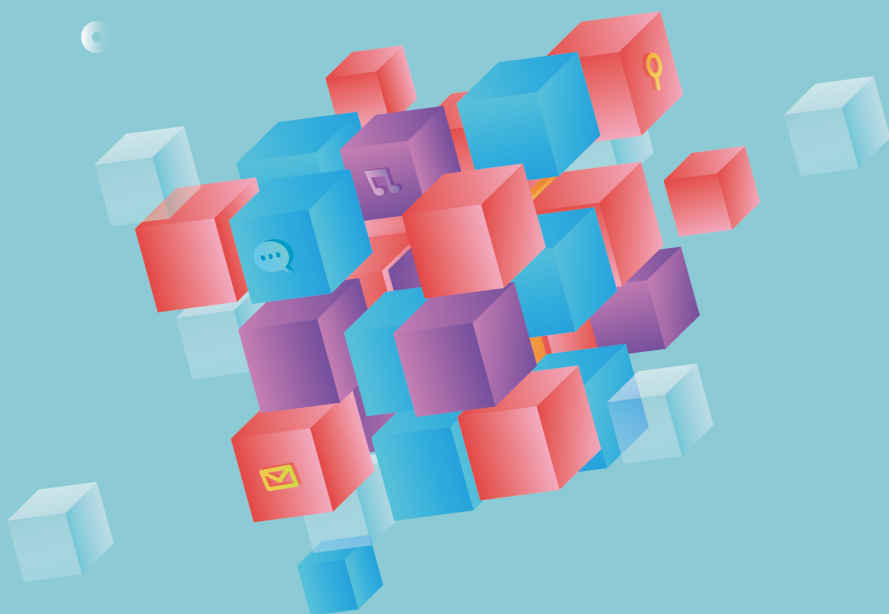


知识魔方

i 数学



总 主 编：马建明

本模块主编：吕金琳

教 研 团 队：吕金琳 严立

闫聪聪

封 面 设 计：刘雅迪

前言

学而思一对一产品升级介绍

为进一步打造本地化产品，助力学生高考，学而思 1 对 1 产品团队打造了模块课系列产品，该产品旨在将高中阶段所有的知识点全部打散，再针对每一个学生的具体情况重新组合，制定个性化的学习方案，帮助学生进步。

随着模块课 1.0 版本的推进，无论是课程选择，还是内容学习上，学生有更多可以选择的空间，切实满足不同学生的个性化需求。本着“随需而变，才有未来”的精神，我们又推出了 2.0 版本《知识魔方·i 系列》，此系列涵盖《知识魔方·i 数学》、《知识魔方·i 物理》、《知识魔方·i 化学》、《知识魔方·i 生物》、《知识魔方·i 历史》多种学科，结合学科共性，统一产品逻辑，与此同时，兼顾到学科特色，创新学习形式，激发学生学习兴趣，做学习的主人。

本产品在设计上有三个突出的**特点**：

- (1) 模块产品，私人订制效果棒
- (2) 本地优化，海量资源覆盖广
- (3) 知识解构，新旧旧识尽入囊



扫描二维码，关注公众号，获取更多学习资料

高中数学课程产品设计

考点分析：以大数据方式分析考试重点难点，紧扣考试热点，让同学们的复习更具针对性。

知识导图：梳理知识结构，帮助同学们形成网络状的知识图谱，更有助于对知识点的理解记忆。

典型例题：分析考试情况，精选最新的考题，让同学们清楚每一个知识点的考法。

巩固练习：匹配同类型题目，讲练结合，锻炼提升解题能力。

本模块介绍

函数是高中数学知识体系中最重要基础章节，导数、三角函数、数列作为函数重要的延伸知识考点，常年出现在各个考试的综合试题中。函数模块在本章内容主要包括函数的三要素、函数的图象与函数的性质。

函数的概念是重要而又基础的知识点，需要同学们熟练掌握此节内容。希望学生可以通过本节课程的学习，理解映射、函数的概念、确定函数的三个要素及同一函数的定义。

目 录

第 1 讲 函数的概念..... 01

第 2 讲 函数的值域与最值.....05



我们一起开始学习吧 o (*^_^*) o



第 1 讲

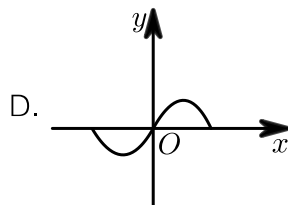
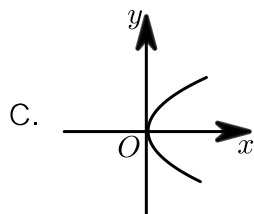
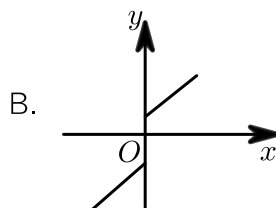
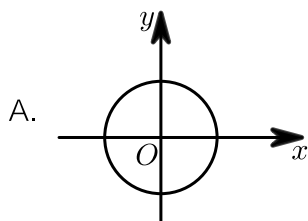
函数的概念



