

01集合至函数难点攻克

1. 集合



元素的互异性

1

2019~2020学年10月天津河西区天津市第四十二中学高一上学期月考第2题3分

含有三个实数的集合可表示为 $\left\{a, \frac{b}{a}, 1\right\}$ ，也可表示为 $\{a^2, a+b, 0\}$ ，则 $a^{2011} + b^{2012}$ 的值为 () .

A. 0

B. 1

C. -1

D. ± 1

答案

C

解析

因为含有三个实数的集合可表示为 $\left\{a, \frac{b}{a}, 1\right\}$ ，

也可表示为 $\{a^2, a+b, 0\}$ ，

所以 $a \neq 0$ ，则 $\frac{b}{a} = 0$ ，解得： $b = 0$ ，

此时 $\{a, 0, 1\} = \{a^2, a, 0\}$ ，

所以 $\begin{cases} a^2 = 1 \\ a \neq 1 \end{cases}$ ，

解得： $a = -1$ ，

所以 $a^{2011} + b^{2012} = (-1)^{2011} + 0^{2012} = -1 + 0 = -1$.

故选：C .



子集关系

2

2020~2021学年10月天津和平区天津市第五十五中学高一上学期月考第4题3分

已知集合

$A = \left\{x \mid x = k + \frac{1}{6}, k \in \mathbf{N}\right\}$ ， $B = \left\{x \mid x = \frac{m}{2} - \frac{1}{3}, m \in \mathbf{N}\right\}$ ， $C = \left\{x \mid x = \frac{n}{2} + \frac{1}{6}, n \in \mathbf{N}\right\}$ ，则集

合 A, B, C 的关系是 () .

A. $A \subsetneq C \subsetneq B$

B. $C \subsetneq A \subsetneq B$

C. $A \subsetneq B = C$

D. $A \subsetneq B \subsetneq C$

答案 A

解析 $\because$ 集合 $C = \left\{ x \mid x = \frac{n}{2} + \frac{1}{6}, n \in \mathbf{N} \right\}$,
 $\therefore$ 当 $n = 2a (a \in \mathbf{N})$ 时, $x = \frac{2a}{2} + \frac{1}{6} = a + \frac{1}{6}$,
 当 $n = b - 1 (b \in \mathbf{N}^*)$ 时, $x = \frac{b-1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{b}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{b}{2} - \frac{1}{3}$,
 $\therefore$ 集合 $A = \left\{ x \mid x = k + \frac{1}{6}, k \in \mathbf{N} \right\}$,
 $\therefore A \subsetneq C$,
 $\therefore$ 集合 $B = \left\{ x \mid x = \frac{m}{2} - \frac{1}{3}, m \in \mathbf{N} \right\}$,
 $\therefore$ 集合 B 比集合 C 多一个元素 $-\frac{1}{3}$, 即 $C \subsetneq B$,
 综上, $A \subsetneq C \subsetneq B$.
 故选 A.

3 2019~2020学年10月天津和平区天津市耀华中学高一上学期月考第5题4分

集合 $P = \{3, 4, 5\}$, $Q = \{6, 7\}$, 定义 $P * Q = \{(a, b) \mid a \in P, b \in Q\}$, 则 $P * Q$ 的真子集个数为 ().

A. 31

B. 63

C. 32

D. 64

答案 D

解析 集合 $P * Q$ 中的元素为 $(3, 6), (3, 7), (4, 6), (4, 7), (5, 6), (5, 7)$ 共6个, 故 $P * Q$ 的子集个数为 $2^6 = 64$.
 故选 D.

4 2019~2020学年10月天津河西区天津市第四十二中学高一上学期月考第11题3分

满足 $\{1\} \subsetneq A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 且 A 中所有元素之和为奇数的集合 A 的个数是 ().

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

答案 C

解析 若 A 为二元集, 则 A 可为 $\{1, 2\}$ 、 $\{1, 4\}$; 若 A 为三元集, 则 A 可为 $\{1, 2, 4\}$ 、 $\{1, 3, 5\}$; 若 A 为四元集, 则 A 可为 $\{1, 2, 3, 5\}$ 、 $\{1, 3, 4, 5\}$; 若 A 为五元集, 则 A 可为 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, 所以, 共有7个符合条件的集合. 故选C.

