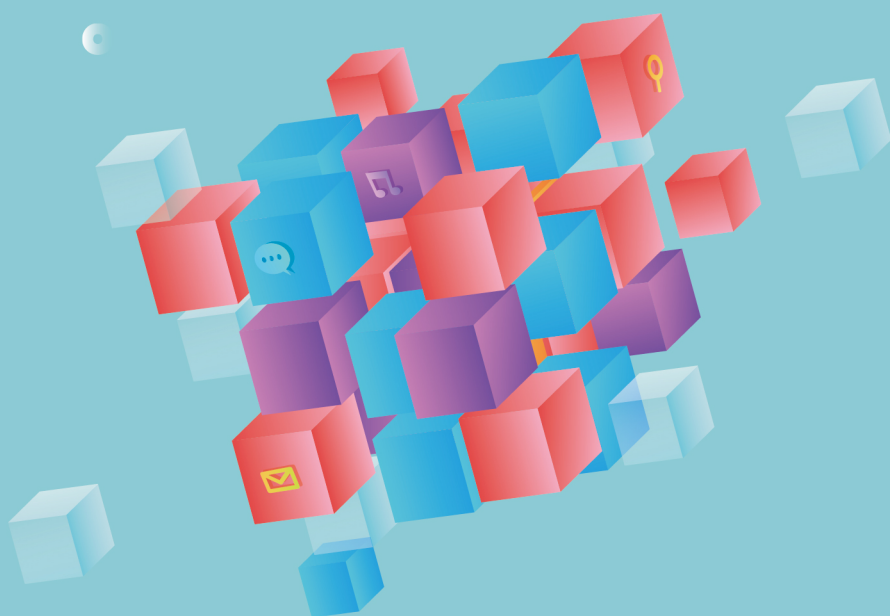


知识魔方

i 数学



总 主 编：马建明

本模块主编：吕金琳

教 研 团 队：吕金琳 闫聪聪

封面设计：刘雅迪

前言

学而思一对一产品升级介绍

为进一步打造本地化产品，助力学生高考，学而思 1 对 1 产品团队打造了模块课系列产品，该产品旨在将高中阶段所有的知识点全部打散，再针对每一个学生的具体情况重新组合，制定个性化的学习方案，帮助学生进步。

随着模块课 1.0 版本的推进，无论是课程选择，还是内容学习上，学生有更多可以选择的空间，切实满足不同学生的个性化需求。本着“随需而变，才有未来”的精神，我们又推出了 2.0 版本《知识魔方·i 系列》，此系列涵盖《知识魔方·i 数学》、《知识魔方·i 物理》、《知识魔方·i 化学》、《知识魔方·i 生物》、《知识魔方·i 历史》多种学科，结合学科共性，统一产品逻辑，与此同时，兼顾到学科特色，创新学习形式，激发学生学习兴趣，做学习的主人。

本产品在设计上有三个突出的**特点**：

- (1) 模块产品，私人订制效果棒
- (2) 本地优化，海量资源覆盖广
- (3) 知识解构，新旧旧识尽入囊



扫描二维码，关注公众号，获取更多学习资料

高中数学课程产品设计

考点分析：以大数据方式分析考试重点难点，紧扣考试热点，让同学们的复习更具针对性。

知识导图：梳理知识结构，帮助同学们形成网络状的知识图谱，更有助于对知识点的理解记忆。

典型例题：分析考试情况，精选最新的考题，让同学们清楚每一个知识点的考法。

巩固练习：匹配同类型题目，讲练结合，锻炼提升解题能力。

本模块介绍

在此前，我们接触并学习到了如何求解不等式，而利用不等式表示数字或式子的大小或包含关系有时并不是很简洁明了，而为了达到这一目的，我们在此模块将对集合部分的知识进行学习。当我们掌握了“区间表示法”并了解了集合的交并包含关系后，就会发现很多复杂的不等式关系竟然变得清晰起来啦~

在此基础上，我们又会进一步对集合的包含关系从另一个角度进行学习研究，这便是简易逻辑部分主要研究的内容啦，清晰而又直观的“韦恩图”将会把你的疑惑——解开。

最后，便是基本不等式这一题型多变的章节了，大家不妨开动脑筋，看看这和我们之前提到的解不等式有什么差别和联系！

目 录

第 1 讲 集合的概念与关系.....	01
第 2 讲 集合的运算.....	05
第 3 讲 常用逻辑用语.....	09
第 4 讲 基本不等式.....	13



