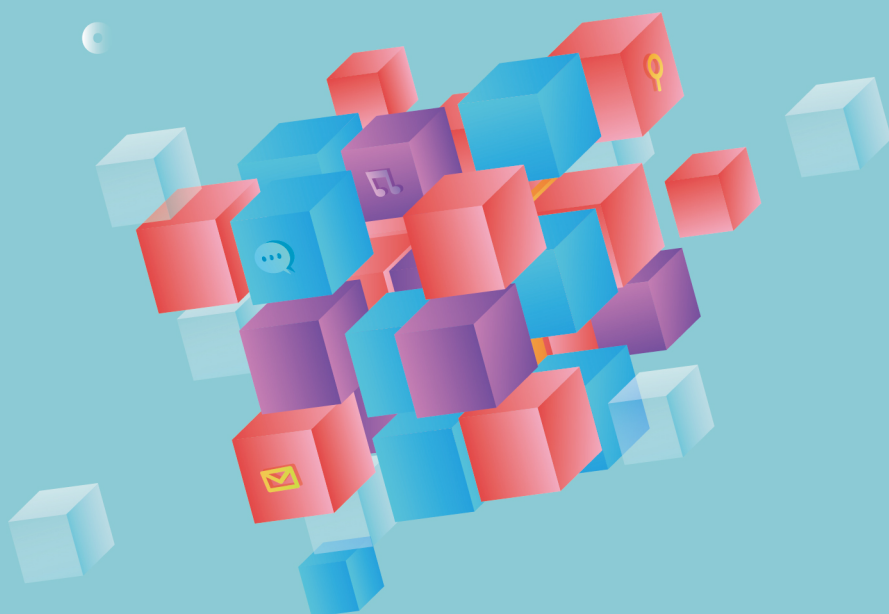


知识魔方

i 数学



主 编：马建明

本模块制作人：吕金琳

本模块审核人：闫聪聪

封面设计：林梦涵

教研团队：高中数学组

前言

学而思爱智康产品升级介绍

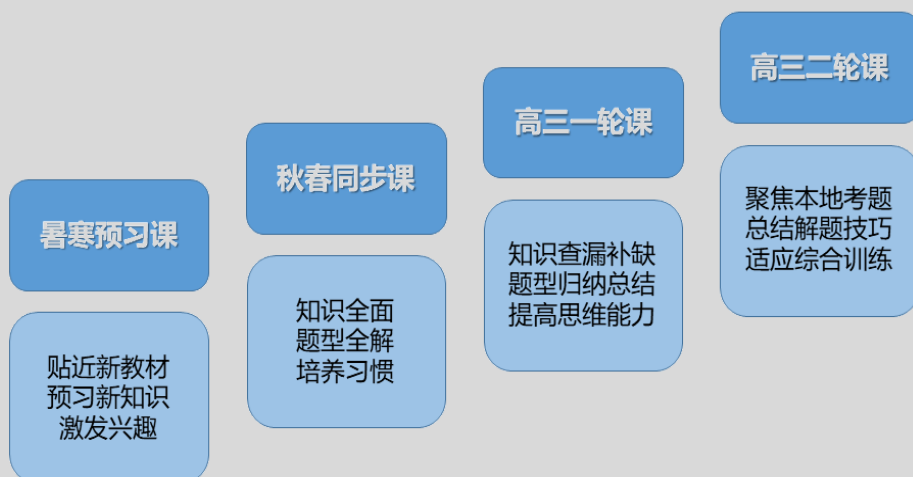
新教材改革已经如火如荼地展开，智康新产品助学助考的开发问题已成为家长和学子重点关注的焦点。应广大家长和学子的需求，我们带领最优质的高中理科教师团队制作出最新人教版教材的全模块切片产品。该系列产品能帮助学生掌握新的课程标准，让学生能够按照新教材理念科学高效的学习。该书以“三次课学懂一个模块”为宗旨，帮你轻松找到学习目标，助你走向成功。

这套产品在整体设计上有四个突出的特点：

- (1) 标准教学大纲变为专属大纲，并且可以随时调整
- (2) 讲义 + 习题册，形成测、讲、评、练学习闭环
- (3) 难度阶梯分明，在学科层次上由浅入深、给不同程度的学生都能带来持续的进步
- (4) 针对本地考卷进行大数据分析，精选例题，直击考点