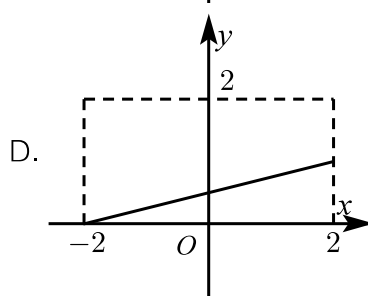
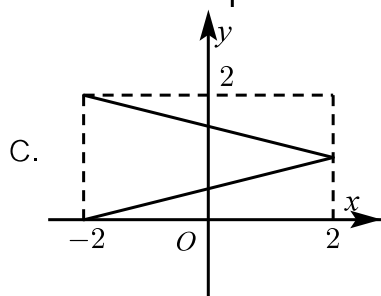
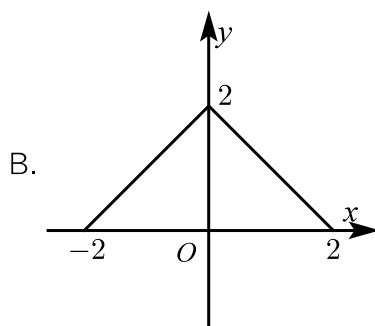
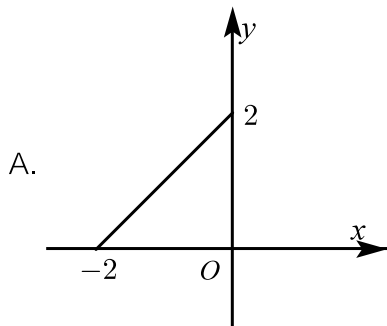


函数的定义

1 如图可表示函数 $y = f(x)$ 的图象只能是 ().



2 集合 $M = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$, $N = \{y | 0 \leq y \leq 2\}$ 给出下列四个图形, 其中能表示以 M 为定义域, N 为值域的函数关系的是 ().



函数相等

3 下列函数中哪个与函数 $y = x$ 是同一函数 ().

A. $y = (\sqrt{x})^2$

B. $u = \sqrt[3]{v^3}$

C. $y = \sqrt{x^2}$

D. $m = \frac{n^2}{n}$

4 下列哪组中的两个函数是同一函数 ().

A. $y = (\sqrt{x})^2$ 与 $y = x$

B. $y = (\sqrt[3]{x})^3$ 与 $y = x$

C. $y = \sqrt{x^2}$ 与 $y = (\sqrt{x})^2$

D. $y = \sqrt[3]{x^3}$ 与 $y = \frac{x^2}{x}$



5 下列函数中与 $f(x) = \frac{1}{x}$ 相等的是 ()

A. $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2}}$

B. $g(x) = \frac{1}{(\sqrt{x})^2}$

C. $g(x) = \frac{x}{x^2}$

D. $g(x) = \frac{1}{|x|}$



确定函数定义域

6 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$ 的定义域为 () .

A. $[1, 2) \cup (2, +\infty)$

B. $(1, +\infty)$

C. $[1, 2)$

D. $[1, +\infty)$

7 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x-2}} + (x-3)^0$ 的定义域为 () .

A. $(2, +\infty)$

B. $[2, +\infty)$

C. $(2, 3) \cup (3, +\infty)$

D. $[2, 3) \cup (3, +\infty)$

8 使式子 $\sqrt{3-2x^2-x}$ 有意义的 x 的取值集合为 () .

A. $\{x | x \geq 1\}$

B. $\left\{x \mid -\frac{3}{2} \leq x \leq 1\right\}$

C. $\left\{x \mid x \geq 1 \text{ 或 } x \leq -\frac{3}{2}\right\}$

D. $\left\{x \mid -\frac{3}{2} < x < 1\right\}$

9 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$ 的定义域是 _____ .