我们一起开始学习吧 o (*^_^*) o



第 1 讲

集合的概念与关系





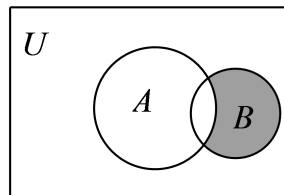
集中元素的性质

- 1 下列各组对象可构成一个集合的是 ().
 A. 与 1 非常接近的数 B. 我校学生中的女生 C. 中国漂亮的工艺品 D. 本班视力差的女生
- 2 已知集合 $A = \{2, x, x^2\}$, 若 $1 \in A$, 则 x 的值为 ().
 A. 1 B. -1 C. ± 1 D. 0



集合的表示方法

- 3 集合 $A = \{x | x^2 + x - 2 \leq 0, x \in \mathbf{Z}\}$, 则集合 A 中所有元素之积为 ____.
- 4 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, 集合 $A = \{1, 2, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, 则下图的阴影部分表示的集合为 ().



- A. $\{2\}$ B. $\{4, 6\}$ C. $\{1, 3, 5\}$ D. $\{4, 6, 7, 8\}$



集合间的关系

- 5 设 $m, n \in \mathbf{R}$, 集合 $\{1, m, m+n\} = \left\{0, n, \frac{n}{m}\right\}$, 则 $m - n =$ ____.



元素与集合、集合与集合间的关系

- 6 若 $2 \in \{1, x^2 + x\}$, 则 x 的值为 ().
 A. -2 B. 1 C. 1 或 -2 D. -1 或 2
- 7 设集合 $A = \{x | x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$, $a = 5$, 则有 ().
 A. $a \in A$ B. $a \notin A$ C. $\{a\} \in A$ D. $\{a\} \supseteq A$
- 8 已知集合 $A = \{x | x^2 < 1\}$, 且 $a \in A$, 则 a 的值可能为 ().
 A. -2 B. -1 C. 0 D. 1
- 9 设有下列关系: ① $\sqrt{2} \in \mathbf{R}$; ② $4 \in \mathbf{Q}$; ③ $0 \in \mathbf{N}$; ④ $0 \in \{0, 1\}$. 其中正确的个数为 ().
 A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- 10 设集合 $A = \{x \in \mathbf{Q} | x > -1\}$, 则 ().
 A. $\emptyset \notin A$ B. $\sqrt{2} \notin A$ C. $\sqrt{2} \in A$ D. $\{\sqrt{2}\} \subseteq A$



- 11 下列各式中① $\{0\} \in \{0, 1, 2\}$; ② $\{0, 1, 2\} \subseteq \{2, 1, 0\}$; ③ $\emptyset \subseteq \{0, 1, 2\}$; ④ $\emptyset = \{0\}$; ⑤ $\{0, 1\} = \{(0, 1)\}$; ⑥ $0 = \{0\}$. 正确的个数是 () 个.
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

- 12 已知集合 $A = \{x | x^2 - 1 = 0\}$, 给出下列结论: ① $1 \in A$; ② $\{-1\} \in A$; ③ $\emptyset \subseteq A$; ④ $\{-1, 1\} = A$. 其中, 正确结论的个数是 () 个.
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个



子集个数

- 13 若集合 $M = \{x \in \mathbf{N} | x \leq 2\}$, 则 M 的真子集有 () 个.
- A. 3 个 B. 4 个 C. 7 个 D. 8 个

- 14 已知集合 $A = \{x | x \in \mathbf{Z}, -x^2 + x + 2 > 0\}$, 则集合 A 的子集个数为 () 个.
- A. 4 B. 5 C. 6 D. 8

第 2 讲

集合的运算





交集

- 1 已知集合 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 3, 5, 6\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.
 A. $\emptyset$ B. $\{3, 5\}$ C. $\{1, 2, 6\}$ D. $\{1, 2, 3, 5, 6\}$
- 2 若集合 $M = \{-1, 0, 1, 2\}$, $N = \{y | y = 2x + 1, x \in M\}$, 则集合 $M \cap N$ 等于 $(\quad)$.
 A. $\{-1, 1\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{-1, 1, 3, 5\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$
- 3 设集合 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{x | x^2 - x < 2\}$, 则集合 $A \cap B = (\quad)$.
 A. $\{-1, 0, 1\}$ B. $\{-1, 0\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{-1, 1\}$
- 4 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | x \leq 5\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} | x > 1\}$, 那么 $A \cap B$ 等于 $(\quad)$.
 A. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ B. $\{2, 3, 4, 5\}$ C. $\{2, 3, 4\}$ D. $\{x \in \mathbf{R} | 1 < x \leq 5\}$
- 5 已知集合 $M = \{x | x^2 - 4x < 0\}$, $N = \{x | |x| < 3\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$.
 A. $(1, 3)$ B. $(0, 3)$ C. $(0, 4)$ D. $\emptyset$
- 6 已知集合 $A = \{x | |2x - 1| > 1\}$, $B = \{x | x^2 - 3x \leq 0\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.
 A. $(1, 3]$ B. $(0, 1)$ C. $\mathbf{R}$ D. $\emptyset$
- 7 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | 3x + 2 > 0\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} | (x + 1)(x - 3) > 0\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.
 A. $(-\infty, -1)$ B. $(-1, -\frac{2}{3})$ C. $(-\frac{2}{3}, 3)$ D. $(3, +\infty)$
- 8 若集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | 3x + 2 > 0\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} | x^2 - 2x - 3 > 0\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.
 A. $\{x \in \mathbf{R} | x < -1\}$ B. $\{x \in \mathbf{R} | -1 < x < -\frac{2}{3}\}$
 C. $\{x \in \mathbf{R} | -\frac{2}{3} < x < 3\}$ D. $\{x \in \mathbf{R} | x > 3\}$



