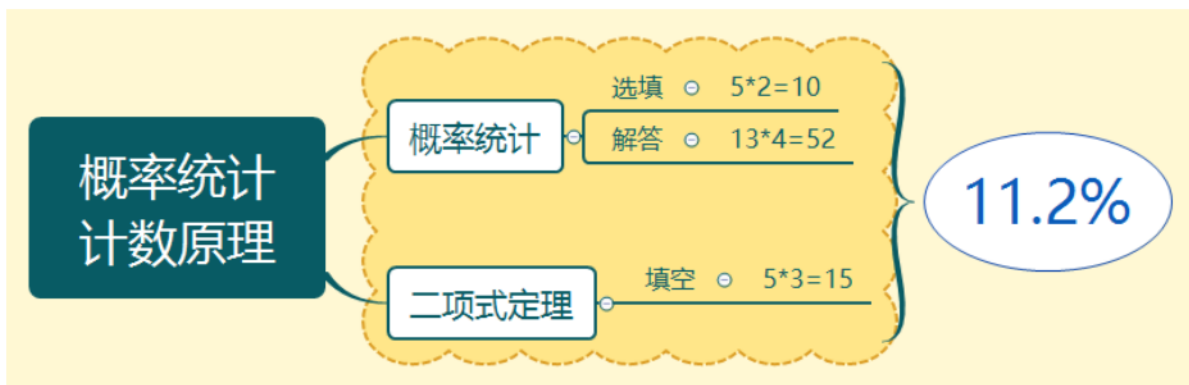


06概率统计及计数原理专项复习



1. 概率统计



正态分布

1 已知随机变量 x 服从正态分布 $N(3, \sigma^2)$ ，且 $P(x \leq 4) = 0.84$ ，则 $P(2 < x < 4) = (\quad)$ 。

A. 0.84

B. 0.68

C. 0.32

D. 0.16

答案 B

解析

$$\because P(x < 4) = 0.84,$$

$$\therefore P(x > 4) = 1 - 0.84 = 0.16$$

$$\therefore P(x < 2) = P(x > 4) = 0.16,$$

$$\therefore P(2 < x < 4) = P(x \leq 4) - P(x < 2) = 0.84 - 0.16 = 0.68.$$

故选B。



线性回归方程

2

已知 x 与 y 之间的一组数据：

x	0	1	3	4
y	2.2	4.3	4.8	6.7

则 y 与 x 的线性回归方程为 $\hat{y} = 0.95x + a$ ，则 a 的值为（ ）.

A. 0.325

B. 0

C. 2.2

D. 2.6

答案

D

解析

$$\text{计算 } \bar{x} = \frac{1}{4} \times (0 + 1 + 3 + 4) = 2 ,$$

$$\bar{y} = \frac{1}{4} \times (2.2 + 4.3 + 4.8 + 6.7) = 4.5 ,$$

代入 y 与 x 的线性回归方程 $\hat{y} = 0.95x + a$ 中，

$$\text{解得 } a = 4.5 - 0.95 \times 2 = 2.6 .$$

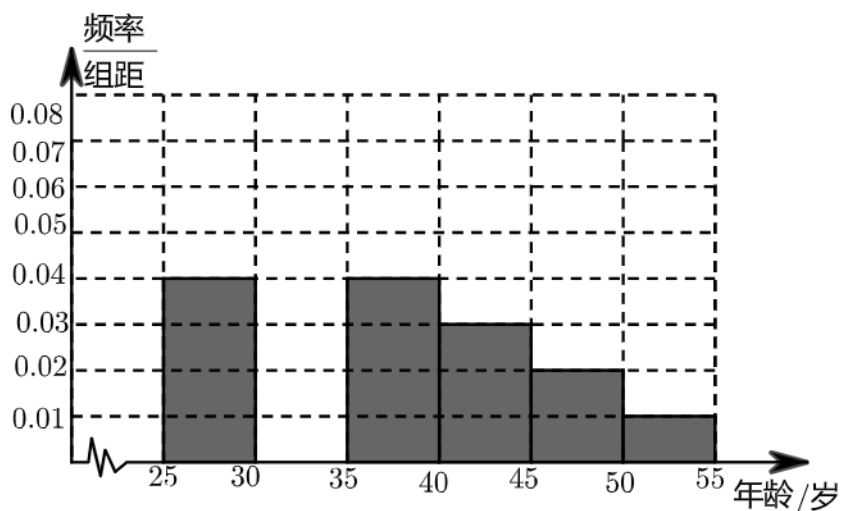
故选D .

