _____.

