

02组合练习题

一、组合相关概念

1. 若 $A_n^2 = 3C_{n-1}^2$, 则 n 的值为 () .

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

【答案】 C

【解析】 $A_n^2 = n(n-1)$,
 $C_{n-1}^2 = \frac{(n-1)(n-2)}{2 \times 1} = \frac{(n-1)(n-2)}{2}$,
 $A_n^2 = 3C_n^3$,
 $\therefore n(n-1) = \frac{3(n-1)(n-2)}{2}$,
 $\therefore n = \frac{3}{2}(n-2) = \frac{3}{2}n - 3$,
 $\therefore n = 6$.

故选C .

【标注】 【知识点】 组合数计算

2. 已知 $3C_{x-3}^{x-7} = 5A_{x-4}^2$, 则 $x =$ _____ .

【答案】 11

【解析】 由 $3C_{x-3}^{x-7} = 5A_{x-4}^2$, 得 $3 \cdot \frac{(x-3)!}{(x-7)! \cdot 4!} = 5 \cdot \frac{(x-4)!}{(x-6)!}$,
即 $\frac{3(x-3)}{4!} = \frac{5}{x-6}$,
解得 : $x = 11$,
故答案为 : 11 .

【标注】 【知识点】 排列数计算 ; 组合数计算

3. 若 $C_{26}^x = C_{26}^{2x-1}$, 则 $x =$ _____ .

【答案】 1或9

【解析】由 $C_{26}^x = C_{26}^{2x-1}$, 可得: $x = 2x - 1$, 解得: $x = 1$.

又根据组合的互补性质可得 $C_{26}^x = C_{26}^{26-(2x-1)}$,

可得: $x = 26 - (2x - 1)$,

解得: $x = 9$.

故答案为: 1或9 .

【标注】【知识点】组合

4. 如果 n 是正偶数, 则 $C_n^0 + C_n^2 + \cdots + C_n^{n-2} + C_n^n = (\quad)$.

A. 2^n

B. 2^{n-1}

C. 2^{n-2}

D. $(n-1)2^{n-1}$

【答案】B

【解析】方法一:

$$C_n^0 + C_n^2 + \cdots + C_n^n = C_n^1 + C_n^3 + \cdots + C_n^{n-1} = 2^{n-1} .$$

方法二: 用特值法: 当 $n = 2$ 时, 代入得 $C_2^0 + C_2^2 = 2$, 排除答

案A、C ;

当 $n = 4$ 时, 代入得 $C_4^0 + C_4^2 + C_4^4 = 8$, 排除答案D .

故选: B .

【标注】【知识点】组合

5. 已知 $C_{x+2}^{x-2} + C_{x+2}^{x-3} = \frac{1}{10} A_{x+3}^3$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】4

【解析】 $C_{x+2}^{x-2} + C_{x+2}^{x-3} = \frac{1}{10} A_{x+3}^3$,

$$\therefore C_{x+2}^4 + C_{x+2}^5 = \frac{1}{10} A_{x+3}^3 ,$$

$$\therefore C_{x+3}^5 = \frac{1}{10} A_{x+3}^3 \Rightarrow \frac{A_{x+3}^5}{5} = \frac{A_{x+2}^3}{10} ,$$

$$\therefore (x-1)(x-0) = 12 ,$$

$$\therefore x = 4 \text{ 或 } -3 \text{ (舍)} ,$$

$$\therefore x = 4 .$$

【标注】【知识点】组合; 排列

二、常见组合问题

6. 甲、乙、丙3位同学选修课程，从4门课程中，甲选修2门，乙、丙各选修3门，则不同的选修方案共有（ ）.

A. 96种 B. 36种 C. 48种 D. 192种

【答案】A

【解析】根据题意，甲、乙、丙三位同学选修课程，从4门课程中，甲选修2门有 C_4^2 种，乙、丙各选修3门，有 $C_4^3C_4^3$ 种，则不同的选修方案有 $C_4^2C_4^3C_4^3 = 96$ 种.
故选A.

【标注】【知识点】分步乘法计数原理

7. 某学院安排5名毕业生到某外资企业的三个部门A, B, C实习，要求每个部门至少安排一人，其中甲、乙大学生必须安排到同一部门的不同分配方法有（ ）.

A. 27种 B. 36种 C. 45种 D. 54种

【答案】B

【解析】将甲乙大学生视为“一个人”，
 $C_4^2 \cdot A_3^3 = 36$ ，
故选：B.

