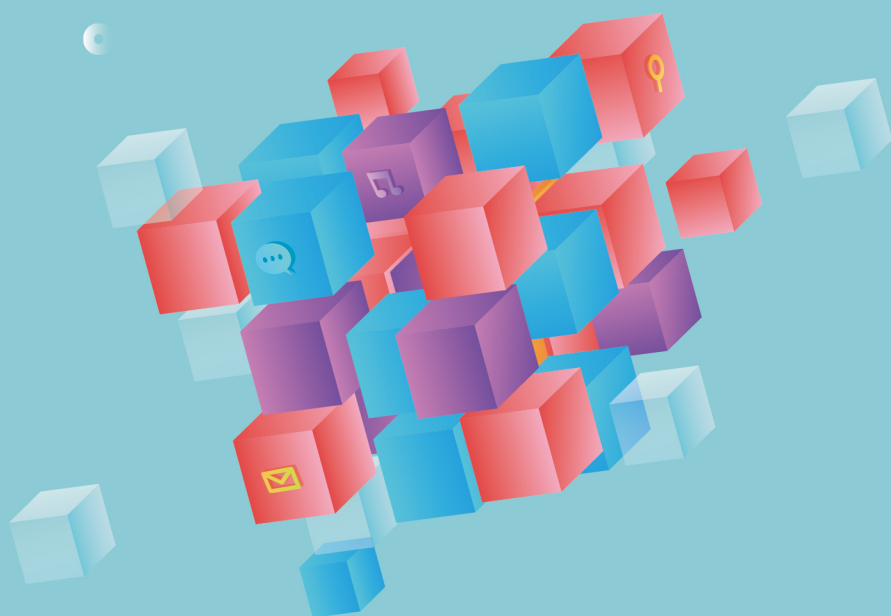


知识魔方

i 数学



总 主 编：马建明

本模块主编：吕金琳

教 研 团 队：吕金琳 严立

闫聪聪

封面设计：刘雅迪

前言

学而思一对一产品升级介绍

为进一步打造本地化产品，助力学生高考，学而思 1 对 1 产品团队打造了模块课系列产品，该产品旨在将高中阶段所有的知识点全部打散，再针对每一个学生的具体情况重新组合，制定个性化的学习方案，帮助学生进步。

随着模块课 1.0 版本的推进，无论是课程选择，还是内容学习上，学生有更多可以选择的空间，切实满足不同学生的个性化需求。本着“随需而变，才有未来”的精神，我们又推出了 2.0 版本《知识魔方·i 系列》，此系列涵盖《知识魔方·i 数学》、《知识魔方·i 物理》、《知识魔方·i 化学》、《知识魔方·i 生物》、《知识魔方·i 历史》多种学科，结合学科共性，统一产品逻辑，与此同时，兼顾到学科特色，创新学习形式，激发学生学习兴趣，做学习的主人。

本产品在设计上有三个突出的**特点**：

- (1) 模块产品，私人订制效果棒
- (2) 本地优化，海量资源覆盖广
- (3) 知识解构，新旧旧识尽入囊



扫描二维码，关注公众号，获取更多学习资料

高中数学课程产品设计

考点分析：以大数据方式分析考试重点难点，紧扣考试热点，让同学们的复习更具针对性。

知识导图：梳理知识结构，帮助同学们形成网络状的知识图谱，更有助于对知识点的理解记忆。

典型例题：分析考试情况，精选最新的考题，让同学们清楚每一个知识点的考法。

巩固练习：匹配同类型题目，讲练结合，锻炼提升解题能力。

本模块介绍

函数是高中数学知识体系中最重要基础章节，导数、三角函数、数列作为函数重要的延伸知识考点，常年出现在各个考试的综合试题中。函数模块在本章内容主要包括函数的三要素、函数的图象与函数的性质。

