

02函数阶段性测试练习题

一、选择题

Q1:函数的定义——图像诠释

Q2:相等函数

Q3:函数图像的选择

Q4:比较大小

Q5:根据对数函数特点求解参数取值范围

Q6:复合函数奇偶性的判断

Q7:复合函数的值域

Q8:零点存在性

Q9:根据函数单调性、奇偶性求解不等式

Q10:分段函数的单调性

二、填空题

Q11:复合函数的定义域

Q12:对数运算

Q13:函数过定点问题

Q14:绝对值型函数的最值

Q15:分段函数赋值运算

三、解答题

Q16:赋值运算；求解函数的定义域、值域

Q17:奇函数的性质；根据函数的奇偶性确定参数值

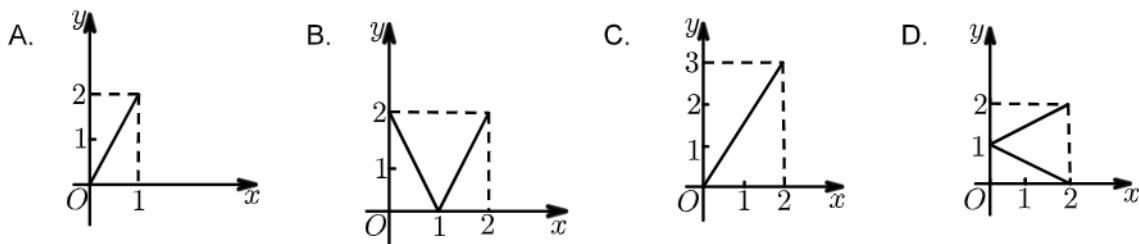
Q18:分段函数单调性及图像；含参函数零点个数

Q19:含参一元二次函数单调性的讨论；求解复合函数的值域

Q20:求解复合函数的定义域；判断复合函数的奇偶性；求解对数型不等式

1. 选择题（共10题，共40分）

(4分) 设 $M = \{x|0 \leq x \leq 2\}$, $N = \{y|0 \leq y \leq 2\}$ 给出下列四个图形, 其中能表示从集合 M 到集合 N 的函数关系的是 () .



答案 B

解析 从集合 M 到集合 N 能构成函数关系式时,

对于集合 $M = \{x|0 \leq x \leq 2\}$ 中的每一个 x 值,

在 $N = \{y|0 \leq y \leq 2\}$ 中都有唯一确定的一个 y 值与之对应,

对于 A, 当 $1 < x \leq 2$ 时, N 中没有 y 值与之对应不满足;

对于 B, 对于集合 $M = \{x|0 \leq x \leq 2\}$ 中的每一个 x 值, 在 $N = \{y|0 \leq y \leq 2\}$ 中都有唯一确定的一个 y 值与之对应, 故满足;

对于 C, $1 < x \leq 2$ 对应的 $2 < y \leq 3$ 不在集合 N 中, 不满足;

对于 D, 对于集合 $M = \{x|0 < x \leq 2\}$ 中的每一个 x 值, 在集合 N 中有 2 个 y 值与之对应, 不满足函数定义.

故选 B.

2 2018~2019 学年天津南开区南开大学附属中学高一上学期期中第 3 题 3 分

(4分) 下列函数中, 与函数 $y = x$ 相等的是 () .

- | | |
|-----------------------|------------------------|
| A. $y = (\sqrt{x})^2$ | B. $y = \sqrt[3]{x^3}$ |
| C. $y = \sqrt{x^2}$ | D. $y = \frac{x^2}{x}$ |

答案 B

解析 A: 函数的定义域为 $\{x|x \geq 0\}$, 两个函数的定义域不同;

B: 函数的定义域为 $\mathbf{R}$, 两个函数的定义域和对应关系相同, 是同一函数;