抽象函数定义域

10 已知 $f(x)$ 的定义域为 $[1, 3]$, 求 $f(2x-1)$ 的定义域

11 已知 $f(x)$ 的定义域为 $(-5, +\infty)$, 求 $f(1-2x)$ 的定义域

12 已知 $f(x)$ 的定义域为 $(-5, 2]$, 求 $f(1-3x)$ 的定义域

13 已知 $f(1-3x)$ 的定义域为 $(-1, 4)$, 求 $f(x)$, $f(2x+1)$ 的定义域



函数解析式

- 14 已知 $f(2x+1) = 4x^2$, 则 $f(-3) =$ _____.
- 15 已知 $f(x+1) = x^2 - 1$, 则 $f(x) =$ _____.
- 16 已知 $f(2x+1) = x^2 - 2x$, 则 $f(3) =$ _____.
- 17 已知 $f(x-1) = x^2 + 3x - 2$, 则函数 $f(x)$ 的解析式为 _____.



分段函数

- 18 设 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \geq 1 \\ 3-x, & x < 1 \end{cases}$, 则 $f(f(-1))$ 的值为 ().
A. 5 B. 4 C. 3 D. -1
- 19 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ x + \frac{6}{x} - 6, & x > 1 \end{cases}$, 则 $f(f(-2)) =$ _____.
- 20 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2x-1, & x \leq 2 \\ -x^2+5x-3, & x > 2 \end{cases}$.
(1) 求 $f(2)$ 及 $f(f(5))$ 的值.
(2) 若 $f(x) \geq 1$, 求 x 的取值范围.

第 2 讲

函数的值域与最值





二次函数的值域

- 1 函数 $f(x) = x^2 - 2x + 3$, $-1 \leq x \leq 2$ 的值域 _____ .
- 2 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x + 2$, $x \in [0, 3]$, 则函数的值域为 _____ .
- 3 求下列函数值域:
$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 3}.$$



观察法求解值域

- 4 函数 $f(x) = \frac{2}{x-1}$ 的定义域为 $[2, 5)$, 则其值域为 _____ .
- 5 $y = \frac{2}{x}$ 在区间 $[2, 4]$ 上的最大值、最小值分别是 ().
A. $1, \frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}, 1$ C. $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}$
- 6 求下列函数值域:
$$f(x) = \frac{2}{x-3} (x \in (-2, 3) \cup (3, 4)).$$

- 7 求下列函数值域:
$$f(x) = 1 - \sqrt{1-x^2}.$$



换元法求解值域

8 函数 $y = x + 4\sqrt{1+x}$ 的值域为 _____ .

9 计算:

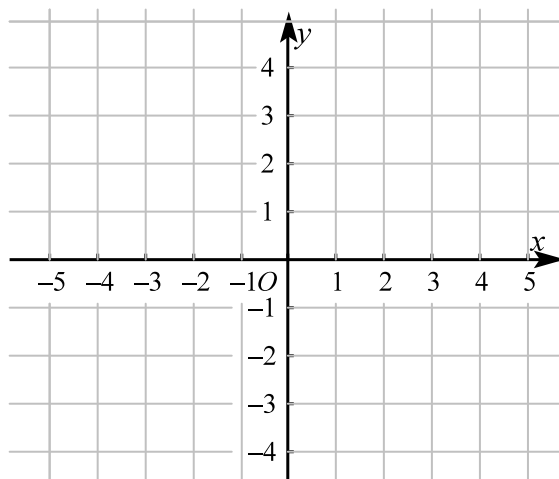
求函数 $y = 2x + \sqrt{x-1}$ 的值域.



数形结合求解值域

10 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq -1 \\ x^2, & -1 < x < 2 \\ -2, & x \geq 2 \end{cases}$.

(1) 在给定的平面直角坐标系内, 画出函数 $f(x)$ 的图象.



(2) 指出函数 $f(x)$ 在区间 $[-2, 3]$ 上的值域.



分离常数法求解值域

11 函数 $y = \frac{x+3}{2x-3} (x > 2)$ 的值域为 _____ .



12 计算:

求函数 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 在 $(0, +\infty)$ 上的值域.



分段函数的值域

13 函数 $y = |x+2| + |x-3|$ 的最小值是 _____.

14 函数 $y = |x+1| + |x-1|$ 的值域为 _____.

15 函数 $f(x) = \begin{cases} 2x - x^2, & 0 \leq x \leq 3 \\ x^2 + 6x, & -2 \leq x < 0 \end{cases}$ 的值域是 ().

A. $\mathbf{R}$

B. $[-8, 1]$

C. $[1, +\infty)$

D. $[-9, 1]$