函数的概念是重要而又基础的知识点，需要同学们熟练掌握此节内容。希望学生可以通过本节课程的学习，理解映射、函数的概念、确定函数的三个要素及同一函数的定义。

目 录

第 1 讲 函数的概念..... 01

- 知 识 点 1 函数的定义
- 知 识 点 2 函数的表示方法
- 知 识 点 3 函数相等
- 知 识 点 4 确定函数定义域
- 知 识 点 5 抽象函数定义域
- 知 识 点 6 函数解析式求法
- 知 识 点 7 分段函数

第 2 讲 函数的值域与最值.....11

- 知 识 点 1 函数的值域
- 知 识 点 2 函数值域的求法
- 知 识 点 3 其他函数的值域
- 知 识 点 4 二次函数含参最值问题



我们一起开始学习吧 o (*^_^*) o



第 1 讲

函数的概念





函数的定义

1. 函数的定义

设 A 、 B 是两个非空数集，如果按照某种确定的对应关系 f ，使对于集合 A 中的任意一个数 x ，在集合 B 中都有唯一确定的数 $f(x)$ 和它对应——

那么就称 $f: A \rightarrow B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个函数，记作 $f(x) (x \in A)$ ；

2. 函数定义中强调“三性”——任意性、存在性、唯一性

即对于非空数集 A 中的任意一个（任意性）数 x ，在集合 B 中都有（存在性）唯一（唯一性）的数 y 与之对应。这三性只要有一个不满足，便不能构成函数。

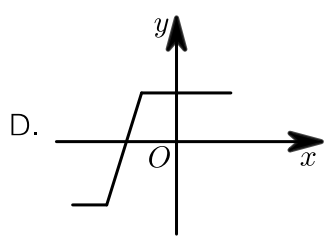
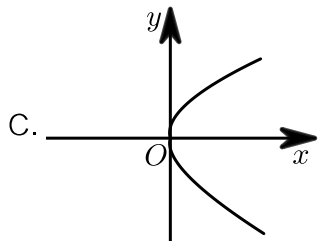
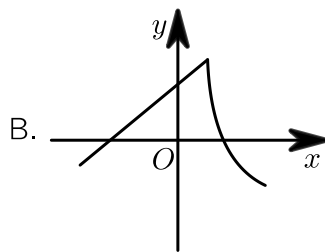
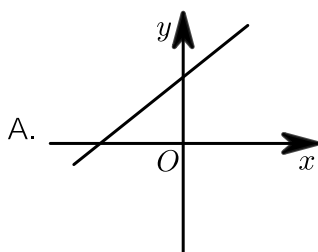
3. 函数三要素

以上定义中， x 叫做自变量， x 的取值范围 A 叫做函数的定义域；与 x 的值相对应的 y 值叫做函数值，函数值的集合 $\{f(x) | x \in A\}$ 叫做函数的值域

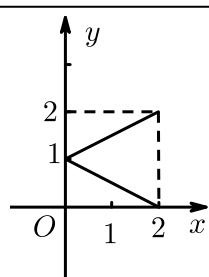
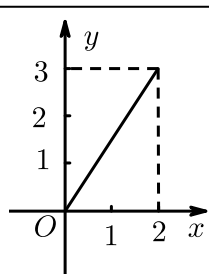
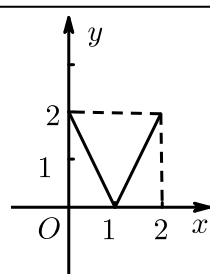
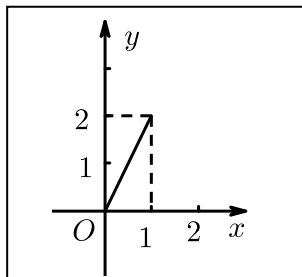
定义域、值域、对应关系是函数的三要素

显然， $\{f(x) | x \in A\} \subseteq B$ 。

1 下列各图中，不可能是函数 $f(x)$ 图象的是（ ）。



2 已知 $M = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$ ， $N = \{y | 0 \leq y \leq 3\}$ ，给出下列四个图形，其中能表示从集合 M 到集合 N 的函数关系的有（ ）。



