

04对数函数2及基本初等函数综合练习题

1. 对数函数综合问题

1 2018~2019学年天津西青区天津市西青区杨柳青第一中学高一上学期期中第8题4分

函数 $y = \log_2(x^2 - 3x + 2)$ 的递增区间为 () .

- A. $\left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$ B. $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$ C. $(2, +\infty)$ D. $(-\infty, 1)$

答案 C

解析 令 $u = x^2 - 3x + 2 > 0$,

得 $x < 1$ 或 $x > 2$,

函数 $y = \log_{0.5} u$ 在 $u > 0$ 单调递减,

根据复合函数的单调性.

故选C.

2 2018~2019学年天津河西区天津市第四十二中学高一上学期期中第17题8分

已知 $f(x) = \log_a(1+x) - \log_a(1-x)$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) .

- (1) 求函数 $f(x)$ 的定义域;
- (2) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性;
- (3) 求使 $f(x) > 0$ 的 x 的取值范围.

答案 (1) $(-1, 1)$.

(2) 奇函数 .

(3) $a > 1$, $x \in (0, 1)$; $0 < a < 1$, $x \in (-1, 0)$.

解析 (1) 由 $\begin{cases} 1+x > 0 \\ 1-x > 0 \end{cases}$, 可得 $-1 < x < 1$,

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-1, 1)$.

$$(2) \quad f(-x) = \log_a(1-x) - \log_a(1+x) = -f(x),$$

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 是奇函数.

$$(3) \quad f(x) > 0, \text{ 即 } \log_a(1+x) - \log_a(1-x) > 0,$$

$$\text{即 } \log_a \frac{1+x}{1-x} > 0,$$

$$\textcircled{1} a > 1, \text{ 等价于 } \frac{1+x}{1-x} > 1, \text{ 等价于 } 1+x > 1-x,$$

又等价于 $x > 0$, 故对 $a > 1$, 当 $x \in (0, 1)$ 时有 $f(x) > 0$;

$$\textcircled{2} \text{ 对 } 0 < a < 1, \text{ 等价于 } 0 < \frac{1+x}{1-x} < 1, \text{ 等价于 } -1 < x < 0,$$

故对 $0 < a < 1$, 当 $x \in (-1, 0)$ 时有 $f(x) > 0$.

3 2018~2019学年天津蓟县高一上学期期末第18题12分

设函数 $f(x) = \lg \frac{a}{x+1} (a \in \mathbf{R})$, 且 $f(1) = 0$.

(1) 求 a 的值.

(2) 求 $f(x)$ 的定义域.

(3) 判断 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上的单调性, 并用单调性的定义证明.

答案

(1) 2.

(2) $(-1, +\infty)$.

(3) 证明见解析.

解析

(1) 根据题意,

$$\text{函数 } f(x) = \lg \frac{a}{x+1} (a \in \mathbf{R}),$$

$$\text{且 } f(1) = 0,$$

$$\text{则 } f(1) = \lg \frac{a}{2} = 0,$$

$$\text{则 } \frac{a}{2} = 1,$$

$$\text{解得 } a = 2.$$

故答案为: 2.

(2) 根据题意,

$$f(x) = \lg \frac{2}{x+1},$$

$$\text{必有 } \frac{2}{x+1} > 0,$$

解得 $x > -1$,

即函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-1, +\infty)$.

故答案为 : $(-1, +\infty)$.

(3) $f(x) = \lg \frac{2}{x+1}$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递减 ,

证明 :

设 $0 < x_1 < x_2$,

则 $f(x_1) - f(x_2)$

$$= \lg \frac{2}{x_1+1} - \lg \frac{2}{x_2+1}$$

$$= \lg \frac{x_2+1}{x_1+1}$$

$$= \lg(x_2+1) - \lg(x_1+1) ,$$

又由 $0 < x_1 < x_2$,

得 $\lg(x_2+1) > \lg(x_1+1)$,

所以 $f(x_1) > f(x_2)$,

即函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减 .

2. 基本初等函数综合



赋值运算

4

2018~2019学年天津蓟县高一上学期期中第4题4分

已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x \geq 0 \\ -x^2+1, & x < 0 \end{cases}$, 则 $f(f(-1)) = (\quad)$.

A. 0

B. -1

C. 1

D. 2

答案 C

解析 根据 $f(x)$ 的解析式即可求出 :

$$f(f(-1)) = f(0) = 1 .$$

故选C .

5 2018~2019学年10月天津南开区南开大学附属中学高一上学期月考第6题4分

设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 1 \\ \frac{2}{x}, & x > 1 \end{cases}$, 则 $f(f(3)) = (\quad)$.

