

A. $\sqrt{3}$

7 已知双曲线的一个焦点与抛物线 $x^2 = 20y$ 的焦点重合, 且双曲线上一点 P 到双曲线的两个焦点的距离之差的绝对值等于 6, 则该双曲线的标准方程为 ().

A. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

B. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

C. $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$

D. $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$

8 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 一个焦点与抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点重合, 且双曲线的离心率等于 $\sqrt{5}$, 则该双曲线的实轴长为 ().

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

D. 1

9 已知双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$ 的右焦点与抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点重合, 则该抛物线的准线被双曲线所截得的线段长度为 () .

A. $\frac{7}{3}$

B. $\frac{14}{3}$

C. $\frac{5}{2}$

D. 5

直线与圆锥曲线的位置关系

10 已知抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 准线为 l , 直线 $y = k(x - \frac{p}{2})$ 交抛物线于 A, B 两点, 过点 A 作准线 l 的垂线, 垂足为 E , 若等边 $\triangle AFE$ 的面积为 $36\sqrt{3}$, 则 $\triangle BEF$ 的面积为 ().

A. $6\sqrt{3}$

B. $12\sqrt{3}$

C. 16

D. $24\sqrt{3}$

11 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$, 以双曲线 C 的右焦点 F 为圆心, a 为半径作圆 F , 圆 F 与双曲线 C 的一条渐近线交于 M, N 两点, 则 $\angle MFN =$ () .

A. 45°

B. 60°

C. 90°

D. 120°

12 抛物线 $C_1: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 是双曲线 $C_2: \frac{x^2}{m} - \frac{y^2}{1-m} = 1 (0 < m < 1)$ 的右焦点, P 是 C_1 与 C_2 的交点, 点 Q 在 C_1 的准线上, $\triangle FPQ$ 是以 P 为直角顶点的等腰直角三角形, 则 C_2 的离心率为 $(\quad)$.

A. $\sqrt{2} + 1$

B. $2\sqrt{2} + 3$

C. $2\sqrt{10} - 3$

D. $2\sqrt{10} + 3$

3. 椭圆解答



直线方程求解

13 设椭圆 $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1 、 F_2 ，左顶点为 A ，左焦点到左顶点的距离为 1，离心率为 $\frac{1}{2}$ 。

(1) 求椭圆 M 的方程。

(2) 过点 A 作斜率为 k 的直线与椭圆 M 交于另一点 B ，连接 BF_2 并延长交椭圆 M 于点 C ，若 $F_1C \perp AB$ ，求 k 的值。

14 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的短轴长为 $4\sqrt{2}$ ，离心率为 $\frac{1}{3}$ 。

(1) 求椭圆 C 的标准方程。

(2) 设椭圆 C 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，左、右顶点分别为 A, B ，点 M, N 为椭圆 C 上位于 x 轴上方的两点，且 $F_1M \parallel F_2N$ ，记直线 AM, BN 的斜率分别为 k_1, k_2 ，若 $3k_1 + 2k_2 = 0$ ，求直线 F_1M 的方程。



弦长公式的应用

15

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦距为 2, 且过点 $P(2, 0)$.

(1) 求椭圆 C 的方程.

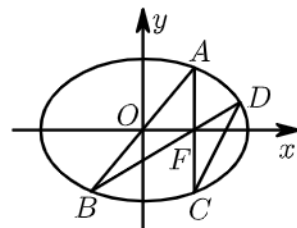
(2) 设 F 为 C 的左焦点, 点 M 为直线 $x = -4$ 上任意一点, 过点 F 作 MF 的垂线交 C 于两点 A, B

① 证明: OM 平分线段 AB (其中 O 为坐标原点).

② 当 $\frac{|MF|}{|AB|}$ 取最小值时, 求点 M 的坐标.

定值问题

- 16 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$ ，且过点 $(1, \frac{3}{2})$ 。
 F 为椭圆的右焦点， A, B 为椭圆关于原点对称的两点，连接 AF, BF 分别交椭圆于 C, D 两点。



- (1) 求椭圆的标准方程；
- (2) 若 $AF = FC$ ，求 $\frac{BF}{FD}$ 的值；
- (3) 设直线 AB, CD 的斜率分别为 k_1, k_2 ，是否存在实数 m ，使得 $k_2 = mk_1$ ，若存在，求出 m 的值；若不存在，请说明理由。

17 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的两个顶点分别为点 $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$, 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程.

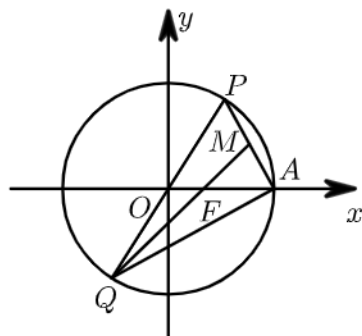
(2) 点 D 为 x 轴上一点, 过 D 作 x 轴的垂线交椭圆 C 于不同的两点 M, N , 过 D 作 AM 的垂线交 BN 于点 E . 证明: $\triangle BDE$ 与 $\triangle BDN$ 的面积之比为定值.



条件转化——三点共线

18

如图，在平面直角坐标系 xOy 中，椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点、右顶点分别为 F, A ，过原点的直线与椭圆 C 交于点 P, Q （点 P 在第一象限内），连接 AP, FQ ，若 $AF = 2$ ， $\triangle OAP$ 的面积是 $\triangle OFQ$ 的面积 3 倍。



(1) 求椭圆 C 的标准方程。

(2) 已知 M 为线段 PA 的中点，连结 QA, QM 。

① 求证： Q, F, M 三点共线。

② 记直线 QP, QM, QA 的斜率分别为 k_1, k_2, k_3 ，若 $k_1 + k_3 = \frac{5}{2}k_2$ ，求 $\triangle PQM$ 的面积。