含参集合的交并运算

5 2020~2021学年10月天津河西区天津市新华中学高一上学期月考第9题4分

已知 $A = \{x | x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 3\}$, $B = \{x | x \leq a - 1 \text{ 或 } x \geq a + 1\}$, 若 $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) \neq \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是().

A. $1 \leq a \leq 2$

B. $1 < a < 2$

C. $a \leq 1 \text{ 或 } a \geq 2$

D. $a < 1 \text{ 或 } a > 2$

答案 D

解析 $\because B = \{x | x \leq a - 1 \text{ 或 } x \geq a + 1\}$,
 $\therefore \complement_{\mathbb{R}} B = (a - 1, a + 1)$,
 又 $\because A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) \neq \emptyset$,
 $a - 1 < 0 \text{ 或 } a + 1 > 3$,
 $\therefore a < 1 \text{ 或 } a > 2$.
 故选D.

6 2019~2020学年9月天津和平区天津市耀华中学高一上学期周测C卷第9题

已知集合 $A = \{x | x^3 + 3x^2 + 2x > 0\}$, $B = \{x | x^2 + ax + b \leq 0\}$, 若 $A \cap B = \{x | 0 < x \leq 2\}$, $A \cup B = \{x | x > -2\}$, 求实数 a 、 b 的值.

答案 $a = -1$, $b = -2$.

解析 $\because x^3 + 3x^2 + 2x > 0$,

$$\therefore x(x+2)(x+1) > 0,$$

$$\therefore x \in (-2, -1) \cup (0, +\infty),$$

$$A = (-2, -1) \cup (0, +\infty),$$

$$\therefore A \cap B = (0, 2],$$

$$A \cup B = (-1, +\infty),$$

$$\therefore B = [-1, 2],$$

$$\therefore -1 \text{ 和 } 2 \text{ 为方程 } x^2 + ax + b = 0 \text{ 的两根,}$$

$$\therefore \begin{cases} -1 + 2 = -a \\ (-1) \times 2 = b \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases}.$$

7 2020~2021学年9月天津西青区天津市西青区杨柳青第一中学高一上学期月考第18题14分

已知集合 $A = \{x | -3 \leq x \leq 4\}$, 集合 $B = \{x | 2m - 1 \leq x \leq m + 1\}$.

- (1) 当 $m = -3$ 时, 求集合 $A \cap B$.
- (2) 当 $B \subseteq A$ 时, 求实数 m 的取值范围.

答案

(1) $\{x | -3 \leq x \leq -2\}$.

(2) $[-1, +\infty)$.

解析

(1) 当 $m = -3$ 时, 集合 $A = \{x | -3 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x | -7 \leq x \leq -2\}$,

$$\therefore A \cap B = \{x | -3 \leq x \leq -2\}.$$

(2) $\because$ 集合 $A = \{x | -3 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x | 2m - 1 \leq x \leq m + 1\}$,

$$B \subseteq A,$$

$$\therefore \text{当 } B = \emptyset \text{ 时, } 2m - 1 > m + 1,$$

解得 $m > 2$, 成立;

$$\text{当 } B \neq \emptyset \text{ 时, 由 } B \subseteq A \text{ 得: } \begin{cases} 2m - 1 \leq m + 1 \\ 2m - 1 \geq -3 \\ m + 1 \leq 4 \end{cases},$$

$$\text{解得 } -1 \leq m \leq 2,$$

综上, 实数 m 的取值范围是 $[-1, +\infty)$.

8 2020~2021学年天津南开区天津市南开中学高一上学期开学考试第19题12分

设全集 $I = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x^2 - 2x + m < 0, m \in \mathbf{R}\}$, $B = \{a \in \mathbf{R} | ax^2 + 4ax - 4 < 0, \text{对任意实数 } x \text{ 恒成立}\}$, $(\complement_I A) \cap B \neq \emptyset$, 求实数 m 的范围 .