A. $\frac{1}{5}$

B. 3

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{13}{9}$

答案 D

解析 $f(3) = \frac{2}{3}$, $f(f(3)) = f\left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 1 = \frac{13}{9}$.

故选D .

6 2018~2019学年9月天津西青区天津市西青区杨柳青第一中学高一上学期月考第11题

已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 3, & x \leq 0 \\ 3 - x, & x > 0 \end{cases}$, 则 $f(f(5)) = \underline{\hspace{2cm}}$.

答案 -1

解析 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 3, & x \leq 0 \\ 3 - x, & x > 0 \end{cases}$,

$$\therefore f(5) = 3 - 5 = -2 ,$$

$$\therefore f(f(5)) = f(-2) = (-2)^2 + 4 \times (-2) + 3 = -1 .$$

故答案为-1 .

7 2018~2019学年天津和平区天津市耀华中学高一上学期期中第6题4分

已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_3 x, & x > 0 \\ 2^x, & x \leq 0 \end{cases}$, 则 $f\left(f\left(\frac{1}{9}\right)\right) = (\quad)$.

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{1}{8}$

答案 B

解析 $\therefore$ 函数 $f(x) = \begin{cases} \log_3 x, & x > 0 \\ 2^x, & x \leq 0 \end{cases}$,

$$\therefore f\left(\frac{1}{9}\right) = \log_3 \frac{1}{9} = -2 ,$$

$$f\left(f\left(\frac{1}{9}\right)\right) = f(-2) = 2^{-2} = \frac{1}{4} .$$

故选：B .



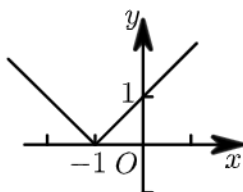
函数图像

8

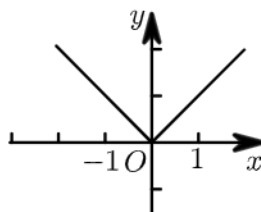
2018~2019学年天津蓟县高一上学期期中第3题4分

函数 $y = |x + 1|$ 的图象是 () .

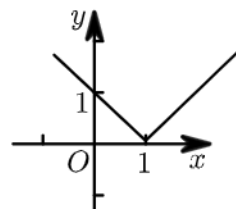
A.



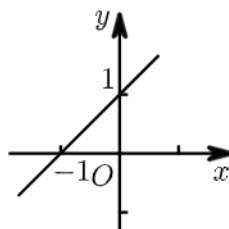
B.



C.



D.



答案

A

解析

$\because$ 函数 $y = |x + 1| = \begin{cases} x + 1, & \text{当 } x \geq -1 \text{ 时} \\ -x - 1, & \text{当 } x < -1 \text{ 时} \end{cases}$,

$\therefore$ 画出图象应为A所示的图象 .

故选A



零点问题

9

2018~2019学年天津静海县静海县第一中学高一上学期期中第3题4分

已知函数 $f(x) = \frac{3}{x} - \log_2 x$, $x \in (0, +\infty)$, 则 $f(x)$ 的零点所在的区间是 () .

A. (0, 1)

B. (1, 2)

C. (2, 3)

D. (3, 4)

答案

C

解析

易知函数 $f(x) = \frac{3}{x} - \log_2 x$ 是定义域上的减函数 ,

$$f(2) = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2} > 0,$$

$$f(3) = 1 - \log_2 3 = \frac{1}{2} < 0,$$

$$f(2)f(3) < 0,$$

故函数 $f(x) = \frac{3}{x} - \log_2 x$ 的零点所在的区间为 $(2, 3)$.

故选：C.

10 2019~2020学年天津河东区高一上学期期末第4题5分

函数 $f(x) = \frac{4}{x} - 2^x$ 的零点所在区间是 ().

A. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

B. $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$

C. $\left(1, \frac{3}{2}\right)$

D. $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$

答案 C

解析

根据题意，函数 $f(x) = \frac{4}{x} - 2^x$ ，分析易得函数 $f(x)$ 为减函数，

$$\text{且 } f\left(\frac{1}{2}\right) = 8 - \sqrt{2} > 0,$$

$$f(1) = 4 - 2 = 2 > 0,$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{8}{3} - \sqrt{8} < 0,$$

$$f(2) = 2 - 4 = -2 < 0,$$

则函数 $f(x) = \frac{4}{x} - 2^x$ 的零点所在区间是 $\left(1, \frac{3}{2}\right)$ ；

故选C.