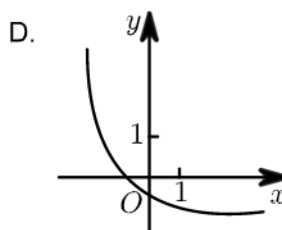
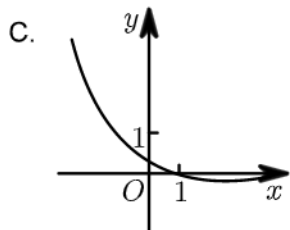
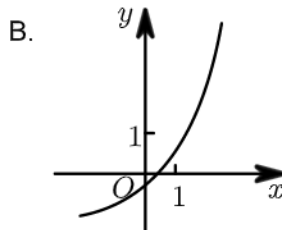
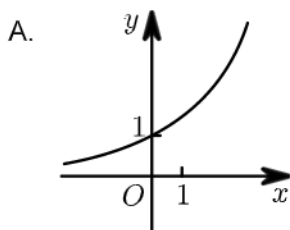
C: 函数的定义域为 $\mathbf{R}$, $y = |x|$, 对应关系不一致.

D: 函数的定义域为 $\{x|x \neq 0\}$, 两个函数的定义域不同.

故选B.

3 2018~2019学年天津西青区天津市西青区杨柳青第一中学高一上学期期中第7题4分

(4分) 函数 $f(x) = a^x - a$ ($a > 0, a \neq 1$) 的图象可能是 ().



答案 C

解析 当 $0 < a < 1$ 时, 函数 $f(x) = a^x - a$ 为减函数,
当 $a > 1$ 时, 函数 $f(x) = a^x - a$ 为增函数,
且图象过 $(1, 0)$ 点.
故选C.

4 2018~2019学年天津南开区南开大学附属中学高一上学期期中第7题3分

(4分) 三个数 $5^{0.6}$, 0.6^5 , $\log_{0.6} 5$ 的大小顺序是 ().

A. $0.6^5 < \log_{0.6} 5 < 5^{0.6}$

B. $0.6^5 < 5^{0.6} < \log_{0.6} 5$

C. $\log_{0.6} 5 < 0.6^5 < 5^{0.6}$

D. $\log_{0.6} 5 < 5^{0.6} < 0.6^5$

答案 C

解析 $\because 0 < 0.6^5 < 1, \log_{0.6} 5 < 0, 5^{0.6} > 1,$

$$\therefore \log_{0.6} 5 < 0.6^5 < 5^{0.6} .$$

故选C .

5 2018~2019学年天津南开区南开大学附属中学高一上学期期中第6题3分

(4分) 在 $b = \log_{(a-2)}(5-a)$ 中, 实数 a 的取值范围是() .

A. $a > 5$ 或 $a < 2$

B. $2 < a < 3$ 或 $3 < a < 5$

C. $2 < a < 5$

D. $3 < a < 4$

答案 B

解析

$$\text{由 } b = \log_{(a-2)}(5-a) \text{ 可得 } \begin{cases} 5-a > 0 \\ a-2 > 0 \\ a-2 \neq 1 \end{cases} ,$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a < 5 \\ a > 2 \\ a \neq 3 \end{cases} ,$$

即实数 a 的取值范围是 $2 < a < 3$ 或 $3 < a < 5$.

故选B .

6 2018~2019学年天津南开区南开大学附属中学高一上学期期中第4题3分

(4分) 函数 $y = \sqrt{1-x^2} + \frac{9}{1+|x|}$ 是() .

A. 奇函数

B. 偶函数

C. 既是奇函数又是偶函数

D. 非奇非偶函数

答案 B

解析

$$\text{由函数的形式得 } \begin{cases} 1-x^2 \geq 0 \\ 1+|x| \neq 0 \end{cases} , \text{ 解得 } x \in [-1, 1] ,$$

定义域关于原点对称 ,

$$\text{又 } y(-x) = \sqrt{1-(-x)^2} + \frac{9}{1+|-x|}$$

$$= \sqrt{1-x^2} + \frac{9}{1+|x|}$$

$$= y(x) ,$$

故函数是偶函数.

故选B.