频率分布直方图

3 2020年天津河北区高三二模第5题5分

某班同学进行社会实践，对 $[25, 55]$ 岁的人群随机抽取 n 人进行了生活习惯是否符合低碳观念的调查，若生活习惯符合低碳观念的称为“低碳族”，否则称为“非低碳族”，得到如下统计表和各年龄段人数频率分布直方图如下，则图表中的 p, a 的值分别为（ ）.

组数	分组	低碳族的人数	占本组的频率
第一组	$[25, 30)$	120	0.6
第二组	$[30, 35)$	195	p
第三组	$[35, 40)$	100	0.5
第四组	$[40, 45)$	a	0.4
第五组	$[45, 50)$	30	0.3
第六组	$[50, 55]$	15	0.3



- A. 0.79 , 20 B. 0.195 , 40
C. 0.65 , 60 D. 0.975 , 80

答案 C

解析 ∵由图可知，

第一组人数为 $120 \div 0.6 = 200$ 人，

且第1组的频率为 $0.04 \times 5 = 0.2$ ，

$$\therefore \text{总人数 } n = \frac{200}{0.2} = 1000 ,$$

$$\text{又第二组的频率为 } 1 - (0.04 + 0.04 + 0.03 + 0.02 + 0.01) \times 5 = 0.3 ,$$

$$\therefore \text{第二组共有 } 1000 \times 0.3 = 300 \text{ 人} ,$$

$$\therefore P = \frac{195}{300} = 0.65 ,$$

$$\text{又 } \therefore \text{第四组的频率为 } 0.03 \times 5 = 0.15 ,$$

$$\therefore \text{第四组有 } 0.15 \times 1000 = 150 \text{ 人} ,$$

$$\therefore a = 0.4 \times 150 = 60 ,$$

$$\text{故 } P = 0.65 , a = 60 ,$$

故选C项 .



二项分布

4

2020年天津南开区天津中学高三下学期高考模拟（3月）第13题

若有一个不透明的袋子内装有大小、质量相同的6个小球，其中红球有2个，白球有4个，每次取两个，取后放回，连续取三次，设随机变量 ξ 表示取出后都是白球的次数，则 $E(\xi) = \underline{\hspace{2cm}}$.

答案

1.2

解析

从袋中随机抽取两个球都是白球的概率 $P = \frac{C_4^2}{C_6^2} = \frac{2}{5} ,$

随机变量 $\xi \sim B\left(3, \frac{2}{5}\right)$, 由二项分布的期望公式得 $E(\xi) = 3 \times \frac{2}{5} = 1.2 .$

离散型随机变量分布列的期望和方差

5 2020年天津河西区天津市第四中学高三下学期高考模拟（4月）第11题5分

袋中装有5个同样大小的球，编号为1, 2, 3, 4, 5. 现从该袋内随机取出3个球，记被取出的球的最大号码数为 ξ ，则 $E\xi$ 等于_____.

答案 4.5

解析 $\because$ 袋中装有5个同样大小的球，编号为1, 2, 3, 4, 5，现从该袋内随机取出3个球，记被取出的球的最大号码数为 ξ ，

$\therefore \xi$ 的可能取值为3, 4, 5，

$$P(\xi = 3) = \frac{C_3^3}{C_5^3} = \frac{1}{10},$$

$$P(\xi = 4) = \frac{C_1^1 C_3^2}{C_5^3} = \frac{3}{10},$$

$$P(\xi = 5) = \frac{C_1^1 C_4^2}{C_5^3} = \frac{6}{10},$$

$$\therefore E\xi = 3 \times \frac{1}{10} + 4 \times \frac{3}{10} + 5 \times \frac{6}{10} = 4.5.$$

6 2020年天津高三二模十二重点中学毕业班联考（二）第13题5分

某校在高一年级一班至六班进行了“社团活动”满意度调查（结果只有“满意”和“不满意”两种），从被调查的学生中随机抽取了50人，具体的调查结果如表：

班号	一班	二班	三班	四班	五班	六班
频数	4	5	11	8	10	12
满意人数	3	2	8	5	6	6

现从一班和二班调查对象中随机选取4人进行追踪调查，则选中的4人中恰有2人不满意的概率

为_____；若将以上统计数据中学生持满意态度的频率视为概率，在高一年级全体学生中随机抽取3名学生，记其中满意的人数为 X ，则随机变量 X 的数学期望是_____.