A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个



函数的表示方法

1. 解析法

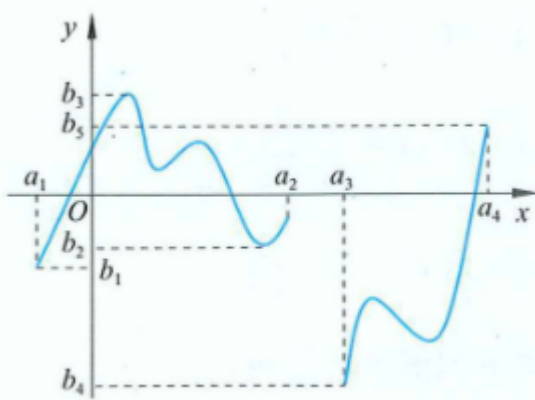
用**数学表达式**表示两个变量之间的对应关系，这种表示函数的方法叫做**解析法**，这个数学表达式叫做函数的**解析式**。

举例： $f(x) = 3x + 5$ ；狄利克雷函数： $f(x) = \begin{cases} 1 & x \text{ 为有理数} \\ 0 & x \text{ 为无理数} \end{cases}$

2. 图象法

以自变量 x 的值为横坐标，与之对应的函数值 $f(x)$ 为纵坐标，在平面直角坐标系中描出各个点 $(x, f(x))$ ，这些点组成的**图形**称为函数 $y = f(x)$ 的**图象**，这种用图象表示两个变量之间对应关系的方法叫做**图象法**。

举例：



3. 列表法

列一个两行多列的表格，第一行是自变量的取值，第二行是对应的函数值。这种用**表格**来表示两个变量之间的对应关系的方法叫做列表法。

举例：

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$	1	8	27	64	125	216	343	512

4. 三种方法的优缺点

	优点	缺点
解析法	①简明、全面地概括了变量间的关系 ②求出自变量任一值所对应的函数值	①不够形象、直观、具体 ②不是所有的函数都能用解析式表示出来
图象法	能直观、形象地表示出函数变化情况	①只能近似地求出自变量的值所对应的函数值 ②有时误差较大
列表法	不需要计算就可以直接看出与自变量的值相对应的函数值	它只能表示自变量取较少的有限值的对应关系



函数相等

1. 函数相等的定义

如果两个函数的定义域相同，并且对应关系完全一致，我们就称这两个函数**相等**。

2. 如何判断两个函数是否相等

只有当两个函数的定义域和对应关系都分别相同时，这两个函数才是同一函数，换言之就是：

①**定义域**不同，两个函数也就不同。

②**对应关系**不同，两个函数也是不同的。

③**即使定义域和值域都分别相同的两个函数，它们也不一定是同一函数**

因为函数的定义域和值域**不能唯一地**确定函数的对应关系。

3 下列各组函数是同一函数的是 ()。

① $f(x) = \sqrt{-2x^3}$ 与 $g(x) = x\sqrt{-2x}$;

② $f(x) = |x|$ 与 $g(x) = \sqrt{x^2}$;

③ $f(x) = x^0$ 与 $g(x) = 1$;

