

01初高衔接之不等式一练习题

1. 一元二次不等式

1 $x^2 + 6x - 16 < 0$.

答案 $(-8, 2)$

解析 略

2 $2x^2 - x - 1 \leq 0$.

答案 $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$.

3 $-2x^2 - x + 6 > 0$.

答案 $-2 < x < \frac{3}{2}$.

4 $-x^2 - x - 1 < 0$.

答案 全体实数 .

5 解下列不等式：

$$x^2 \geq 2x - 1 .$$

答案

$\mathbf{R}$.

解析 原不等式可化为 $x^2 - 2x + 1 \geq 0$,
即 $(x - 1)^2 \geq 0$,
显然该式恒成立 ,
所以原不等式的解集为 $\mathbf{R}$.

6 解不等式 : $-2x^2 + 12x - 19 > 0$

答案 $\emptyset$

解析 原不等式化为 $2x^2 - 12x + 19 < 0$,
因为 $2x^2 - 12x + 19 = 2(x - 3)^2 + 1 > 0$,
所以不等式的解集是 $\emptyset$.

7 解不等式 : $-6 \leq x^2 - x - 6 < 6$.

答案 $\{x | -3 < x \leq 0 \text{ 或 } 1 \leq x < 4\}$.

解析 原不等式可化为不等式组
$$\begin{cases} x^2 - x - 6 < 6 \\ -6 \leq x^2 - x - 6 \end{cases}, \text{ 即 } \begin{cases} x^2 - x - 12 < 0 \\ x^2 - x \geq 0 \end{cases},$$

即 $\begin{cases} (x - 4)(x + 3) < 0 \\ x(x - 1) \geq 0 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} -3 < x < 4 \\ x \geq 1 \text{ 或 } x \leq 0 \end{cases}$.
∴ 原不等式的解集为 : $\{x | -3 < x \leq 0 \text{ 或 } 1 \leq x < 4\}$.

2. 分式不等式

8 不等式 $\frac{1}{x} > 1$ 的解为 _____ .

答案 $0 < x < 1$

解析 由 $\frac{1}{x} > 1$, 得 $\frac{1-x}{x} > 0$,
即 $\frac{x-1}{x} < 0$, 解得 $0 < x < 1$.

9 $\frac{x-3}{x+7} < 0$.

答案 $\{x | -7 < x < 3\}$.

解析 方法一：(化为两个不等式组来解)：

$$\frac{x-3}{x+7} < 0 \text{ 等价于 } \begin{cases} x-3 > 0 \\ x+7 < 0 \end{cases} \text{ ① 或 } \begin{cases} x-3 < 0 \\ x+7 > 0 \end{cases} \text{ ②,}$$

解①得 $x \in \emptyset$, 解②得 $-7 < x < 3$,

$\therefore$ 原不等式的解集是 $\{x | -7 < x < 3\}$.

方法二：(化为一元二次不等式来解)：

$$\frac{x-3}{x+7} < 0 \text{ 等价于 } (x-3)(x+7) < 0, \text{ 解得 } -7 < x < 3,$$

$\therefore$ 原不等式的解集是 $\{x | -7 < x < 3\}$.

10 $\frac{2x-3}{x+1} < 0$.

答案 $-1 < x < \frac{3}{2}$.

解析 原不等式可化为：

$$\begin{cases} 2x-3 < 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} 2x-3 > 0 \\ x+1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{3}{2} \\ x < -1 \end{cases} \Rightarrow -1 < x < \frac{3}{2}.$$

解法二

$$\text{原不等式可化为：} (2x-3)(x+1) < 0 \Rightarrow -1 < x < \frac{3}{2}.$$

11 $\frac{1}{x+4} > 2$.

答案 $\left(-4, -\frac{7}{2}\right)$.

解析

$$\begin{aligned} \frac{1}{x+4} - 2 &> 0, \\ \therefore \frac{1-2(x+4)}{x+4} &> 0 \\ \therefore \frac{-2x-7}{x+4} &> 0, \\ (-2x-7)(x+4) &> 0, \\ \therefore -4 < x < -\frac{7}{2}. \end{aligned}$$

12 $\frac{5x+6}{x+1} > 1$.

答案 $x < -\frac{5}{4}$ 或 $x > -1$.

13 $\frac{3x+5}{x-2} \leq 2$.

答案 $-9 \leq x < 2$.

14 不等式 $\frac{2x}{3-x} \geq 1$ 的解是 _____.

答案 $1 \leq x < 3$,

解析

$$\begin{aligned} \frac{2x}{3-x} \geq 1 &\Leftrightarrow \frac{2x}{3-x} - 1 \geq 0, \\ \frac{2x-3+x}{3-x} &= \frac{3x-3}{3-x} \geq 0, \\ \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 3-x > 0 \end{cases} &\text{或} \begin{cases} x-1 \leq 0 \\ 3-x < 0 \end{cases}, \\ \therefore 1 &\leq x < 3 \end{aligned}$$