答案

1: $\frac{10}{21}$
2: $\frac{9}{5}$

解析

由表中数据可知，一班，二班被调查的人数分别为4人，5人，

两班中有4人对“社团活动”不满意，

则选中的4人中恰有2人不满意的概率为 $\frac{C_4^2 C_5^2}{C_9^4} = \frac{6 \times 10}{126} = \frac{10}{21}$ ，

因为高一年级被调查的人数为50人，

对“社团活动”满意的人数为30人，持满意态度的频率为 $\frac{3}{5}$ ，

由题意知 $X \sim B\left(3, \frac{3}{5}\right)$ ，所以 $E(X) = 3 \times \frac{3}{5} = \frac{9}{5}$ 。

7

2020~2021学年天津南开区天津市南开中学高三上学期期末第13题5分

小明的投篮命中率为 $\frac{3}{4}$ ，各次投篮命中与否相互独立。他连续投篮三次，设随机变量 X 表示三次投篮命中的次数，则 $P(X=2) = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $E(X) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案

1: $\frac{27}{64}$
2: $\frac{9}{4}$

解析

$$\begin{aligned} P(X=2) &= C_3^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{3}{4}\right)^1 \\ &= \frac{27}{64}, \\ P(X=0) &= C_3^0 \cdot \left(1 - \frac{3}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}, \\ P(X=1) &= C_3^1 \cdot \left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{64}, \\ P(X=3) &= \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}, \end{aligned}$$

X 分布列如下：

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{64}$

$$\begin{aligned} E(X) &= \frac{1}{64} \times 0 + \frac{9}{64} \times 1 + \frac{27}{64} \times 2 + \frac{27}{64} \times 3 \\ &= \frac{9}{4}, \end{aligned}$$

$$\text{即 } P(X=2) = \frac{27}{64}, D(X) = \frac{9}{4}.$$

8 为了响应国家发展足球的战略，哈市某校在秋季运动会中，安排了足球射门比赛．现有10名同学参加足球射门比赛，已知每名同学踢进的概率均为0.6，每名同学有2次射门机会，且各同学射门之间没有影响．现规定：踢进两个得10分，踢进一个得5分，一个未进得0分，记 X 为10个同学的得分总和，则 X 的数学期望为（ ）．

- A. 30 B. 40 C. 60 D. 80

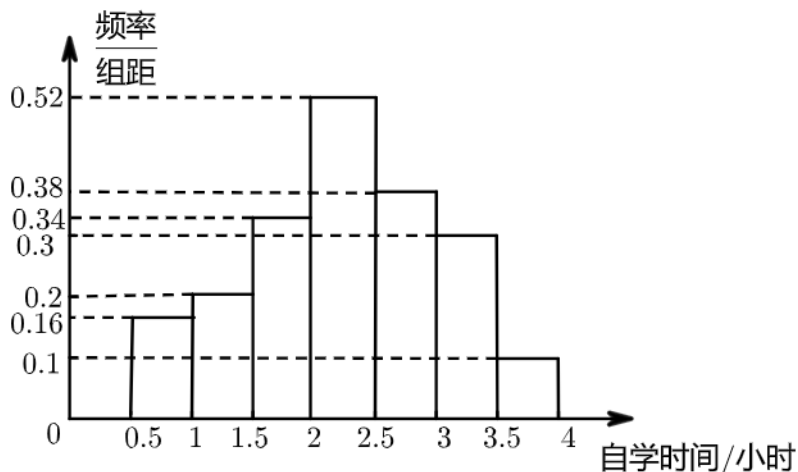
答案 C

解析 由题意每个学生的得分服从二项分布 $X \sim B(n, p)$ ，其中 $n = 10$ ， $p = 0.6$ ，所以由二项分布的数学期望公式可得每个学生 X 的数学期望为 $E(X) = np = 0.6 \times 10 = 6$ ，因此10个同学的的数学期望是 $10E(X) = 60$ ，应选答案C．