④ $f(x) = x^2 - 2x - 1$ 与 $g(t) = t^2 - 2t - 1$ 。

A. ①②

B. ②③

C. ①④

D. ②④

4 下列各组函数中，表示同一函数的是 ()。

A. $f(x) = x + 1$ 和 $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

B. $f(x) = \sqrt{x^2}$ 和 $g(x) = (\sqrt{x})^2$

C. $f(x) = \frac{(\sqrt{x})^2}{x}$ 和 $g(x) = \frac{x}{(\sqrt{x})^2}$

D. $f(x) = x^2$ 和 $g(x) = (x + 1)^2$

5 下列各组函数是同一函数的是 ()。

A. $y = \frac{|x|}{x}$ 与 $y = 1$

B. $y = \frac{x^2}{x}$ 与 $y = x$

C. $y = \frac{x^3 + x}{x^2 + 1}$ 与 $y = x$

D. $y = \sqrt{(x - 1)^2}$ 与 $y = x - 1$



确定函数定义域

①若 $f(x)$ 是整式，则其定义域为_____

②若 $f(x)$ 是分式，则定义域是_____

③若 $f(x)$ 是偶次根式，则定义域是_____

④ $f(x) = x^0$ 的定义域是_____

⑤若 $f(x)$ 由若干结构的代数式构成，则函数的定义域是_____



6 求下列函数的定义域:

$$(1) f(x) = \frac{6}{x^2 - 3x + 2}. \quad (2) f(x) = \frac{\sqrt{4-x}}{x-1}.$$

7 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x-4}}{|x|-5}$ 的定义域为 _____.

8 求函数定义域.

$$(1) f(x) = \sqrt{3x-1} + \sqrt{1-2x} + 4. \quad (2) f(x) = \frac{\sqrt{x^2-5x+6}}{x-1}.$$

9 函数 $f(x) = \frac{(2x+3)^0}{\sqrt{2-x-x^2}}$ 的定义域是 _____.

10 若 $f(x) = \frac{3x}{x-4} + \sqrt{x+2}$ 的定义域为 _____.

包罗万象 举一反三 1

11 已知函数 $f(x) = \sqrt{3-x} - \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ 的定义域为集合 A , 集合 $B = \{x | 2m \leq x \leq 1-m\}$.

(1) 当 $m = -1$ 时, 求 $A \cup B$.

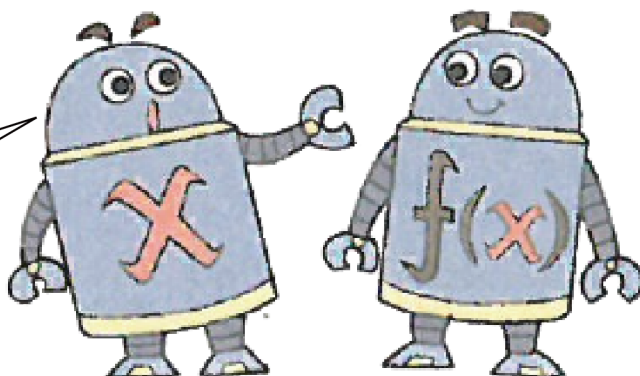
(2) 若 $A \subseteq B$, 求实数 m 的取值范围.

(3) 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 m 的取值范围.



抽象函数定义域

不管你变成什么样子，只要是定义域就来找我！



1. 求解抽象函数定义域的要点

- ①函数的定义域永远指的是自变量 x 本身的范围
- ②对于一道题目，同一对应法则所直接作用的对象范围必须保持一致

2. 求解抽象函数定义域具体办法

- ①已知 $f(x)$ 的定义域为 A ，求函数 $f(g(x))$ 的定义域
即已知 $g(x)$ 的范围为 A ，从中解出 x 的范围.
- ②已知 $f(g(x))$ 的定义域为 B ，求 $f(x)$ 的定义域，
即已知 $g(x)$ 中 x 的取值范围为 B ，求出 $g(x)$ 的范围（值域），此范围（值域）就是 $f(x)$ 的定义域.