答案 $m > -3$.

解析 $ax^2 + 4ax - 4 < 0$,

(1) $a = 0$ 时 ,

$-4 < 0$,

(2) $a \neq 0$ 时 ,

$$\begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} ,$$

$$16a^2 + 16a < 0 ,$$

$$a(a+1) < 0 ,$$

$$\therefore -1 < a < 0 ,$$

$$\therefore B = (-1, 0] ,$$

$$\complement_I A = \{x | x^2 - 2x + m \geq 0, m \in \mathbf{R}\} ,$$

$$\therefore (\complement_I A) \cap B \neq \emptyset ,$$

$$\therefore \exists x \in (-1, 0] , \text{ 使得 } m \geq -x^2 + 2x ,$$

$$\therefore m \geq (-x^2 + 2x)_{\min} = -(x-1)^2 + 1 ,$$

$$\therefore m > -3 .$$

2. 充分条件、必要条件

9 2020~2021学年10月天津和平区天津市耀华中学高一上学期月考第11题4分

已知 $p: A = \{x | x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$, $q: B = \{x | x^2 - 2mx + m^2 - 4 > 0\}$, 若 p 是 q 成立的充分不必要条件 , 求 m 的取值范围是 () .

A. $(-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$

B. $(-3, 5)$

C. $[-3, 5]$

D. $(-\infty, -3] \cup [5, +\infty)$

答案 A

解析 $x^2 - 2x - 3 \leq 0$,
 $(x - 3)(x + 1) \leq 0$,
 $-1 \leq x \leq 3$,
 $A = [-1, 3]$,
 $x^2 - 2mx + m^2 - 4 > 0$,
 $[x - (m - 2)][x + (m - 2)] > 0$,
 $\therefore m + 2 > m - 2$,
 $\therefore B = (-\infty, m - 2) \cup (m + 2, +\infty)$,
 $\therefore p$ 是 q 成立的充分不必要条件 ,
 $\therefore 3 < m - 2$ 或 $m + 2 < -1$,
 $\therefore m > 5$ 或 $m < -3$,
 故选 A .

10 2020~2021学年9月天津西青区天津市西青区杨柳青第一中学高一上学期月考第9题5分

设集合 $A = \{x | x^2 + x - 6 = 0\}$, $B = \{x | mx + 1 = 0\}$, 则 B 是 A 的真子集的一个充分不必要的条件是 () .

- A. $m \in \left\{\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right\}$
- B. $m \neq 0$
- C. $m \in \left\{0, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right\}$
- D. $m \in \left\{0, \frac{1}{3}\right\}$

答案 D

解析 $A = \{2, -3\}$; 若 $m = 0$, 则 $B = \emptyset$;
 若 $m \neq 0$, 则 $B = \left\{-\frac{1}{m}\right\}$;

当 $m = 0, -\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{3}$ 时, B 是 A 的真子集,

排除 A, B, C 是一个充要条件, 故选 D .

11 2020~2021学年天津南开区天津中学高一上学期期中第18题9分

已知 $p: \frac{1}{x} < 1, q: x^2 - 3ax + 2a^2 < 0$ (其中 a 为常数, 且 $a \neq 0$).

若 p 是 q 的必要不充分条件, 求 a 的取值范围.

答案 $(-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$.

解析 $\because x^2 - 3ax + 2a^2 < 0,$

$$\therefore (x - 2a)(x - a) < 0,$$

$$\text{i. } a > 0, a < x < 2a,$$

又 $\because p$ 是 q 的必要不充分条件, $\therefore a \geq 1,$

$$\text{ii. } a < 0, 2a < x < a,$$

又 $\because p$ 是 q 的必要不充分条件, $\therefore a < 0;$

$$\text{iii. } a = 0, \text{ 解集为空集, } \therefore p \text{ 是 } q \text{ 的必要不充分条件,}$$

综上 $a \in (-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$.

