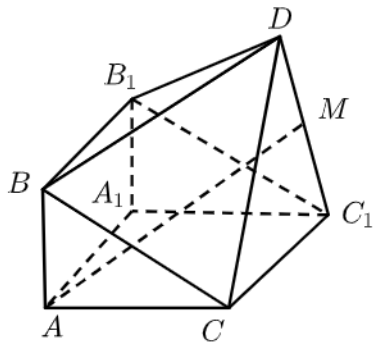
04立体几何、平面向量、集合、简易逻辑专项复习练习题

1. 立体几何解答

1 **2020年天津东丽区一百中学高三下学期高考模拟（4月）第18题**

如图，由直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$和四棱锥$D-BB_1C_1C$构成的几何体中，$\angle BAC=90°$，$AB=1$，$BC=BB_1=2$，$C_1D=CD=\sqrt{5}$，平面CC_1D⊥平面ACC_1A_1．



(1) 求证：$AC\perp DC_1$．

(2) 若M为DC_1中点，求证：$AM//$平面DBB_1．

(3) 在线段BC上（含端点）是否存在点P，使直线DP与平面DBB_1所成的角为$\frac{\pi}{3}$？若存在，求$\frac{BP}{BC}$的值，若不存在，说明理由．

答案 (1) 证明见解析．

(2) 证明见解析．

(3) 不存在这样的点，证明见解析．

解析 (1) 在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，

CC_1⊥平面ABC，

故$AC\perp CC_1$，

由平面CC_1D⊥平面ACC_1A_1，且平面CC_1D∩平面$ACC_1A_1=CC_1$，

所以AC⊥平面CC_1D，

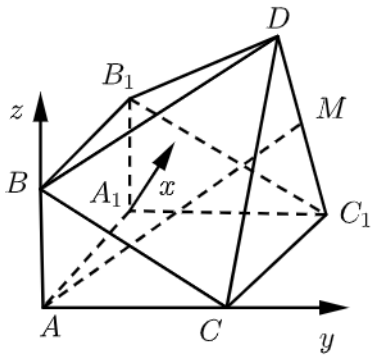
又C_1D⊂平面CC_1D，所以$AC\perp DC_1$．

(2) 在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AA_1\perp$平面ABC，

所以$AA_1\perp AB$，$AA_1\perp AC$，

又$\angle BAC=90°$，

所以，如图建立空间直角坐标系$A-xyz$，



依据已知条件可得$A(0,0,0)$，$C(0,\sqrt{3},0)$，

$C_1(2,\sqrt{3},0)$，$B(0,0,1)$，$B_1(2,0,1)$，$D(1,\sqrt{3},2)$，

所以$\overrightarrow{BB_1}=(2,0,0)$，$\overrightarrow{BD}=(1,\sqrt{3},1)$，

设平面DBB_1的法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$，

由$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{BB_1}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}2x=0\\ x+\sqrt{3}y+z=0\end{cases}$，

令$y=1$，则$z=-\sqrt{3}$，$x=0$，

于是$\vec{n}=(0,1,-\sqrt{3})$，

因为M为DC_1中点，所以$M\left(\frac{3}{2},\sqrt{3},1\right)$，

所以$\overrightarrow{AM}=\left(\frac{3}{2},\sqrt{3},1\right)$，

由$\overrightarrow{AM}\cdot\vec{n}=\left(\frac{3}{2},\sqrt{3},1\right)\cdot(0,1,-\sqrt{3})=0$，

可得$\overrightarrow{AM}\perp\vec{n}$，

所以AM与平面DBB_1所成角为0，

即$AM//$平面DBB_1，

(3) 由（2）可知平面BB_1D的法向量为

$\vec{n}=(0,1,-\sqrt{3})$，

设$\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{BC}$，$\lambda\in[0,1]$，

则$P(0,\sqrt{3}\lambda,1-\lambda)$，$\overrightarrow{DP}=(-1,\sqrt{3}\lambda-\sqrt{3},-1-\lambda)$，