【标注】【知识点】捆绑法

8. 甲组有5名男同学，3名女同学；乙组有6名男同学、2名女同学. 若从甲、乙两组中各选出2名同学，则选出的4人中恰有1名女同学的不同选法共有（ ）.

A. 150种 B. 180种 C. 300种 D. 345种

【答案】D

【解析】由计数原理，
第一类，女生在甲组 $C_5^1C_3^1C_6^2 = 225$ ，
第二类，女生在乙组 $C_5^2C_2^1C_6^1 = 120$.
由分类计数原理， $C_5^1C_3^1C_6^2 + C_5^2C_2^1C_6^1 = 345$.

故选D.

【标注】【知识点】分组分配法

【素养】逻辑推理

9. 某中学从4名男生和4名女生中推荐4人参加社会公益活动,若选出的4人中既有男生又有女生,则不同的选法共有().

A. 68种 B. 70种 C. 240种 D. 280种

【答案】A

【解析】由题意,从该8名学生中选取4人有 C_8^4 种选法,
其中全是男生的选法有 C_4^4 种,全是女生的选法有 C_4^4 种,
则选出的4人中既有男生又有女生的选法共有 $C_8^4 - C_4^4 - C_4^4 = 70 - 2 = 68$ 种.
故选A.

【标注】【知识点】排除法;组合

10. 某学校开设A类选修课5门,B类选修课4门,一位同学从中共选3门,若要求至少选一门A类课程,则不同的选法共有 _____ 种.(用数字作答)

【答案】80

【解析】9门课程中选3门的情况有 $C_9^3 = 84$ 种,
3门课程中不包含A类情况有 $C_4^3 = 4$ 种,
 $\therefore$ 至少选一门A类课程的情况为 $84 - 4 = 80$ 种.

【标注】【知识点】排除法;组合

11. 某学习小组的5名男生和4名女生中任意选取3名学生进行视力检测,其中至少要选到男生和女生各一名,则不同的选取种数为().

A. 35 B. 70 C. 80 D. 140

【答案】B

【解析】从9人中,任取3人进行视力检测,
分析可得,这是组合问题,共有 $C_9^3 = 84$ 种情况.

若选出的3人都为男生时，有 $C_5^3 = 10$ 种情况．

选出的3人都为女生时，有 $C_4^3 = 4$ 种情况．

根据排除法，可得符合题意的选法共有 $84 - 10 - 4 = 70$ 种．

【标注】【知识点】分组分配法

【素养】逻辑推理

12. 青岛花展期间，安排6位志愿者到4个展区提供服务，要求甲、乙两个展区各安排一个人，剩下两个展区各安排两个人，其中的小李和小王不在一起，不同的安排方案共有（ ）．

A. 168种 B. 156种 C. 172种 D. 180种

【答案】B

【解析】先只按人数分配共 $C_6^1 C_5^1 C_4^2 C_2^2 = 180$ 种，
小李小王在一起的有 $C_2^1 C_4^2 C_2^1 C_1^1 = 24$ 种，
所以满足条件的有 $180 - 24 = 156$ 种，
故选：B．

【标注】【知识点】排除法；组合

13. 将4名教师分配到3所中学任教，每所中学至少1名教师，则不同的分配方案共有（ ）．

A. 12种 B. 24种 C. 36种 D. 48种

【答案】C

【解析】先把4位教师分成3组，有1组有2人，
另两组各有1人，有 C_4^2 种分法，
再安排3组分别去一个学校，有 A_3^3 种方法，
由分步乘法计数原理得：不同的安排方式共有 $C_4^2 A_3^3 = 6 \times 6 = 36$ 种．
故选C．

【标注】【知识点】分组分配法

14. 某班有50人，从中选10人均分2组（即每组5人），一组打扫教室，一组打扫操场，那么不同的选派法有（ ）．

A. $C_{50}^{10} \cdot C_{10}^5$ B. $\frac{C_{50}^{10} \cdot C_{10}^5}{2}$ C. $C_{50}^{10} \cdot C_{10}^5 \cdot A_2^2$ D. $C_{50}^5 \cdot C_{45}^5 \cdot A_2^2$

【答案】 A

【解析】 由题意，先分组，可得 $\frac{C_{50}^{10} \cdot C_{10}^5}{2}$ ，再一组打扫教室，一组打扫操场，可得不同的选派法 $\frac{C_{50}^{10} \cdot C_{10}^5}{2} \cdot A_2^2 = C_{50}^{10} \cdot C_{10}^5$.
故选A .