12 已知 $f(x)$ 的定义域为 $[-3, 5)$ ，求 $f(6 - 2x)$ 的定义域

13 已知 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, -2]$ ，求 $f(1 + \frac{5}{3}x)$ 的定义域

14 已知 $f(3x + 2)$ 的定义域为 $(6, +\infty)$ ，求 $f(x)$ ， $f(1 - x)$ 的定义域

15 已知 $f(2x + 5)$ 的定义域为 $(1, 8]$ ，求 $f(x)$ ， $f(3 - 4x)$ 的定义域



精进不休 日新月异 1

- 16 若函数 $y = f(x)$ ，的定义域是 $[0, 4]$ ，则函数 $g(x) = \frac{f(2x)}{\sqrt{x-1}}$ 的定义域是 () .
 A. $(1, 2)$ B. $(1, 2)$ C. $(1, 8]$ D. $(1, 2]$
- 17 设 $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ ，则 $f(3x - 2)$ 的定义域为 () .
 A. $\left[-1, \frac{5}{3}\right]$ B. $[-3, 1]$ C. $\left[\frac{1}{3}, 1\right]$ D. $\left[\frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right]$
- 18 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-1, 1)$ ，则函数 $g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right) + f(x - 2)$ 的定义域为 () .
 A. $(0, 2)$ B. $(1, 2)$ C. $(2, 3)$ D. $(-1, 1)$



函数的解析式求法

【仅教师可见】

此处求解方法较多，除了以下介绍的五个方法外，还有**赋值法**求解。

其中，**代入法**难度其实蛮低的，近三年天津题库中没有对应试题；

待定系数法和**换元法**考得会多一点，我们选择的例题也多是这两种解题办法；

配凑法难度会稍微高一点，对学生的数学能力要求较高，所以暑假并不会放对应习题；

方程组法难度虽然不高，但是学生学完开学后忘得也比较快，所以此处不放对应习题啦~

以下介绍的代入法、待定系数法、配凑法、换元法、方程组法都放置了对应的**举例说明**，大家讲课时就可以结合例子去讲解啦~

1. 代入法

已知 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的解析式，求 $f[g(x)]$ 的解析式常用代入法。

举例： $f(x) = x^2 - 1$ ， $g(x) = x^2 + x$ ，则 $f[g(x)] =$ _____

2. 待定系数法

如果已知函数类型，可待定出函数的解析式，在利用条件制造方程（组）求出参数，由此确定函数的解析式

举例：已知二次函数 $f(x)$ 经过原点且在 $x = 2$ 时取得最大值 4，要求 $f(x)$ 解析式

3. 配凑法

已知 $f(g(x))$ 的解析式，要求 $f(x)$ 的解析式时，可从 $f(g(x))$ 的解析式中配凑出 $g(x)$ ，即把解析式变为关于 $g(x)$ 的表达式，然后再把解析式两边的 $g(x)$ 换为 x 即可。

补充说明：此时需要注意 $g(x)$ 本身的范围（值域）就代表 $f(x)$ 的定义域。

举例：①已知 $f(\sqrt{x} + 1) = x + 2\sqrt{x}$ ，求 $f(x)$ 的解析式

②已知 $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ ，求 $f(x)$ 的解析式



4. 换元法

已知 $f(g(x))$ 的解析式, 要求 $f(x)$ 的解析式时, 也可以令 $t = g(x)$, 反解此方程 (即用 t 去表示 x), 将解得的结果带入到解析式中, 从而求出 $f(t)$ 的解析式, 再把解析式中的 t 换为 x 即可

举例: 已知 $f(\sqrt{x} + 1) = x + 2\sqrt{x}$, 求 $f(x)$ 的解析式

5. 方程组法

已知 $f(x)$ 与 $f(g(x))$ 满足的关系式, 要求 $f(x)$ 解析式,

可用 $g(x)$ 代替两边所有的 x , 得到关于 $f(x)$ 与 $f(g(x))$ 的方程组,

然后类比于 **二元一次方程组解法**, 消去 $f(g(x))$ 解出 $f(x)$ 即可.

举例: $f(x)$ 与 $f\left(\pm\frac{1}{x}\right)$, $f(x)$ 与 $f(a-x)$ 时,

可将原式中的 x 用 $\pm\frac{1}{x}$ 或 $a-x$ 代替, 从而得到另一个同时含有 $f(x)$ 与 $f\left(\pm\frac{1}{x}\right)$ 或 $f(x)$ 与 $f(a-x)$ 的关系式, 将两个关系式联立方程组解出 $f(x)$.