若直线DP与平面DBB_1所成角为$\frac{\pi}{3}$，

则$\left|\cos\left\langle \vec{n},\overrightarrow{DP}\right\rangle\right|=\dfrac{\left|\vec{n}\cdot\overrightarrow{DP}\right|}{\left|\vec{n}\right|\cdot\left|\overrightarrow{DP}\right|}$

$=\dfrac{\left|2\sqrt{3}\lambda\right|}{2\sqrt{4\lambda^2-4\lambda+5}}$

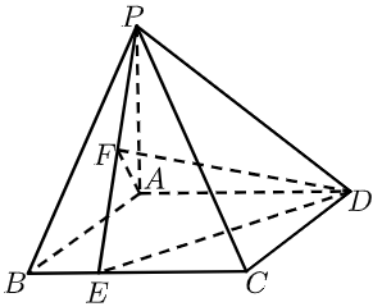
$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

解得：$\lambda=\dfrac{5}{4}\notin[0,1]$，

故不存在这样的点．

2 2020年天津红桥区高三二模第18题15分

四棱锥$P-ABCD$中，$PA\perp$平面$ABCD$，四边形$ABCD$是矩形，且$PA=AB=2$，$AD=3$，E是线段BC上的动点，F是线段PE的中点．



(1) 求证：$PB\perp$平面ADF．

(2) 若直线DE与平面ADF所成角为$30°$，

① 求线段CE的长．

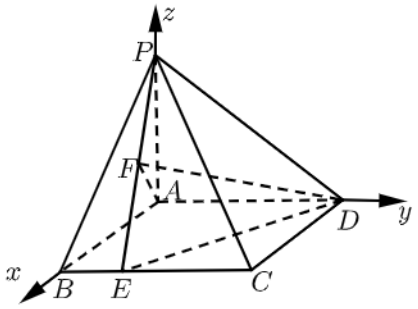
② 求二面角$P-ED-A$的余弦值．

答案 (1) 证明见解析．

(2) ① 2．

② $\dfrac{3}{17}\sqrt{17}$．

解析 (1) 如图，



以A为坐标原点建立空间直角坐标系，则

$A(0,0,0)$，$B(2,0,0)$，$C(2,3,0)$，$D(0,3,0)$，$P(0,0,2)$，$E(2,t,0)(0\leqslant t\leqslant 3)$，

$F\left(1,\frac{t}{2},1\right)$，

$\overrightarrow{AD}=(0,3,0)$，$\overrightarrow{AF}=\left(1,\frac{t}{2},1\right)$，

设平面ADF的法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$，则$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{AD}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AF}=0\end{cases}$，

从而取$\vec{n}=(1,0,-1)$，

又$\overrightarrow{BP}=(-2,0,2)$，所以$\overrightarrow{BP}//\vec{n}$，从而$PB\perp$平面$ADF$．

(2) ① 设直线DE与平面ADF所成角为θ，由$\overrightarrow{DE}=(2,t-3,0)$，

平面ADF的法向量为$\vec{n}=(1,0-1)$，

故$\sin\theta=\frac{\left|\overrightarrow{DE}\cdot\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{DE}\right|\cdot\left|\vec{n}\right|}=\frac{2}{\sqrt{4+(t-3)^2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$，

解得$t=1$，

所以$E(2,1,0)$，因此$EC=2$．

② 设平面PED的法向量$\vec{m}=(x_1,y_1,z_1)$平面EDA的法向量为$\vec{z}=(x_2,y_2,z_2)$，

则$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{PE}=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{PD}=0\end{cases}$，解之得$\begin{cases}x_1=y_1\\ 3y_1=2z_1\end{cases}$，

可取$\vec{m}=(2,2,3)$，

$\begin{cases}\vec{z}\cdot\overrightarrow{AD}=0\\ \vec{z}\cdot\overrightarrow{AE}=0\end{cases}$，解之得$\begin{cases}x_2=0\\ y_2=0\end{cases}$，