【标注】 【知识点】 分组分配法

15. 将6名实习老师分配到4个班级工作，要求将6名老师分成4组，其中2组各有2名老师，另外2组各有1名老师，则不同的分配方案总数是（ ） .

A. 1080

B. 2160

C. 720

D. 4320

【答案】 A

【解析】 由题意得，不同的分配方案的总数为 $\frac{C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^1 \cdot C_1^1}{2^1 \cdot 2^1} \cdot A_4^4 = 1080$ 种 .
故选A .

【标注】 【知识点】 分组分配法

16. 将6名男生，4名女生分成两组，每组5人，参加两项不同的活动，每组3名男生和2名女生，则不同的分配方法有 _____ 种 .

【答案】 120

【解析】 先将6名男生，4名女生分成两组，每组5人，有 $\frac{C_6^3 C_4^2}{A_2^2}$ 不同的两组，然后将这两组分配到两项不同的活动中，则不同的分配方法有 $\frac{C_6^3 C_4^2}{A_2^2} \cdot A_2^2 = 120$ 种 .
故答案为：120 .

【标注】 【知识点】 分组分配法

17. 现有5项工程由甲、乙、丙3个工程队承包，每队至少一项，但甲承包的项目不超过2个，不同的承包方案有（ ）种 .

A. 130

B. 150

C. 220

D. 240

【答案】 A

【解析】 5项工程分成3组的分法有1, 1, 3和1, 2, 2两种情况,

$$1, 1, 3 \text{ 的组数为 } \frac{C_5^1 C_4^1}{2!} = 10 \text{ (组)},$$

$$\text{此时的承包方案有 } 10 C_2^1 A_2^2 = 40 \text{ (种)},$$

$$1, 2, 2 \text{ 的组数为 } \frac{C_5^2 C_3^2}{2!} = 15 \text{ (组)},$$

$$\text{此时的承包方案有 } 15 A_3^3 = 90 \text{ (种)},$$

所以不同的承包方案有 $40 + 90 = 130$ (种) .

故选A .

【标注】 【知识点】 分步乘法计数原理；加法原理与乘法原理的综合运用；分类加法计数原理

18. 高三年级新来了7位插班生，要分到5个数学IIAS的班里，若保证每班至少分到1位学生，则共有 _____ 种不同的分配方法 . (结果用数字表示)

【答案】 16800

【解析】 先将7个人，分为5组，每组至少一人 .

分组方式为：2, 2, 1, 1, 1或3, 1, 1, 1, 1 .

$$\text{分组方法有：} \frac{C_7^2 C_5^2}{A_2^2} + C_7^3 = 140 \text{ 种} .$$

再将5组分给5个班级，有 A_5^5 种方法，

$$\text{共有：} 140 \cdot A_5^5 = 16800 \text{ 种分配方法} .$$

【标注】 【知识点】 排列；分组分配法

19. 某城市有3个演习点同时进行消防演习，现将5个消防队分配到这3个演习点，若每个演习点至少安排1个消防队，则不同的分配方案种数为 () .

A. 150

B. 240

C. 360

D. 540

【答案】 A

【解析】 根据题意，5个消防队分配到这3个演习点，若每个演习点至少安排1个消防队，则

$$\text{可将5队分为3、1、1的三组，有 } \frac{C_5^3 C_2^1}{A_2^2} = 10 \text{ 种分组方法，将分好的3组对应3个演习点，}$$

$$\text{有 } A_3^3 = 6 \text{ 种方法，}$$

$$\text{共有 } 10 \times 6 = 60 \text{ 种分配方案；}$$

将5队分为2、2、1的三组，有 $\frac{C_5^2 C_3^2}{A_2^2} = 15$ 种分组方法，将分好的3组对应3个演习点，有 $A_3^3 = 6$ 种方法，
 共有 $15 \times 6 = 90$ 种分配方案；
 故共有 $60 + 90 = 150$ 种分配方案。
 故选A。

【标注】【知识点】分组分配法

20. 把5个不同的球全部放入3个不同的盒子中（每个盒子都不空），则不同的放法种数为（ ）。

A. 240

B. 180

C. 150

D. 96

【答案】C

【解析】将5个不同的球装入3个不同的盒子中，

每个盒子至少有一个球，分为(3, 1, 1)或(2, 2, 1)三组，

共有 $C_5^3 + \frac{C_5^2 C_3^2}{A_2^2} = 25$ ，

再分配到三个不同的盒子里，

共有 $25 A_3^3 = 150$ 种。

故选C。

【标注】【知识点】排列；组合