🔍 样本的数字特征

9 2020年天津南开区天津中学高三下学期高考模拟（3月）第5题

如图是某学校的教研处根据调查结果绘制的本校学生每天放学后的自学时间情况的频率分布直方图：根据频率分布直方图，求出自学时间的中位数和众数的估计值（精确到0.01）分别是（ ）．



- A. 2.20 , 2.25 B. 2.29 , 2.20
C. 2.29 , 2.25 D. 2.25 , 2.25

答案 C

解析 由频率分布直方图得：

自学时间在 $[0.5, 2)$ 的频率为 $(0.16 + 0.2 + 0.34) \times 0.5 = 0.35$ ，

自学时间在 $[2, 2.5)$ 的频率为 $0.52 \times 0.5 = 0.26$ ，

$\therefore$ 自学时间的中位数为： $2 + \frac{0.5 - 0.35}{0.26} \times 0.5 \approx 2.29$ ，

众数为： $\frac{2 + 2.5}{2} = 2.25$ 。

故选：C。

10 2020年天津和平区高三三模第11题5分

如图所示的茎叶图记录了甲、乙两组各5名工人某日的产量数据（单位：件）若这两组数据的中位数相等，且平均值也相等，则 $x + y$ 的值为_____。

甲组		乙组
6	5	9
2 5	6	1 7 y
x 4	7	8

答案 8

解析 由茎叶图可得，甲组的中位数为65，由于两组数据的中位数相同，所以乙组数据中位数也是65，

$\therefore y = 5$ ，

又 $\because$ 两组数据的平均值相等，

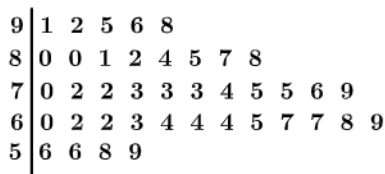
即 $\frac{56 + 62 + 65 + 74 + 70 + x}{5} = \frac{59 + 61 + 67 + 65 + 78}{5}$ ，

得 $x = 3$ ，

$\therefore x + y = 3 + 5 = 8$ 。

分层抽样

- 11 中国诗词大会的播出引发了全民的读书热，某小学语文老师在班里开展了一次诗词默写比赛，班里40名学生得分数据的茎叶图如图所示．若规定得分不小于85分的学生得到“诗词达人”的称号，小于85分且不小于70分的学生得到“诗词能手”的称号，其他学生得到“诗词爱好者”的称号，根据该次比赛的成就按照称号的不同进行分层抽样抽选10名学生，则抽选的学生中获得“诗词能手”称号的人数为（ ）．



- A. 2 B. 4 C. 5 D. 6

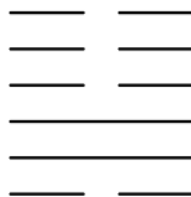
答案 B

解析 由茎叶图可得，“诗词能手”的称号有16人，
据该次比赛的成就按照称号的不同进行分层抽样抽选10名学生，
则抽选的学生中获得“诗词能手”称号的人数为 $10 \times \frac{16}{40} = 4$ 人，
故选：B．

概率

- 12 2020年天津宁河县芦台一中高三二模第7题5分

我国古代典籍《周易》用“卦”描述万物的变化．每一“重卦”由从下到上排列的6个爻组成，爻分为阳爻“—”和阴爻“— —”，如图就是一重卦．在所有重卦中随机取一重卦，则该重卦恰有3个阳爻的概率是（ ）．



- A. $\frac{5}{16}$ B. $\frac{15}{64}$ C. $\frac{21}{32}$ D. $\frac{11}{16}$

答案 A

解析 在所有重卦中随机取一重卦，基本事件总数 $n = 2^6 = 64$ ，
该重卦恰有3个阳爻包含的基本个数 $m = C_6^3 C_3^3 = 20$ ，
则该重卦恰有3个阳爻的概率 $p = \frac{m}{n} = \frac{20}{64} = \frac{5}{16}$ 。
故选A。