12 2020~2021学年10月天津河西区天津市第四中学高一上学期月考第21题8分

已知集合 $A = \{x | 3 - a \leq x \leq 3 + a\}, B = \{x | x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 4\}.$

若 $a > 0$, 且 " $x \in A$ " 是 " $x \in \complement_{\mathbf{R}} B$ " 的充分不必要条件, 求实数 a 的取值范围.

答案 $(0, 1)$.

解析 因为 $B = \{x | x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 4\},$

$$\text{所以 } \complement_{\mathbf{R}} B = \{x | 0 < x < 4\},$$

由 " $x \in A$ " 是 " $x \in \complement_{\mathbf{R}} B$ " 的充分不必要条件得 $A \subsetneq (\complement_{\mathbf{R}} B),$

因为 $a > 0$, 所以 $A \neq \emptyset,$

$$\text{因为 } A = \{x | 3 - a \leq x \leq 3 + a\} (a > 0),$$

$$\text{所以} \begin{cases} a > 0 \\ 3 - a > 0 \\ 3 + a < 4 \end{cases},$$

所以 $0 < a < 1$,

所以实数 a 的取值范围是 $(0, 1)$.

3. 基本不等式



双变量直接均值

13 2018~2019学年天津和平区天津市第一中学高二上学期期中第11题

已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a - 3b + 6 = 0$, 则 $2^a + \frac{1}{8^b}$ 的最小值为 _____.

答案

$$\frac{1}{4}$$

解析

$$\because a, b \in \mathbf{R}, \text{ 且 } a - 3b + 6 = 0,$$

$$\therefore a = 3b - 6,$$

$$\begin{aligned} 2^a + \frac{1}{8^b} &= 2^{3b-6} + \frac{1}{2^{3b}} \\ &= \frac{2^{3b}}{2^6} + \frac{1}{2^{3b}} \geq 2\sqrt{\frac{1}{2^6}} = \frac{1}{4}, \end{aligned}$$

$$\text{当且仅当 } \frac{2^{3b}}{2^6} = \frac{1}{2^{3b}},$$

即 $a = -3, b = 1$ 时取得最小值.

14 2019年天津河西区高三二模理科第13题5分

若 $\log_4(3a + 4b) = \log_2 \sqrt{ab}$, 则 $a + b$ 的最小值是 _____.

答案

$$7 + 4\sqrt{3}$$

解析

$$\text{方法一: } \because \log_4(3a + 4b) = \log_2 \sqrt{ab},$$

$$\therefore \log_2 \sqrt{3a + 4b} = \log_2 \sqrt{ab},$$

$$\therefore \sqrt{3a + 4b} = \sqrt{ab},$$

$$\therefore 3a + 4b = ab, a, b > 0.$$

$$\therefore b = \frac{3a}{a-4} > 0, \text{ 解得 } a > 4.$$

$$a + b = a + \frac{3a}{a-4} = a - 4 + \frac{12}{a-4} + 7 \geq 7 + 2\sqrt{(a-4) \cdot \frac{12}{a-4}} = 7 + 4\sqrt{3},$$

当且仅当 $a = 4 + 2\sqrt{3}$ 时取等号.

$$\therefore a + b \text{ 的最小值是 } 7 + 4\sqrt{3}.$$

故答案为: $7 + 4\sqrt{3}$.

$$\text{方法二: } \therefore \log_4(3a + 4b) = \log_2 \sqrt{ab},$$

$$\therefore \log_2 \sqrt{3a + 4b} = \log_2 \sqrt{ab},$$

$$\therefore \sqrt{3a + 4b} = \sqrt{ab},$$

$$\therefore 3a + 4b = ab, a, b > 0.$$

$$\therefore \frac{4}{a} + \frac{3}{b} = 1.$$

$$\therefore a + b = (a + b) \left(\frac{4}{a} + \frac{3}{b} \right) = 7 + \frac{3a}{b} + \frac{4b}{a} \geq 2\sqrt{\frac{3a}{b} + \frac{4b}{a}} = 7 + 4\sqrt{3},$$

$$\text{当等号成立时, 有 } \frac{3a}{b} = \frac{4b}{a} \text{ 且 } \frac{4}{a} + \frac{3}{b} = 1,$$

$$\text{即 } a = 4 + 2\sqrt{3}, b = 3 + 2\sqrt{3},$$

$$\text{此时有 } (a + b)_{\min} = 7 + 4\sqrt{3}.$$

15

2019~2020学年10月天津南开区天津市南开中学高一上学期周测B卷第11题

“ $x > 0, y > 0$ ”是“ $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} \geq 2$ ”的().