7 2018~2019学年天津南开区南开大学附属中学高一上学期期中第8题3分

(4分) 函数 $y = \frac{2x-1}{x-2}$, $x \in (-\infty, 0)$ 的值域是 ().

A. $(-\infty, 2)$

B. $(-\infty, \frac{1}{2})$

C. $(0, \frac{1}{2})$

D. $(\frac{1}{2}, 2)$

答案 D

解析

$$y = \frac{2x-1}{x-2} = \frac{2(x-2)+3}{x-2} = 2 + \frac{3}{x-2},$$

$$\because x \in (-\infty, 0),$$

$$\therefore x-2 \in (-\infty, -2),$$

$$\therefore -\frac{3}{2} < \frac{3}{x-2} < 0,$$

$$\therefore \frac{1}{2} < 2 + \frac{3}{x-2} < 2,$$

$$\therefore \text{函数 } y = \frac{2x-1}{x-2}, x \in (-\infty, 0) \text{ 的值域为 } \left(\frac{1}{2}, 2\right).$$

故选D.

8 2020~2021学年天津和平区高一上学期期末第4题4分

(4分) 函数 $f(x) = \ln x - \frac{3}{e}$ 的零点所在区间为 ().

A. $\left(\frac{1}{e}, 1\right)$

B. $(1, e)$

C. (e, e^2)

D. (e^2, e^3)

答案 C

解析

$$\because f(x) = \ln x - \frac{3}{e} \text{ 在 } (0, +\infty) \text{ 为增函数,}$$

$$f(e) = \ln e - \frac{3}{e} = 1 - \frac{3}{e} < 0,$$

$$f(e^2) = \ln e^2 - \frac{3}{e} = 2 - \frac{3}{e} > 0,$$

$$\therefore f(e) \cdot f(e^2) < 0.$$

设零点为 x_0 ,

$$x_0 \in (e, e^2) .$$

故选C .

9 2018~2019学年天津南开区南开大学附属中学高一上学期期中第9题3分

(4分) 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 且在 $(-\infty, 0)$ 上是增函数, 则下列关系正确的是 () .

A. $f(-2) > f(a^2 - 4a + 6) (a \in \mathbf{R})$

B. $f(-2) < f(a^2 - 4a + 6) (a \in \mathbf{R})$

C. $f(-2) \geq f(a^2 - 4a + 6) (a \in \mathbf{R})$

D. $f(-2) \leq f(a^2 - 4a + 6) (a \in \mathbf{R})$

答案 C

解析 $a^2 - 4a + 6 = (a - 2)^2 + 2 \geq 2$,

$\therefore f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是增函数 ,

$\therefore f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的减函数 ,

$$\therefore f(2) \geq f(a^2 - 4a + 6) ,$$

$$\therefore f(-2) \geq f(a^2 - 4a + 6) .$$

故选C .

10 2019~2020学年10月天津和平区天津市第一中学高一上学期周测C卷第6题

(4分) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 - ax - 5, & x \leq 1 \\ \frac{a}{x}, & x > 1 \end{cases}$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数, 则 a 的取值范围是 () .

A. $-3 \leq a < 0$

B. $-3 \leq a \leq -2$

C. $a \leq -2$

D. $a < 0$

答案 B

解析 $\therefore$ 函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 - ax - 5, & x \leq 1 \\ \frac{a}{x}, & x > 1 \end{cases}$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数 ,

$$\text{可设 } g(x) = -x^2 - ax - 5 (x \leq 1) ,$$

$$h(x) = \frac{a}{x} (x > 1),$$

由分段函数的性质可知,

函数 $g(x) = -x^2 - ax - 5$ 在 $(-\infty, 1]$ 上单调递增,

函数 $h(x) = \frac{a}{x}$ 在 $(1, +\infty)$ 单调递增, 且 $g(1) \leq h(1)$,

$$\therefore \begin{cases} -\frac{a}{2} \geq 1 \\ a < 0 \\ -a - 6 \geq a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \leq -2 \\ a < 0 \\ a \geq -3 \end{cases},$$

解得 $-3 \leq a \leq -2$,

综上所述 $-3 \leq a \leq -2$,

故选B.