可取$\vec{z}=(0,0,1)$，

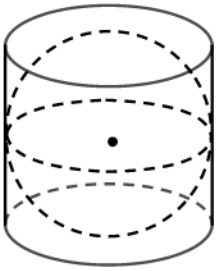
设二面角$P-ED-A$为α，

$\therefore\cos\alpha=\frac{\vec{m}\,\vec{z}}{\left|\vec{m}\right|\cdot\left|\vec{z}\right|}=\frac{3}{17}\sqrt{17}$．

2. 空间几何体

3 **2020年天津塘沽区天津市实验中学滨海学校高三下学期高考模拟第13题5分**

如图所示是古希腊数学家阿基米德的墓碑文，墓碑上刻着一个圆柱，圆柱内有一个内切球，这个球的直径恰好与圆柱的高相等，相传这个图形表达了阿基米德最引以为自豪的发现．我们来重温这个伟大发现，圆柱的表面积与球的表面积之比为 _____ ．



答案 $\frac{3}{2}$

解析 设球的半径为R，则圆柱的底面半径为R，高为$2R$，

∴圆柱的表面积$S_1=2\pi R^2+2\pi R\cdot 2R=6\pi R^2$，

球的表面积$S_2=4\pi R^2$，

∴圆柱的表面积与球的表面积之比为$\frac{S_1}{S_2}=\frac{6\pi R^2}{4\pi R^2}=\frac{3}{2}$，

本题正确结果：$\frac{3}{2}$．

4 **2019~2020学年天津红桥区天津市第三中学高三上学期期中第12题5分**

若一个球的体积是$\frac{256\pi}{3}$，则该球的内接正方体的表面积是 _____ ．

答案 128

解析 设球的半径为R，由$\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{256\pi}{3}$，

得$R=4$，

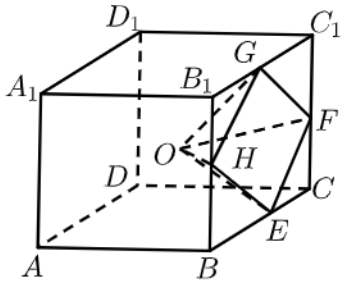
所以$\sqrt{3}a=8$，$\Rightarrow a=\frac{8}{\sqrt{3}}$，

表面积为$6a^2=128$．

故答案为：128．

5 **2020年天津武清区高三二模第14题5分**

如图，点O是长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的中心，E，F，G，H分别为其所在棱的中点，且$BC=BB_1$．记棱AB的长度为l，点O到平面BCC_1B_1的距离为l_0，则$l=$_____l_0；若该长方体的体积为120，则四棱锥$O-EFGH$的体积为_____．



答案 1:2

2:10

解析 在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，

$AB\perp$平面BCB_1C_1，$|AB|=l$，

所以A到平面BCC_1B_1的距离为l，

因为点O是长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的中心，

所以O到平面BCC_1B_1的距离为$l_0=\frac{1}{2}l$，所以$l=2l_0$．

因为长方体的体积为120，

所以$V=S_{BCB_1C_1}l=120$，

所以$S_{BCB_1C_1}=\frac{120}{l}$，

因为E，F，G，H分别为其所在棱的中点，

所以$S_{EFGH}=\frac{1}{2}S_{BCB_1C_1}$，

所以四棱锥$O-EFGH$的体积为$V=\frac{1}{3}S_{EFGH}\frac{1}{2}l=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{120}{l}\times\frac{1}{2}l=10$