并集

- 9 设集合 $M = \{4, 5, 6, 8\}$, 集合 $N = \{3, 5, 7, 8\}$, 那么 $M \cup N = (\quad)$.
 A. $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ B. $\{5, 8\}$ C. $\{3, 5, 7, 8\}$ D. $\{4, 5, 6, 8\}$



- 10 若 $A = \{x|0 < x < \sqrt{2}\}$, $B = \{x|1 \leq x < 2\}$, 则 $A \cup B = (\quad)$.
- A. $\{x|x \leq 0\}$ B. $\{x|x \geq 2\}$ C. $\{x|0 \leq x \leq \sqrt{2}\}$ D. $\{x|0 < x < 2\}$



子集的交并关系

- 11 若集合 $A = \{x|x \geq 0\}$, 且 $A \cap B = B$, 则集合 B 可能是 ().
- A. $\{1, 2\}$ B. $\{x|x \leq 1\}$ C. $\{-1, 0, 1\}$ D. $\mathbf{R}$
- 12 已知集合 $A = \{x|-2 \leq x \leq 3\}$, 集合 B 满足 $A \cap B = A$, 则 B 可能为 ().
- A. $\{x|-1 < x \leq 3\}$ B. $\{x|-2 < x < 3\}$ C. $\{x|-3 \leq x \leq 2\}$ D. $\{x|-3 \leq x \leq 3\}$
- 13 已知 $A = \{-1, 3, m\}$, 集合 $B = \{3, 4\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.



补集的交并综合

- 14 全集 $U = \{-1, -2, -3, -4, 0\}$, 集合 $A = \{-1, -2, 0\}$, $B = \{-3, -4, 0\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B = (\quad)$.
- A. $\{0\}$ B. $\{-3, -4\}$ C. $\{-1, -2\}$ D. $\{-1, -2, 0\}$
- 15 设集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, 则 $\complement_U (A \cup B) = (\quad)$.
- A. $\{2, 6\}$ B. $\{3, 6\}$ C. $\{1, 3, 4, 5\}$ D. $\{1, 2, 4, 6\}$
- 16 全集 $U = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, 集合 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{-1, 0, 3\}$, 则集合 $A \cup (\complement_U B) = (\quad)$.
- A. $\{1, 2\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$ C. $\{-1, 0, 1, 2\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$
- 17 已知 $A = \{x|x + 1 > 0\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$.

第 3 讲

常用逻辑用语





判断前是后的什么条件

- 1 设 $p: x < 3$, $q: -1 < x < 3$, 则 p 是 q 成立的 ().
 A. 充分必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充分不必要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- 2 设 $a \in \mathbf{R}$, 则 $a > 1$ 是 $\frac{1}{a} < 1$ 的 ().
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- 3 设 $x \in \mathbf{R}$, “ $x > 0$ ” 是 “ $x(x+1) > 0$ ” 的 ().
 A. 充分非必要条件
 B. 必要非充分条件
 C. 充要条件
 D. 既非充分又非必要条件
- 4 设 $a \in \mathbf{R}$, 则 “ $a > 1$ ” 是 “ $a^2 > a$ ” 的 ().
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- 5 若 $a > 0$, $b > 0$, 则 “ $a > 2$ 且 $b > 2$ ” 是 “ $a + b > 4$ ” 的 ().
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分又不必要条件



根据条件关系求解参数取值范围

- 6 若 “ $x > 3$ ” 是 “ $x > a$ ” 的充分不必要条件, 则实数 a 的取值范围是 _____.
- 7 $p: 1 \leq -x < 2$, $q: x \geq a$, 若 p 是 q 成立的充分非必要条件, 则实数 a 的取值范围是 _____.



