

01含参函数的单调性讨论练习题

一、含参函数单调性问题

1. 已知函数 $f(x) = -x^3 + ax^2 - x - 1$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是单调函数, 则实数 a 的取值范围是 ().
A. $(-\infty, -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}, +\infty)$ B. $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$
C. $(-\infty, -\sqrt{3}] \cup (\sqrt{3}, +\infty)$ D. $(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$
2. 若函数 $f(x) = x^2 + ax + \frac{1}{x}$ 在 $(\frac{1}{2}, +\infty)$ 是增函数, 则 a 的取值范围是 ().
A. $[-1, 0]$ B. $[-1, +\infty)$ C. $[0, 3]$ D. $[3, +\infty)$
3. 已知函数 $f(x) = x^2 + \ln x - ax$ 在 $(1, 2)$ 内不是单调函数, 则实数 a 的取值范围是 ().
A. $[2\sqrt{2}, 3)$ B. $[2\sqrt{2}, \frac{9}{2})$ C. $[3, \frac{9}{2}]$ D. $(3, \frac{9}{2})$
4. 已知函数 $f(x) = \ln x + (x - b)^2$ ($b \in \mathbf{R}$) 在区间 $[\frac{1}{2}, 2]$ 上存在单调递增区间, 则实数 b 的取值范围是 ().
A. $(-\infty, \frac{3}{2})$ B. $(-\infty, \frac{9}{4})$ C. $(-\infty, 3)$ D. $(-\infty, \sqrt{2})$

二、分类讨论——二次型

5. 已知函数 $f(x) = \ln x + \frac{ax^2}{2} - (a+1)x$, $a \in \mathbf{R}$, 求函数 $f(x)$ 的单调区间.
6. 已知函数 $f(x) = mx^3 - 3x^2 + 1 - \frac{3}{m}$, 讨论其单调性.
7. 已知函数 $f(x) = \ln x - ax^2 + (2-a)x$.
(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性.
8. 已知函数 $f(x) = -x^3 + ax^2 - 4$.
(1) 求 $f(x)$ 单调区间.
9. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x + a \ln x$, 讨论 $f(x)$ 的单调性.

三、分类讨论——指对型

10. 设函数 $f(x) = \frac{e^x}{x^2} - k\left(\frac{2}{x} + \ln x\right)$ (k 为常数, $e = 2.718 \dots$).
(1) 当 $k \leq 0$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间.