如果你在使用的过程中发现有那里需要改正或者优化，希望优秀的你能够给予我更多的建议与意见，帮助我更好的提升自己。

高中理科产品课程体系



扫描右侧二维码
提出你的意见与建议吧



高二数学课程产品设计

考点占比：让同学们更加清楚本模块知识在高考中的地位。

考点分析：以大数据方式分析考试重点难点，紧扣考试热点，让同学们的复习更具针对性。

知识导图：梳理知识结构，帮助同学们形成网络状的知识图谱，更有助于对知识点的理解记忆。

典型例题：分析考试情况，精选最新的考题，让同学们清楚每一个知识点的考法。

巩固练习：匹配同类型题目，讲练结合，锻炼提升解题能力。

本模块介绍

函数是高中数学知识体系中最重要基础章节；导数、三角函数、数列作为函数重要的延伸知识考点，常年出现在高考的综合试题中。函数模块在必修一中出现，而函数的单调性与奇偶性是课标与考试大纲中的重要知识点，学生需要熟练掌握此模块的内容。

本模块主要通过对函数的图像、单调性、奇偶性的研究，使同学们进一步理解数形结合、分类讨论等数学思想，有利于提高同学们分析和解决问题的能力，重在培养数学抽象、逻辑推理、直观想象等核心素养。

目 录

第 1 讲 函数的单调性与奇偶性..... 01

- 知 识 点 1 利用单调性、奇偶性判断函数图像
- 知 识 点 2 复合函数单调性
- 知 识 点 3 函数的单调性与奇偶性的应用
- 知 识 点 4 分段函数单调性的应用

第 2 讲 函数的对称性与周期性.....07

- 知 识 点 1 函数的对称性与周期性的判断
- 知 识 点 2 函数对称性与周期性的一般应用



我们一起开始学习吧 o (*^_^*) o



第 1 讲

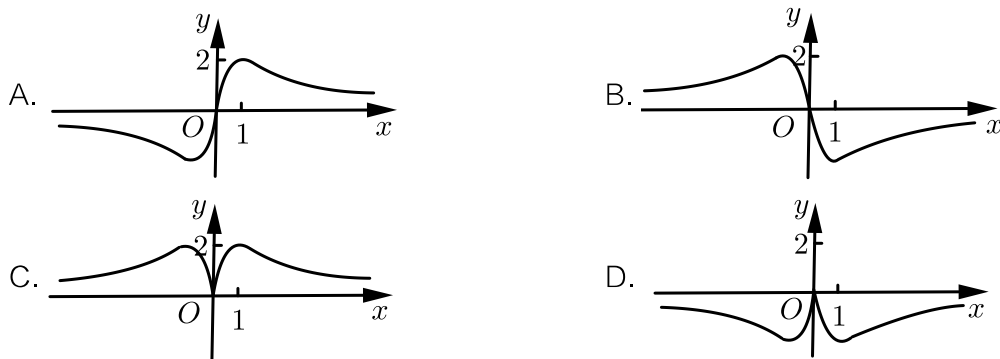
函数的单调性与奇偶性



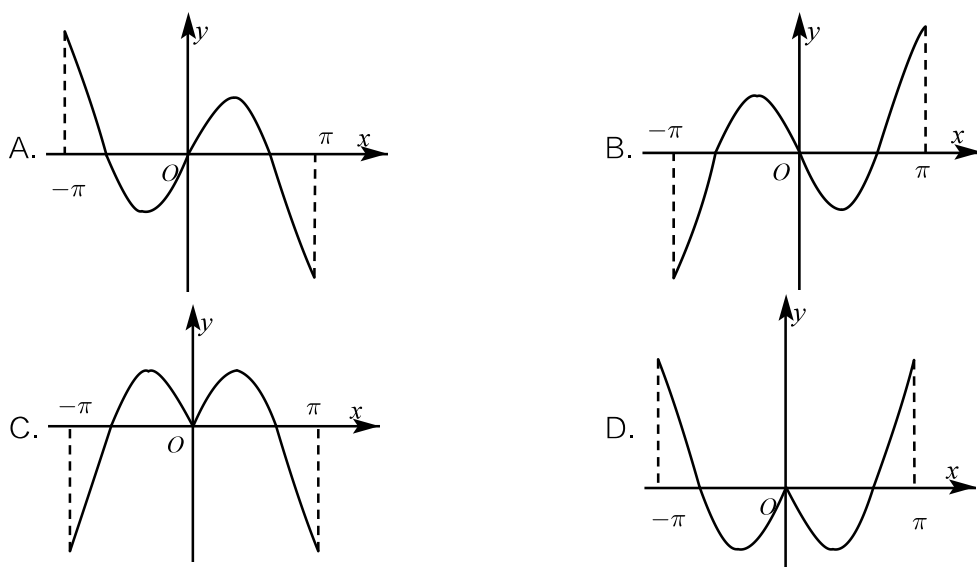


利用单调性、奇偶性判断函数图像

- 1 函数 $y = \frac{4x}{x^2 + 1}$ 的图象大致为 ().