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

答案

A

解析

方法一: “ $x > 0, y > 0$ ”可以得到“ $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} \geq 2$ ”;

$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} \geq 2$ 只需 $xy > 0$ 即可,

所以“ $x > 0, y > 0$ ”是“ $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} \geq 2$ ”的充分不必要条件. 故选A.

方法二: “ $x > 0, y > 0$ ” $\Rightarrow$ “ $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} \geq 2$ ”, 反之不成立, 例如取 $x = y = -1$,

$\therefore$ “ $x > 0, y > 0$ ”是“ $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} \geq 2$ ”的充分而不必要条件. 故选A.

16 2020~2021学年12月天津河东区天津市第三十二中学高一上学期月考第14题5分

若 $x > 0$, $y > 0$, 且 $\log_2 3^x + \log_2 9^y = \log_4 81$, 则 $\frac{2}{x} + \frac{1}{3y}$ 的最小值为 _____.

答案 $\frac{4+2\sqrt{3}}{3}$

解析

$$\because \log_2 3^x + \log_2 9^y = \log_4 81,$$

$$\therefore x \log_2 3 + 2y \cdot \log_2 3 = \frac{4}{2} \log_2 3,$$

$$\therefore x + 2y = 2,$$

$$(x + 2y) \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{3y} \right)$$

$$= 2 + \frac{2}{3} + \frac{4y}{x} + \frac{x}{3y}$$

$$\geq \frac{8}{3} + 2\sqrt{\frac{4}{3}}$$

$$= \frac{8}{3} + \frac{4\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \frac{2}{x} + \frac{1}{3y} \geq \frac{4}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

当且仅当 $x = 2\sqrt{3}y$ 时取得最小值.

17 2018~2019学年天津南开区南开大学附属中学高二上学期期中第3题5分

不等式 $x^2 + 2x < \frac{a}{b} + \frac{16b}{a}$ 对任意 $a, b \in (0, +\infty)$ 恒成立, 则实数 x 的取值范围是()

A. $(-2, 0)$

B. $(-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$

C. $(-4, 2)$

D. $(-\infty, -4) \cup (2, +\infty)$

答案 C

解析

解: 对任意 $a, b \in (0, +\infty)$, $\frac{a}{b} + \frac{16b}{a} \geq 2\sqrt{\frac{a}{b} \times \frac{16b}{a}} = 8$, 所以只需 $x^2 + 2x < 8$

即 $(x - 2)(x + 4) < 0$, 解得 $x \in (-4, 2)$

故选: C.

4. 函数的三要素

函数的实际应用

18 2019~2020学年天津河东区高一上学期期中第18题10分

中国“一带一路”战略构思提出后，某科技企业为抓住“一带一路”带来的机遇，决定开发生产一款大型电子设备．生产这种设备的年固定成本为500万元，每生产 x 台，需另投入成本 $c(x)$ （万元），当年产量不足80台时， $c(x) = \frac{1}{2}x^2 + 40x$ （万元）；当产量不小于80台时， $c(x) = 101x + \frac{8100}{x} - 2180$ （万元）．若每台设备售价为100万元，通过市场分析，该企业生产的电子设备能全部售完．

- (1) 求年利润 y （万元）关于年产量 x 台的函数关系式．
- (2) 年产量为多少台时，该企业在这—电子设备的生产中所获利润最大？

答案

$$(1) \quad y = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 + 60x - 500, & 0 < x < 80 \\ 1680 - \left(x + \frac{8100}{x}\right), & x \geq 80 \end{cases}.$$

(2) 90台．

解析

(1) 当 $0 < x < 80$ 时，

$$\begin{aligned} y &= 100x - \left(\frac{1}{2}x^2 + 40x\right) - 500 \\ &= -\frac{1}{2}x^2 + 60x - 500, \end{aligned}$$