待定系数法

19 已知二次函数 $f(x) = x^2 + 2ax - a$.

(1) 若 $f(x)$ 在区间 $[0, 3]$ 上的最小值是 -2 , 求 a 的值.

(2) 若 $f(x)$ 在区间 $[0, 3]$ 上的最大值是 4 , 求 a 的值.

20 设函数 $f(x)$ 是一次函数, $f(f(x)) = 4x - 3$, 则 $f(1) = ()$.

A. 3 或 1

B. 1

C. 1 或 -1

D. -3 或 1



换元法

21 已知函数 $f(x+1) = 3x+4$, 则 $f(x)$ 的解析式为 _____.

22 已知 $f\left(\frac{x}{2} - 1\right) = 2x + 3$, 则 $f(6)$ 的值为 ()

A. 15

B. 7

C. 31

D. 17

23 若 $f(\sqrt{x} + 1) = x + \sqrt{x}$, 则 $f(x)$ 的解析式为 () .

A. $f(x) = x^2 - x$

B. $f(x) = x^2 - x (x \geq 0)$

C. $f(x) = x^2 - x (x \geq 1)$

D. $f(x) = x^2 + x$

24 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x-1) = x^2$, 则 $f(x)$ 的解析式为 () .

A. $f(x) = (x+1)^2$

B. $f(x) = (x-1)^2$

C. $f(x) = x^2 + 1$

D. $f(x) = x^2 - 1$

25 已知 $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x}{1-x}$, 则 $f(x)$ 的解析式为 () .

A. $f(x) = \frac{1-x}{x} (x \neq 0, \text{ 且 } x \neq 1)$

B. $f(x) = \frac{1}{1-x} (x \neq 0, \text{ 且 } x \neq 1)$

C. $f(x) = \frac{1}{x-1} (x \neq 0, \text{ 且 } x \neq 1)$

D. $f(x) = \frac{x}{x-1} (x \neq 0, \text{ 且 } x \neq 1)$



分段函数

1. 分段函数的定义

在函数的定义域中，对于自变量 x 的不同取值范围，有着不同的对应关系，这样的函数通常称为**分段函数**。

举例：函数 $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & (x \geq 0) \\ -2x-3 & (x < 0) \end{cases}$ ，就是分段函数。

2. 对分段函数的理解

①分段函数是一个函数，而不是几个函数。

②分段函数的“段”可以是等长的，也可以是不等长的。

③画分段函数的图象时，一定要考虑区间端点是否包含在内！

若端点**包含**在内，则用**实心点**表示，若端点**不包含**在内，则用**空心圆圈**表示。

④写分段函数时，各定义区间的端点应不重不漏。

⑤分段函数的**定义域**是各段定义区间的**并集**，分段函数的**值域**是各段值域的**并集**。



赋值运算

26 设 $f(x) = \begin{cases} |x-1|-2, & |x| \leq 1 \\ \frac{1}{1+x^2}, & |x| > 1 \end{cases}$ ，则 $f\left[f\left(\frac{1}{2}\right)\right] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

27 设函数 $f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & x \leq 1 \\ (x+2)(x-1), & x > 1 \end{cases}$ ，则 $f\left(\frac{1}{f(2)}\right)$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

28 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ x + \frac{6}{x} - 6, & x > 1 \end{cases}$ ，则 $f[f(-2)] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



解不等式

29 已知 $f(x) = \begin{cases} 2x+3, & x \leq 0 \\ -(x-1)^2, & x > 0 \end{cases}$ ，使 $f(x) \geq -1$ 成立的 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

第 2 讲

函数的值域与最值





函数的值域

1. 函数值域的定义

函数的**值域**是在对应关系 f 作用下，自变量 x 在定义域内取值时相应的**函数值组成的集合**.