- 2 函数 $y = x \cos x + \sin x$ 在区间 $[-\pi, \pi]$ 上的图象大致为 ().



复合函数单调性

- 3 函数 $y = \sqrt{x^2 + 2x - 24}$ 的单调递减区间是 ().

A. $(-\infty, -6]$ B. $[-6, +\infty)$ C. $(-\infty, -1]$ D. $[-1, +\infty)$

- 4 若函数 $f(x) = 4x^2 - kx + 2k$ 在 $[-1, 2]$ 上为减函数, 则实数 k 的取值范围为 ().

A. $[16, +\infty)$ B. $(-\infty, -8]$
C. $[-8, 16]$ D. $(-\infty, -8] \cup [16, +\infty)$

- 5 二次函数 $y = -x^2 + bx + 3$ 在区间 $(-\infty, 2]$ 上是增函数, 则实数 b 的取值范围是 ().

A. $\{b | b \geq 4\}$ B. $\{4\}$ C. $\{b | b \leq 4\}$ D. $\{-4\}$



函数单调性与奇偶性的应用



比较大小

- 6 已知 $f(x)$ 是偶函数, $x \in \mathbf{R}$, 当 $x > 0$ 时 $f(x)$ 为增函数, 若 $x_1 < 0$, $x_2 > 0$, 且 $|x_1| < |x_2|$ 则 ().
- A. $f(-x_1) > f(-x_2)$ B. $f(-x_1) < f(-x_2)$ C. $-f(x_1) > f(-x_2)$ D. $-f(x_1) < f(-x_2)$
- 7 设 $f(x)$ 为定义于 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 且 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上为增函数, 则 $f(-2)$ 、 $f(-\pi)$ 、 $f(3)$ 的大小顺序是 ().
- A. $f(-\pi) > f(3) > f(-2)$ B. $f(-\pi) > f(-2) > f(3)$
C. $f(-\pi) < f(3) < f(-2)$ D. $f(-\pi) < f(-2) < f(3)$



求解不等式

- 8 函数 $y = f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上为减函数, 且 $f(3a) < f(-2a + 10)$, 则实数 a 的取值范围是 ().
- A. $(-\infty, 2)$ B. $(0, +\infty)$
C. $(2, +\infty)$ D. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$
- 9 已知偶函数 $f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 则满足 $f(2x - 1) < f\left(\frac{1}{3}\right)$ 的 x 取值范围是 ().
- A. $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ B. $\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ C. $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$ D. $\left[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$



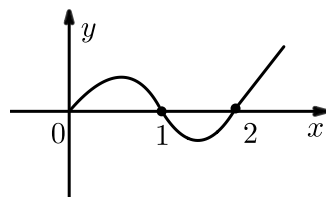
注意抽象函数定义域

- 10 已知函数 $f(x)$ 是定义在区间 $(0, +\infty)$ 上的增函数, 则满足 $f(2x - 1) < f\left(\frac{1}{3}\right)$ 的 x 取值范围是 ().
- A. $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ B. $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$ C. $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$ D. $\left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$
- 11 已知 $y = f(x)$ 在定义域 $(-1, 1)$ 上是减函数, 且 $f(1 - a) < f(2a - 1)$, 则 a 的取值范围是 ().
- A. $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$ B. $(0, +\infty)$
C. $\left(0, \frac{2}{3}\right)$ D. $(-\infty, 0) \cup \left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$