当 $x \geq 80$ 时，

$$\begin{aligned} y &= 100x - \left(101x + \frac{8100}{x} - 2180\right) - 500 \\ &= 1680 - \left(x + \frac{8100}{x}\right), \end{aligned}$$

$$\text{于是 } y = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 + 60x - 500, & 0 < x < 80 \\ 1680 - \left(x + \frac{8100}{x}\right), & x \geq 80 \end{cases}.$$

(2) 由(1)可知当 $0 < x < 80$ 时，

$$y = -\frac{1}{2}(x - 60)^2 + 1300,$$

此时当 $x = 60$ 时， y 取得最大值为1300（万元），

当 $x \geq 80$ 时，

$$y = 1680 - \left(x + \frac{8100}{x}\right) \leq$$

$$1680 - 2\sqrt{x \cdot \frac{8100}{x}} = 1500 ,$$

$$\text{当且仅当 } x = \frac{8100}{x} ,$$

即 $x = 90$ 时, y 取最大值为 1500 (万元) .

综上所述, 当年产量为 90 台时, 该企业在这一电子设备的生产中所获利润最大, 最大利润为 1500 万元 .

相等函数

19 2019~2020 学年天津南开区天津市南开中学高一上学期期中第 2 题 4 分

下列四组函数, 表示同一函数的是 () .

A. $f(x) = \sqrt{x^2}$, $g(x) = x$

B. $f(x) = x$, $g(x) = \frac{x^2}{x}$

C. $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$, $g(x) = \sqrt{x+2} \cdot \sqrt{x-2}$

D. $f(x) = |x+1|$, $g(x) = \begin{cases} x+1, & x \geq -1 \\ -x-1, & x < -1 \end{cases}$

答案 D

解析 对于 A, $f(x) = \sqrt{x^2}$, $g(x) = x$ 函数的解析式

不同, 所以 A 不正确;

对于 B, $f(x) = x$, $g(x) = \frac{x^2}{x}$, 两个函数的定义域不同, 所以不正确;

对于 C, $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$, $g(x) = \sqrt{x+2} \cdot \sqrt{x-2}$,

两个函数的定义域不同, 所以不正确;

对于 D, $f(x) = |x+1|$, $g(x) = \begin{cases} x+1, & x \geq -1 \\ -x-1, & x < -1 \end{cases}$,

函数的表达式与函数的定义域相同, 所以正确.

故选 D.

函数的三要素

20 2019~2020 学年天津高一上学期期末 (武清、蓟县、静海、宁河、宝坻) 第 12 题 4 分

函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}} - \log_3(4-x)$ 的定义域为 _____ .

答案 $(-1, 4)$

解析 由题意得 $\begin{cases} x+1 > 0 \\ 4-x > 0 \end{cases}$ 解得: $-1 < x < 4$,
故函数 $f(x)$ 的定义域为: $(-1, 4)$.

21 2019~2020学年10月天津和平区天津市第一中学高一上学期周测C卷第14题

函数 $y = 2 + \frac{x}{x^2 - 2}$, $x \in \left[-2, -\frac{1}{2}\right]$ 的值域是 _____ .

答案 $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right] \cup \left[\frac{16}{7}, +\infty\right)$

解析 $y = 2 + \frac{x}{x^2 - 2}$,
 $y = 2 + \frac{1}{x - \frac{2}{x}}$,
 $\therefore x$ 越大, $\frac{-2}{x}$ 越大,
 $\therefore x - \frac{2}{x}$ 在 $\left[-2, -\frac{1}{2}\right]$ 为增函数,
 $\therefore x - \frac{2}{x} \in \left[-2, \frac{7}{2}\right]$,
 $\therefore \frac{1}{x - \frac{2}{x}} \in \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{2}{7}, +\infty\right)$,
 $\therefore 2 + \frac{x}{x^2 - 2} \in \left(-\infty, \frac{3}{2}\right] \cup \left[\frac{16}{7}, +\infty\right)$.