13 2020年天津南开区天津市第二十五中学高三下学期高考模拟（3月）第14题5分

有编号分别为1, 2, 3, 4, 5的5个红球和5个黑球，从中随机取出4个，则取出球的编号互不相同的概率为 _____。

答案 $\frac{8}{21}$

解析 由题意知本题是一个古典概型，
试验包含的总事件从10个球中取出4个，不同的取法有 $C_{10}^4 = 210$ 种，
满足条件的如果要求取出的球的编号互不相同，
可以先从5个编号中选取4个编号，有 C_5^4 种选法，
对于每一个编号，再选择球，有两种颜色可供挑选，
∴取出的球的编号互不相同的取法有 $C_5^4 \cdot 2^4 = 80$ 种，
∴取出的球的编号互不相同的概率为 $\frac{80}{210} = \frac{8}{21}$ 。

14 2020~2021学年天津河北区高三上学期期末第13题5分

一个袋子中有形状和大小完全相同的3个白球与2个黑球，每次从中取出一个球，取到白球得2分，取到黑球得3分．甲从袋子中有放回地依次取出3个球，则甲了三次都取到白球的概率为 _____，甲总得分是7的概率为 _____．

答案

$$\begin{aligned} 1: & \frac{27}{125} \\ 2: & \frac{54}{125} \end{aligned}$$

解析

一个袋子中有形状和大小完全相同的3个白球与2个黑球，每次从中取出一个球，取到白球得2分，取到黑球得3分．甲从袋子中有放回地依次取出3个球，

则甲三次都取到白球的概率为：

$$P_1 = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{27}{125},$$

甲总得分是7的概率为：

$$P_1 = C_3^1 \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{54}{125}.$$

故答案为： $\frac{27}{125}$ ， $\frac{54}{125}$ ．

2. 计数原理



排列组合

15 2020年天津南开区高三二模第7题5分

某学校食堂为了进一步加强学校疫情防控工作，降低学生因用餐而交叉感染的概率规定：就餐时，每张餐桌（如图）至多坐两个人，一张餐桌坐两个人时，两人既不能相邻也不能相对（即二人只能坐在对角线的位置上）．现有3位同学到食堂就餐，如果3人在1号和2号两张餐桌上就餐（同一张餐桌的4个座位是没有区别的），则不同的坐法种数为（ ）．



A. 6

B. 12

C. 24

D. 48

答案 D

解析 不同的坐法为： $4C_3^2C_4^1 = 48$ ，
故选项D正确。

16 2018年天津武清区高三二模理科（宝坻区、宁河区、蓟县区、静海区联考）第12题5分

天津大学某学院欲安排4名毕业生到某外资企业的三个部门A、B、C实习，要求每个部门至少安排1人，其中甲大学生不能安排到A部门工作的方法有 _____ 种（用数字作答）。

答案 24

解析 根据题意，设4名毕业生为甲、A、B、C，分2种情况讨论：

①甲单独一人分配到B或C部门，则甲有2种情况，

将A、B、C分成2组，有 $C_3^1 = 3$ 种分组方法，再将2组全排列，分配到其他2个部门，有 $A_2^2 = 2$ 种情况，

则此时有 $2 \times 3 \times 2 = 12$ 种安排方法；

②甲和其他人一起分配到B或C部门，

在A、B、C中任选1人，与甲一起分配到B或C部门，有 $C_3^1 \times 2 = 6$ 种情况，

将剩余的2人全排列，分配到其他2个部门，有 $A_2^2 = 2$ 种情况，

则此时有 $6 \times 2 = 12$ 种安排方法；

则一共有 $12 + 12 = 24$ 种不同的安排方法；

故答案为：24。

17 2020年天津和平区天津市耀华中学高三二模第6题5分

由0, 1, 2, 3, 4, 5所组成的没有重复数字的四位数中, 能被5整除的有().

- A. 512个 B. 192个 C. 240个 D. 108个

答案 D

解析 能被5整除的四位数末位是0或5的数, 因此分两类:

第一类, 末位为0时, 其它三位从剩下的数中任意排3个即可, 有 $A_5^3 = 60$ 个,

第二类, 末位为5时, 首位不能排0, 则首位只能从1, 3, 4, 5选1个,

第二位和第三位从剩下的任选2个即可, 有 $A_4^1 \cdot A_4^2 = 48$ 个,

根据分类计数原理得可以组成 $60 + 48 = 108$ 个不同的能被5整除的四位数.

故选D.

二项式定理——常数项

18 2020~2021学年天津和平区高三上学期期末第11题5分

$\left(2x - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6$ 的展开式中, 常数项是_____.