2. 对函数的值域的理解

- ①函数的值域与最值均是在定义域上研究的，**闭区间上的连续函数必有最大值和最小值**；
- ②函数值域的几何意义是函数图象上点的纵坐标的变化范围.

3. 确定函数值域的原则

- ①当函数 $y=f(x)$ 用**表格**给出时，函数的值域是指**表格中实数 y 的集合**；
- ②当函数 $y=f(x)$ 用**图象**给出时，函数的值域是指**图象在 y 轴上的投影所覆盖的实数 y 的集合**；
- ③当函数 $y=f(x)$ 用**解析式**给出时，函数的值域**由函数定义域及对应关系唯一确定**；
- ④当函数 $y=f(x)$ **由实际问题给出**时，函数的值域**受问题的实际意义限制**

4. 常见函数的值域

函数	函数值域
一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$	①
二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$	②
反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x \neq 0, k \neq 0)$	③



二次函数的值域

1 求下列函数的值域：

$$f(x) = x^2 - 5x + 6, x \in [-3, 2].$$

2 函数 $y = x^2 - 2x - 3$ 的值域为 ().

- A. $(-4, +\infty)$ B. $[-4, +\infty)$ C. $(-3, +\infty)$ D. $[-3, +\infty)$



包罗万象 举一千从

3 已知集合 $A = \{y | y = x^2 + 2x\}$, $B = \{y | y = x^2 - 2x\}$, 则 $A \cap B = ()$.

- A. $\{y | y \geq -1\}$ B. $\emptyset$ C. $\{(0, 0)\}$ D. $\{0\}$



函数值域的求法



观察法

1. 观察法

有的函数的结构并不复杂，可以通过对解析式的简单变形和观察，利用熟知的函数的值域求出函数的值域

举例：函数 $y = \frac{1}{1+x^2}$ 的值域是_____.

4 函数 $f(x) = \frac{2}{x-1}$ 的定义域为 $[2, 5)$ ，则其值域为_____.

5 求下列函数的值域：

$$y = \sqrt{x} - 1.$$



包罗万象 举一千从

6 已知函数 $f(x) = 2 + \sqrt{3-x}$.

若函数 $f(x)$ 的定义域为集合 A ，值域为集合 B ，求 $A \cap B$.



换元法

2. 换元法

运用换元，将已知函数转化为值域容易确定的另一函数，从而求得原函数的值域

举例：形如 $y = ax + b \pm \sqrt{cx + d}$ (a, b, c, d 均为常数， $ac \neq 0$) 的函数常用此法.

7 计算：

求函数 $y = 2x + \sqrt{x-1}$ 的值域.



- 8 求下列函数的值域:

$$y = x + \sqrt{2x-1}.$$

- 9 求函数 $y = 2x - 5 + \sqrt{15 - 4x}$ 的值域.



配方法

3. 配方法

若函数是二次函数形式, 即可化为 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 型的函数, 则可通过配方后再结合二次函数的性质求值域, 但要注意给定区间上二次函数最值的求法.

举例: 求函数 $y = x - 2\sqrt{x} + 3$ 的值域



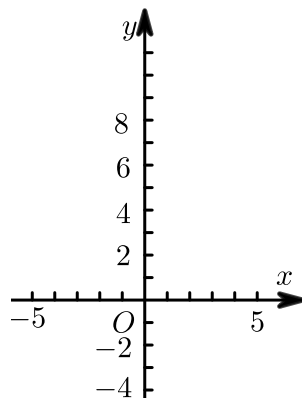
数形结合法

4. 数形结合法

有些函数的图像比较容易画出, 可以通过函数的图像得出函数的值域

- 10 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+4, & (x \leq 0) \\ x^2 - 2x, & (0 < x \leq 4) \\ -x+2, & (x > 4) \end{cases}$.

画出函数 $f(x)$ 的图象, 并根据图象写出 $f(x)$ 的值域.