2. 填空题 (共5题, 共20分)

11 2018~2019学年天津和平区高一上学期期中第11题4分

(4分) 计算 $\log_2 5 \cdot \log_3 2 \cdot \log_5 9 = \underline{\hspace{2cm}}$.

答案 2

解析 $\log_2 5 \cdot \log_3 2 \cdot \log_5 9$

$$= \log_2 5 \cdot \log_3 2 \cdot 2\log_5 3$$

$$= 2 \cdot \frac{\lg 5}{\lg 2} \cdot \frac{\lg 2}{\lg 3} \cdot \frac{\lg 3}{\lg 5}$$

$$= 2.$$

12 2018~2019学年天津南开区南开大学附属中学高一上学期期中第11题4分

(4分) 函数 $f(x) = \sqrt{1-x} + \lg(x+1)$ 的定义域 $\underline{\hspace{2cm}}$.

答案 $(-1, 1]$

解析 $\therefore$ 函数 $f(x) = \sqrt{x-2} + \lg(x+1)$,

$$\therefore \begin{cases} x-1 \leq 0 \\ x+1 > 0 \end{cases}, \text{解得 } -1 < x \leq 1,$$

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-1, 1]$.

13 2018~2019学年天津西青区天津市西青区杨柳青第一中学高一上学期期中第13题4分

(4分) 不论 $a(a > 0, a \neq 1)$ 为何值, 函数 $f(x) = a^{x-3} - 1$ 的图象一定经过点 P , 则点 P 的坐标为 _____ .

答案 (3, 0)

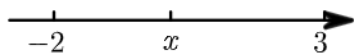
解析 函数 $f(x)$ 过定点, 即需要指数的次数等于0即可,
不论 $a(a > 0, a \neq 1)$ 为何值,
函数 $f(x) = a^{x-3} - 1$ 的图象过的定点为: $x - 3 = 0$,
将 $x = 3$ 代入解析式得 $y = 0$,
故点 $P(3, 0)$.

14 2018~2019学年天津和平区高一上学期期中第12题4分

(4分) 函数 $y = |x + 2| + |x - 3|$ 的最小值是 _____ .

答案 5

解析 $|x + 2| + |x - 3|$ 即 x 到 -2 与到 3 的距离和,



由几何意义知, 最小值为5 .

15 2018~2019学年天津南开区南开大学附属中学高一上学期期中第13题4分

(4分) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x \leq 0 \\ 3x, & x > 0 \end{cases}$, 若 $f(x) = 15$, 则 $x =$ _____ .

答案 -4或5

解析 当 $x \leq 0$ 时, $f(x) = x^2 - 1 = 15$,

解得 $x = -4$ 或 $x = 4$ (舍去);

当 $x > 0$ 时, $f(x) = 3x = 15$, 解得 $x = 5$,

$\therefore x = -4$ 或 5 .

故答案为: -4 或 5 .

3. 解答题 (共5题, 共40分)

16 2018~2019学年天津和平区高一上学期期中第16题6分

(5分) 已知函数 $f(x) = \frac{x-3}{x+2}$.

(1) (2分) 求 $f(2)$ 的值.

(2) (3分) 求函数 $f(x)$ 的定义域和值域.

答案

(1) $-\frac{4}{4}$.

(2) $(-\infty, -2) \cup (-2, +\infty)$, $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$.

解析

(1) $f(2) = \frac{2-3}{2+2} = -\frac{1}{4}$.

(2) 由 $x+2 \neq 0$, 得 $x \neq -2$,

即 $f(x)$ 定义域为 $(-\infty, -2) \cup (-2, +\infty)$,

$$f(x) = \frac{x-3}{x+2} = \frac{(x+2)-5}{x+2} = 1 - \frac{5}{x+2},$$

$$\because \frac{5}{x+2} \neq 0,$$

$$\therefore 1 - \frac{5}{x+2} \neq 1.$$

奇函数 $f(x)$ 的值域为 $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$.