使命题成立的某某条件求解

- 8 不等式 $1 - \frac{1}{x} > 0$ 成立的充分不必要条件是 ().
 A. $x > -1$
 B. $x > 1$
 C. $x < -1$ 或 $0 < x < 1$
 D. $-1 < x < 0$ 或 $x > 0$
- 9 设 $x \in \mathbf{R}$, 则 $x > 2$ 的一个充分不必要条件是 ().
 A. $x > 1$
 B. $x < 1$
 C. $x > 3$
 D. $x < 3$
- 10 $2x^2 - 5x - 3 < 0$ 的一个必要不充分条件是 ().
 A. $-\frac{1}{2} < x < 3$
 B. $-1 < x < 6$
 C. $-\frac{1}{2} < x < 0$
 D. $-3 < x < \frac{1}{2}$



命题的否定

- 11 命题 “ $\exists x \in (0, 1), x^2 - x < 0$ ” 的否定是 ().
- A. $\exists x \notin (0, 1), x^2 - x \geq 0$ B. $\exists x \in (0, 1), x^2 - x \geq 0$
C. $\forall x \notin (0, 1), x^2 - x < 0$ D. $\forall x \in (0, 1), x^2 - x \geq 0$
- 12 已知命题 $P: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 \leq 0$, 则 $\neg P$ 为 ().
- A. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 > 0$ B. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 < 0$
C. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 \leq 0$ D. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 > 0$
- 13 设命题 $p: \exists x < 0, x^2 \geq 1$, 则 $\neg p$ 为 ().
- A. $\forall x \geq 0, x^2 < 1$ B. $\forall x < 0, x^2 < 1$ C. $\exists x \geq 0, x^2 < 1$ D. $\exists x < 0, x^2 < 1$
- 14 “ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 1 > 0$ ” 的否定是 ().
- A. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 1 \leq 0$ B. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 1 < 0$
C. $\exists x_0 \in \mathbf{R}$, 使得 $x_0^2 + 2x_0 + 1 < 0$ D. $\exists x_0 \in \mathbf{R}$, 使得 $x_0^2 + 2x_0 + 1 \leq 0$
- 15 命题 “ $\forall x \in \mathbf{R}, 2x^2 - 1 \leq 0$ ” 的否定是 ().
- A. $\forall x \in \mathbf{R}, 2x^2 - 1 \geq 0$ B. $\exists x \in \mathbf{R}, 2x^2 - 1 \leq 0$
C. $\exists x \in \mathbf{R}, 2x^2 - 1 > 0$ D. $\forall x \in \mathbf{R}, 2x^2 - 1 > 0$

第 4 讲

基本不等式





一个参数的均值



直接套用基本不等式

- 1 函数 $y = x + \frac{1}{x} + 1 (x > 0)$ 的最小值为 ().
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 2 设 $x > 0$, 则 $y = 3 - 3x - \frac{1}{x}$ 的最大值是 ____.
- 3 若 $a \in \mathbf{R}$, 则 “ $a > 0$ ” 是 “ $a + \frac{1}{a} \geq 2$ ” 的 ().
A. 必要不充分条件 B. 充分不必要条件
C. 充要条件 D. 既非充分也非必要条件



配凑法 (加减常数)

- 4 若 $x > 1$, 则 $x + \frac{1}{x-1}$ 的最小值是 ().
A. 1 B. 2 C. 3 D. $2\sqrt{2}$
- 5 若 $x > -1$, 则函数 $y = x + \frac{1}{x+1}$ 取最小值时对应的 x 的值为 ____.
- 6 求解:
已知 $x < \frac{5}{4}$, 求函数 $y = 4x - 2 + \frac{1}{4x-5}$ 的最大值.



分式型

- 7 求下列函数的最值.
求函数 $y = \frac{x^2 + 2}{x - 1} (x > 1)$ 的最小值.



两个参数的均值



直接使用基本不等式

8 若 $ab = 1$ ，且 $a > 0$ ， $b > 0$ ，则 $a + b$ 的最 _____（填“大”或“小”）值为 _____，此时 $a =$ _____， $b =$ _____。

9 若 $a > b$ ，则下列不等式中正确的是（ ）。

A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

B. $a^2 > b^2$

C. $a + b > 2\sqrt{ab}$

D. $a^2 + b^2 > 2ab$



调和形式（1的代换）

10 设 x, y 都是正数，且 $\frac{1}{x} + \frac{9}{y} = 1$ ，则 $x + y$ 的最小值为 _____。

11 若正数 m, n 满足 $2m + n = 1$ ，则 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ 的最小值为 _____。



配凑

12 已知实数 a, b 满足 $a > b$ ，且 $ab = 2$ ，则 $\frac{a^2 + b^2 + 1}{a - b}$ 的最小值是 _____。

13 已知 $a > b > 0$ ，则 $2a + \frac{3}{a+b} + \frac{2}{a-b}$ 的最小值为 _____。