分离常数法

5. 分离常数法

形如 $y = \frac{cx+d}{ax+b}$ ($a \neq 0$) 的函数, 经常采用分离常数法,

将 $\frac{cx+d}{ax+b}$ 变形为 _____ ①

再结合 x 的取值范围确定 $\frac{d - \frac{bc}{a}}{ax+b}$ 的取值范围, 从而确定函数的值域为 _____ ②.

举例: (1) 求函数 $y = \frac{2x-1}{x+1}$ 值域

(2) 求函数 $y = \frac{2x-1}{x+1}$ ($1 \leq x \leq 2$) 的值域

11 计算:

求函数 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 在 $(0, +\infty)$ 上的值域.

12 求下列函数的值域:

$$y = \frac{5x-1}{4x+2}.$$

13 函数 $y = \frac{4+5x^2}{1+x^2}$ 的值域为 _____.



其他函数的值域



分段函数

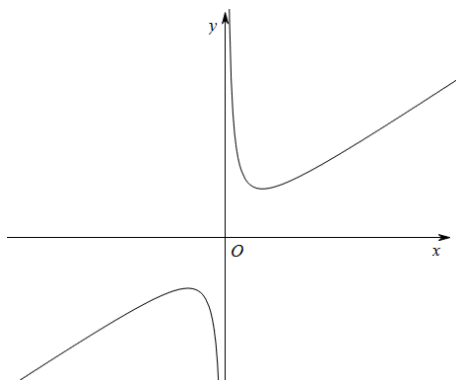
1. 分段函数的值域是各段值域的**并集**

- 14 若定义运算 $a \Theta b = \begin{cases} b, & a \geq b \\ a, & a < b \end{cases}$, 则函数 $f(x) = x \Theta (2 - x)$ 的值域为 ().
 A. $(0, 1]$ B. $(-\infty, 1]$ C. $(0, 1)$ D. $[1, +\infty)$
- 15 函数 $f(x) = \begin{cases} 2x - x^2, & 0 \leq x \leq 3 \\ x^2 + 6x, & -2 \leq x < 0 \end{cases}$ 的值域是 ().
 A. $\mathbf{R}$ B. $[-8, 1]$ C. $[1, +\infty)$ D. $[-9, 1]$



对勾函数

2. 形如 $y = ax + \frac{b}{x} (a > 0, b > 0)$ (对勾函数) 模型



定义域: $\{x | x \neq 0\}$

图像的变化趋势: 在 $(-\infty, -\sqrt{\frac{b}{a}})$, $(\sqrt{\frac{b}{a}}, +\infty)$ 上单调递增; 在 $(-\sqrt{\frac{b}{a}}, 0)$, $(0, \sqrt{\frac{b}{a}})$ 上单调递减
 值域: _____

- 16 已知函数 $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x}$, $x > 0$, 则 $f(x)$ 的值域为 _____.
- 17 当 $x > 1$ 时, 函数 $f(x) = 2 - x - \frac{1}{x-1}$ 的最大值为 _____.



二次函数的含参最值问题

- 18 $f(x) = x^2 - 2ax + 1$, $x \in [-1, 2]$, 求 $f(x)$ 的最小值 $g(a)$.
- 19 已知函数 $f(x) = x^2 + 2ax$ 在 $x \in [-2, 1]$ 上有最小值 -1 , 则 a 的值为 ().
 A. -1 或 1 B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{5}{4}$ 或 -1 D. $\frac{5}{4}$ 或 1 或 -1



20 函数 $f(x) = 2x^2 - 2ax + 3$ 在区间 $[-1, 1]$ 上最小值即为 $g(a)$.

(1) 求 $g(a)$ 的函数表达式.

(2) 求 $g(a)$ 的最大值.

21 已知 $f(x) = -x^2 + 2(a-1)x + 2$, $x \in [1, 5]$.

(1) 求 $f(x)$ 的最大值.

(2) 若 $f(x)$ 最小值为 $f(5)$, 求 a 的取值范围.