17 2018~2019学年天津和平区高一上学期期中第17题8分

(5分) 已知 $f(x) = \frac{(x-3)(x+a)}{x}$ 为奇函数.

(1) (2分) 求 $f(-3)$ 的值

(2) (3分) 求实数 a 的值.

答案

(1) 0 .

(2) $a = 3$.

解析

(1) $\because f(x)$ 是奇函数 ,

定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$,

$$\text{且 } f(3) = \frac{(3-3)(3+a)}{3} = 0 ,$$

$$\therefore f(3) = -f(3) = 0 .$$

$$(2) f(x) = \frac{x^2 + (a-3)x - 3a}{x}$$

$$= x - \frac{3a}{x} + (a-3) ,$$

$$f(-x) = \frac{(-x-3)(-x+a)}{-x}$$

$$= -x + \frac{3a}{x} + (a-3) .$$

$$\text{由 } f(-x) = -f(x) , \text{ 得 } f(x) + f(-x) = 0 ,$$

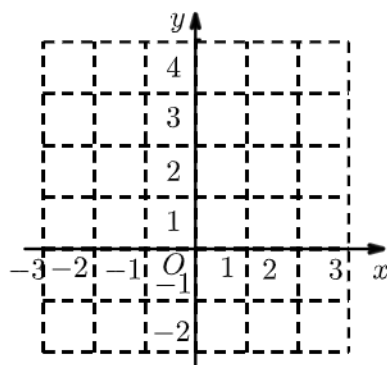
$$\text{即 } 2(a-3) = 0 ,$$

$$\therefore a = 3 .$$

18 2018~2019 学年天津和平区高一上学期期中第 18 题 8 分

(10 分) 已知函数 $f(x) = x^2 - 2|x|$.

(1) (5 分) 在所给坐标系中, 画出函数 $f(x)$ 的图象, 并写出 $f(x)$ 的单调递增区间 .



(2) (5 分) 若函数 $g(x) = f(x) + 3a - 1$ 有 4 个零点, 求 a 的取值范围 .

答案

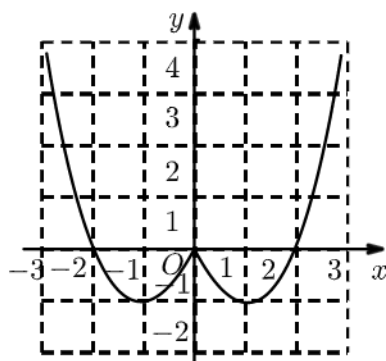
(1) $[-1, 0]$ 和 $[1, +\infty)$, 画图见解析 .

(2) $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$.

解析

$$(1) \text{ 整理得 } f(x) = x^2 - 2|x| \\ = \begin{cases} x^2 - 2x, & x \geq 0 \\ x^2 + 2x, & x < 0 \end{cases}$$

函数 $f(x)$ 的图象, 如图所示:



则 $f(x)$ 单调递增区间为 $[-1, 0]$ 和 $[1, +\infty]$.

$$(2) \text{ } g(x) = x^2 - 2|x| + 3a - 1 \\ = \begin{cases} (x-1)^2 + 3a - 2, & x \geq 0 \\ (x+1)^2 + 3a - 2, & x < 0 \end{cases}$$

函数 $g(x)$ 图象最低点为 $(1, 3a - 2)$ 和 $(-1, 3a - 2)$,

依题意, 若使函数 $g(x)$ 有 4 个零点,

只需 $-1 < 3a - 2 < 0$,

$$\therefore a \in \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right).$$

19

2018~2019 学年天津南开区南开大学附属中学高一上学期期中第 21 题 12 分

(9 分) 已知函数 $f(x) = 2^x$, $g(x) = x^2 + 2ax$.

(1) (4 分) 若 $g(x)$ 在 $[-3, 3]$ 上是单调函数, 求 a 的取值范围.

(2) (5 分) 当 $a = -1$ 时, 求函数 $y = f[g(x)]$ 的值域.