答案 60

解析 $T_{1+r} = C_6^r (2x)^{6-r} \left(-x^{-\frac{1}{2}}\right)^r$
 $= C_6^r 2^{6-r} (-1)^r x^{6-\frac{3}{2}r}$,
 令 $6 - \frac{3}{2}r = 0$, 得 $r = 4$,
 则 $T_5 = C_6^4 2^2 (-1)^4 x^0$
 $= 60$.

19 2020年天津高三二模十二重点中学毕业班联考(二)第4题5分

已知 $\left(\sqrt[3]{x} - \frac{2a}{x}\right)^8$ 的展开式中常数项为112, 则实数a的值为().

A. ± 1

B. 1

C. 2

D. ± 2

答案 A

解析 由题意可知： $\left(\sqrt[3]{x} - \frac{2a}{x}\right)^8$ 的展开项的通式 $T_{r+1} = C_8^r \cdot (\sqrt[3]{x})^{8-r} \cdot \left(-\frac{2a}{x}\right)^r = C_8^r \cdot (-2a)^r x^{\frac{8-4r}{3}}$

当 $\frac{8-4r}{3} = 0$ 时， $r = 2$ ，此时 $C_8^2 \cdot (-2a)^2 = 112a^2 = 112$ ，

故 $a = \pm 1$ 。

故选 A。

20 2017~2018 学年 2 月天津南开区天津市南开中学高三下学期月考理科第 10 题 5 分

$\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(2x + \frac{1}{x}\right)^5$ 的展开式中，常数项为 _____。

答案 -40

解析 $\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(2x + \frac{1}{x}\right)^5$ 展开式中常数项是 $\left(2x + \frac{1}{x}\right)^5$ 展开式中的 $\frac{1}{x}$ 项与 x 的乘积，加上含 x 项与 $-\frac{1}{x}$ 的乘积。

由 $\left(2x + \frac{1}{x}\right)^5$ 展开式的通项公式为 $T_{r+1} = C_5^r \cdot (2x)^{5-r} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^r = 2^{5-r} \cdot C_5^r \cdot x^{5-2r}$ ，

令 $5-2r = -1$ ，解得 $r = 3$ ， $\therefore T_4 = 2^2 \cdot C_5^3 \cdot \frac{1}{x} = \frac{40}{x}$ 。

令 $5-2r = 1$ ，解得 $r = 2$ ， $\therefore T_3 = 2^3 \cdot C_5^2 \cdot x = 80x$ 。

所求展开式的常数项为 $\frac{40}{x} \cdot x + 80x \cdot \left(-\frac{1}{x}\right) = 40 - 80 = -40$ 。

故答案为：-40。

二项式定理——项的系数

21 2020年天津南开区高三二模第11题5分

若 $\left(x^2 + \frac{1}{ax}\right)^6$ 的二项展开式中 x^3 的系数为 $\frac{5}{2}$ ，则 $a =$ _____ .

答案 2

解析 $\left(x^2 + \frac{1}{ax}\right)^6$ 的二项展开式中包含 x^3 的一项为 $C_6^3 \cdot (x^2)^3 \cdot \left(\frac{1}{ax}\right)^3 = \frac{20}{a^3} \cdot x^3 = \frac{5}{2}x^3$ ，
 $\therefore a = 2$.

22 2020~2021学年天津滨海新区高三上学期期末（七校联考）第11题5分

在二项式 $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^9$ 的展开式中，含 x^6 的项的系数为 _____ .

答案 144

解析 二项式 $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^9$ 的展开式的通项公式为 $T_{r+1} = C_9^r \cdot 2^r \cdot x^{9-\frac{3r}{2}}$ ，
 令 $9 - \frac{3r}{2} = 6$ ，求得 $r = 2$ ，可得展开式中含 x^6 的项的系数为 $C_9^2 \times 2^2 = 144$.
 故答案为：144 .

23 2020~2021学年天津高三上学期期末（部分区）第10题5分

在 $\left(\frac{2}{x} - \sqrt{x}\right)^5$ 的展开式中， x 的系数是 _____（用数字作答） .