借助图像与 x 轴的关系求解不等式

- 12 设 $f(x)$ 为奇函数, 且在 $(-\infty, 0)$ 内是减函数, $f(-2) = 0$, 则 $xf(x) < 0$ 的解集是 ().
- A. $(-1, 0) \cup (2, +\infty)$ B. $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$
C. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ D. $(-2, 0) \cup (0, 2)$
- 13 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 且在区间 $(-\infty, 0]$ 上为增函数, $f(3) = 0$, 则不等式 $f(1-2x) > 0$ 的解集为 ().
- A. $\{x | -1 < x < 0\}$ B. $\{x | -1 < x < 2\}$ C. $\{x | 0 < x < 2\}$ D. $\{x | x > 2\}$
- 14 定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$, 满足 $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$, 且在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, 则 $xf(x) > 0$ 的解集为 ().
- A. $\left\{x \mid x < -\frac{1}{2} \text{ 或 } x > \frac{1}{2}\right\}$ B. $\left\{x \mid 0 < x < \frac{1}{2} \text{ 或 } -\frac{1}{2} < x < 0\right\}$
C. $\left\{x \mid 0 < x < \frac{1}{2} \text{ 或 } x < -\frac{1}{2}\right\}$ D. $\left\{x \mid -\frac{1}{2} < x < 0 \text{ 或 } x > \frac{1}{2}\right\}$
- 15 已知奇函数 $f(x)$ 在 $x \geq 0$ 时的图象如图所示, 则不等式 $xf(x) < 0$ 的解集为 ().



- A. $(1, 2)$ B. $(-2, -1)$ C. $(-2, -1) \cup (1, 2)$ D. $(-1, 1)$



分段函数单调性的应用



求解参数取值范围

- 16 已知 $f(x) = \begin{cases} (3a-1)x+4a, & x < 1 \\ -x+1, & x \geq 1 \end{cases}$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的减函数, 那么 a 的取值范围是 ().
- A. $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right)$ B. $\left(\frac{1}{7}, +\infty\right)$
C. $\left[\frac{1}{7}, \frac{1}{3}\right)$ D. $\left(-\infty, -\frac{1}{7}\right] \cup \left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$
- 17 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4ax + 3, & x < 1 \\ (2-3a)x + 1, & x \geq 1 \end{cases}$ 在 $x \in \mathbf{R}$ 上单调递减, 则 a 的取值范围是 ().
- A. $\left(0, \frac{1}{2}\right]$ B. $\left[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$ C. $\left(\frac{2}{3}, 1\right]$ D. $[1, +\infty)$



第 2 讲

函数的对称性与周期性





赋值运算

- 1 已知 $f(x)$ 是定义域为 $(-\infty, +\infty)$ 的奇函数, 满足 $f(1-x) = f(1+x)$. 若 $f(1) = 2$, 则 $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(50) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 2 定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 对任意 x 满足 $f(x+\pi) = f(x)$, 且当 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时, $f(x) = \sin x$, 则 $f(\frac{5\pi}{3})$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 3 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数, 且满足 $f(x+2) = f(x)$, 当 $x \in [-1, 1)$ 时, $f(x) = \begin{cases} -4x^2 + 2, & -1 \leq x < 0 \\ x, & 0 \leq x < 1 \end{cases}$, 则 $f(3) = (\quad)$.
A. 3 B. 1 C. 2 D. -2
- 4 函数 $f(x)$ 对于任意实数 x 满足 $f(x+2) = \frac{1}{f(x)}$, 若 $f(1) = -5$, 求 $f(f(5))$ 的值.
- 5 定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2) = -f(x)$, 则 $f(6)$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



比较大小

- 6 设函数 $f(x)$ 是定义在实数集上的奇函数, 在区间 $[-1, 0)$ 上是增函数, 且 $f(x+2) = -f(x)$, 则有 $(\quad)$.
A. $f(\frac{1}{2}) < f(\frac{3}{2}) < f(1)$ B. $f(1) < f(\frac{3}{2}) < f(\frac{1}{3})$
C. $f(1) < f(\frac{1}{3}) < f(\frac{3}{2})$ D. $f(\frac{3}{2}) < f(1) < f(\frac{1}{3})$
- 7 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 4]$, 若 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上单调递减, 且 $f(x+2)$ 为偶函数, 则下列结论正确的是 $(\quad)$.
A. $f(e) < f(\sqrt{5}) < f(1)$ B. $f(1) < f(\sqrt{5}) < f(e)$
C. $f(\sqrt{5}) < f(e) < f(1)$ D. $f(\sqrt{5}) < f(1) < f(e)$
- 8 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 在 $(4, +\infty)$ 上为减函数, 且函数 $y = f(x+4)$ 为偶函数, 则 $(\quad)$.
A. $f(2) > f(3)$ B. $f(3) > f(6)$ C. $f(3) > f(5)$ D. $f(2) > f(5)$