答案

$$(1) (-\infty, -3] \cup [3, +\infty).$$

$$(2) \left[\frac{1}{2}, +\infty\right).$$

解析

$$(1) \text{ } g(x) = x^2 + 2ax = (x + a)^2 - a^2,$$

对称轴是 $x = -a$, 开口向上,

$\therefore g(x)$ 在 $(-\infty, -a]$ 上是单调递减, 在 $[-a, +\infty)$ 上单调递增,

$\therefore g(x)$ 在 $[-3, 3]$ 上单调,

若 $g(x)$ 在 $[-3, 3]$ 上单调递减,

则 $-a \geq 3$, 即 $a \leq -3$,

若 $g(x)$ 在 $[-3, 3]$ 上单调递增,

则 $-a \leq -3$, 即 $a \geq 3$,

$\therefore$ 综上得 a 的取值范围为 $(-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$.

(2) 当 $a = -1$ 时, $g(x) = x^2 - 2x$,

$$\therefore f(g(x)) = 2^{x^2-2x},$$

$$\text{令 } u = x^2 - 2x, y = 2^u,$$

$$\therefore x \in \mathbf{R},$$

$$\therefore u = (x-1)^2 - 1 \geq -1,$$

又 $\therefore y = 2^u$ 是增函数,

$$\therefore y \geq \frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{函数的值域是 } \left[\frac{1}{2}, +\infty\right).$$

20 2018~2019学年天津南开区南开大学附属中学高一上学期期中第22题12分

(11分) 已知函数 $f(x) = \log_a(3+2x)$, $g(x) = \log_a(3-2x)$, ($a > 0$, 且 $a \neq 1$).

(1) (3分) 求函数 $f(x) - g(x)$ 定义域.

(2) (4分) 判断函数 $f(x) - g(x)$ 的奇偶性, 并予以证明.

(3) (4分) 求使 $f(x) - g(x) > 0$ 的 x 的取值范围.

答案

(1) $\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$.

(2) 函数 $f(x) - g(x)$ 是奇函数, 证明见解析.

(3) 当 $a > 1$ 时, $x \in \left(0, \frac{3}{2}\right)$; 当 $0 < a < 1$ 时, $x \in \left(-\frac{3}{2}, 0\right)$.

解析

(1) 若使 $f(x) - g(x)$ 的解析式有意义,

需使 $f(x) = \log_a(3+2x)$, $g(x) = \log_a(3-2x)$ 的解析式都有意义,

$$\text{即 } \begin{cases} 3+2x > 0 \\ 3-2x > 0 \end{cases}, \text{ 解得 } -\frac{3}{2} < x < \frac{3}{2},$$

$$\therefore f(x) - g(x) \text{ 的定义域是 } \left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right).$$

(2) 函数 $f(x) - g(x)$ 是奇函数.

由(1)知函数 $f(x) - g(x)$ 的定义域关于原点对称,

$$\text{又} \because f(-x) - g(-x) = \log_a(3 - 2x) - \log_a(3 + 2x)$$

$$= -[\log_a(3 + 2x) - \log_a(3 - 2x)]$$

$$= -[f(x) - g(x)],$$

$\therefore$ 函数 $f(x) - g(x)$ 是奇函数.

(3) 若 $f(x) - g(x) > 0$, 即 $\log_a(3 + 2x) > \log_a(3 - 2x)$,

当 $a > 1$, 则 $3 + 2x > 3 - 2x$, 解得 $x > 0$,

由(1)可得此时 x 的取值范围为 $\left(0, \frac{3}{2}\right)$,

当 $0 < a < 1$, 则 $3 + 2x < 3 - 2x$, 解得 $x < 0$,

由(1)可得此时 x 的取值范围为 $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$,

$\therefore$ 综上得: 当 $a > 1$ 时, $x \in \left(0, \frac{3}{2}\right)$; 当 $0 < a < 1$ 时, $x \in \left(-\frac{3}{2}, 0\right)$.