答案 10

解析 $\therefore$ 在 $\left(\frac{2}{x} - \sqrt{x}\right)^5$ 的展开式中，含有 x 的项为： $C_5^4(-\sqrt{x})^4 \cdot \frac{2}{x} = 10x$ ，
 $\therefore x$ 的系数为 10，
 故答案为：10 .

24 2016年高考真题天津卷理科第10题5分

$\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^8$ 的展开式中 x^7 的系数为 _____. (用数字作答)

答案 -56

解析 展开式通项为 $T_{r+1} = C_8^r (x^2)^{8-r} \left(-\frac{1}{x}\right)^r = (-1)^r C_8^r x^{16-3r}$,

令 $16 - 3r = 7$, 得 $r = 3$,

所以展开式中 x^7 的系数为 $(-1)^3 C_8^3 = -56$.

故答案为: -56.

25 2020年天津南开区天津中学高三下学期高考模拟(3月)第12题

将 $(3+x)^n$ 的展开式按照 x 的升幂排列, 若倒数第三项的系数是 90, 则 n 的值是 ____.

答案 5

解析 $(3+x)^n$ 的展开式按照 x 的升幂排列, 则展开式通项为 $T_{r+1} = C_n^r \cdot 3^{n-r} \cdot x^r$,

由题意 $n \geq 2$,

则倒数第三项的系数为 $C_n^{n-2} \cdot 3^2 = 9C_n^{n-2} = 90$,

$$\therefore 10 = C_n^{n-2} = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{2},$$

整理得 $n^2 - n - 20 = 0$,

解得 $n = 5$,

故答案为: 5.



系数和/二项式系数和

26 2020年天津和平区高三三模第12题5分

若 $\left(\frac{3}{\sqrt{x}} - \sqrt[3]{x}\right)^n$ 的展开式中所有项系数的绝对值之和为1024，则该展开式中的常数项是 _____ .

答案

-90

解析

$\left(\frac{3}{\sqrt{x}} - \sqrt[3]{x}\right)^n$ 的展开式中所有项系数的绝对值之和等于 $\left(\frac{3}{\sqrt{x}} + \sqrt[3]{x}\right)^n$ 的展开式中所有项系数的绝对值之和，

令 $x = 1$ ，得 $4^n = 1024$ ， $n = 5$ ，

$\therefore \left(\frac{3}{\sqrt{x}} - \sqrt[3]{x}\right)^5$ 的展开式通项为：

$$T_{r+1} = C_5^r \left(\frac{3}{\sqrt{x}}\right)^{5-r} (-\sqrt[3]{x})^r$$

$$= (-1)^r C_5^r 3^{5-r} x^{\frac{5r-15}{6}},$$

$$\text{令 } \frac{5r-15}{6} = 0, \text{ 得 } r = 3,$$

$$\therefore \text{该展开式中的常数项为：} (-1)^3 \cdot C_5^3 \cdot 3^2 = -90.$$

27 2019~2020学年5月天津塘沽区天津市塘沽区第一中学高二下学期月考第12题5分

已知二项式 $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^n$ 的展开式中各项的二项式系数和为512，其展开式中第四项的系数 _____ .

答案

-672

解析

$$2^n = 512,$$

$$n = 9,$$

$$\therefore \left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^9,$$

$$T_4 = C_9^3 (x^2)^6 \left(-\frac{2}{x}\right)^3,$$

$$\therefore \text{系数为 } C_9^3 (-2)^3 = -672.$$

28 2020年天津东丽区一百中学高三下学期高考模拟(4月)第11题

如果 $\left(3\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right)^n$ 的展开式中各项系数之和为128, 则展开式中 $\frac{1}{x^4}$ 的系数是 _____ .

答案 -189

解析 由已知可得, $(3-1)^n = 2^n = 128$, 即 $n = 7$,

$$\therefore \left(3\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right)^n = \left(3\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right)^7,$$

$$\text{其通项公式为 } T_{r+1} = C_7^r \cdot (3\sqrt{x})^{7-r} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^r = (-1)^r \cdot 3^{7-r} \cdot C_7^r \cdot x^{\frac{7-3r}{2}},$$

$$\text{令 } \frac{7-3r}{2} = -4, \text{ 得 } r = 5,$$

$$\therefore \text{展开式中 } \frac{1}{x^4} \text{ 的系数是 } (-1)^5 \cdot 3^2 \cdot C_7^5 = -189.$$

故答案为: -189.