故答案为：2，10．

6 三棱锥的棱长均为$4\sqrt{6}$，顶点在同一球面上，则该球的表面积为（　）．

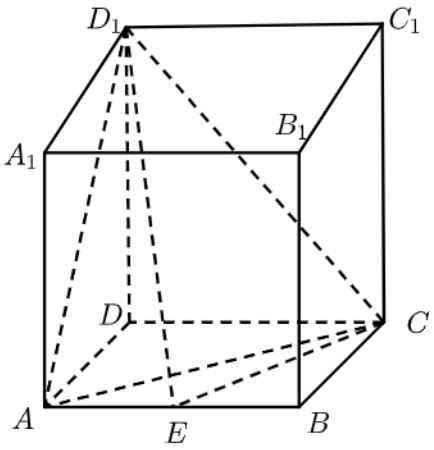
A．36π　　B．72π　　C．144π　　D．288π

答案 C

解析 因为三棱锥的棱长均为$4\sqrt{6}$，所以该三棱锥为正四面体，其外接球的半径$R=\frac{\sqrt{6}}{4}\times 4\sqrt{6}=6$，所以其外接球的表面积为$S=4\pi R^2=4\pi\times 6^2=144\pi$，故选C．

7 2020年天津南开区高三二模第5题5分

如图，长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的底面是面积为2的正方形，该长方体的外接球体积为$\frac{32}{3}\pi$，点E为棱AB的中点，则三棱锥D_1-ACE的体积是（　）．



A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. 1

答案 C

解析 $\because AB=BC=\sqrt{2}$，长方体的外接球体积为$\frac{32}{3}\pi$，

$\therefore$长方形外接球半径$r=2$，

$\therefore\frac{\sqrt{AB^2+BC^2+AA_1^2}}{2}=2$，

$\therefore AA_1=2\sqrt{3}$，

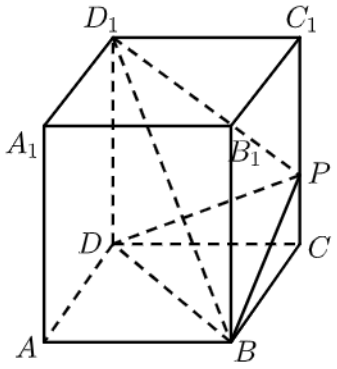
$\therefore$三棱锥D_1-ACE的体积：$V=\frac{1}{3}S_{\triangle ACE}\cdot AA_1=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{2}\times 2\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$．

故选项C正确．

故选C．

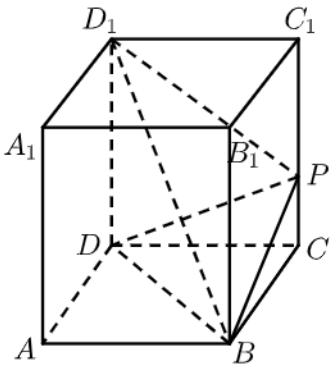
8 2020年天津南开区天津市第二十五中学高三下学期高考模拟（3月）第12题5分

如图，在正四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，P是侧棱CC_1上一点，且$C_1P=2PC$．设三棱锥$P-D_1DB$的体积为V_1，正四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的体积为V，则$\dfrac{V_1}{V}$的值为_____．



答案　$\dfrac{1}{6}$

解析



设正四面体中，$AB=a$，$AD=b$，$AA_1=c$，

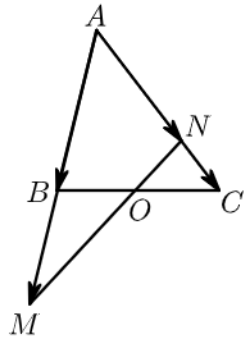
则$V=a\cdot b\cdot c$，

$$\begin{aligned}V_1&=\frac{1}{3}\cdot S_{\triangle PD_1D}\cdot|BC|\\&=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot a\cdot c\cdot b\\&=\frac{1}{6}abc\\&=\frac{1}{6}V,\end{aligned}$$

$$\therefore\frac{V_1}{V}=\frac{1}{6}.$$

3. 平面向量

9　如图所示，在$\triangle ABC$中，点O是BC的中点，过点O的直线分别交直线AB，AC于不同的两点M，N，若$\overrightarrow{AB}=m\overrightarrow{AM}$，$\overrightarrow{AC}=n\overrightarrow{AN}$，则$m+n$的值为（　　）．



A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

答案　B

解析　$\because O$为BC的中点，

$\therefore \overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$

$=\frac{1}{2}(m\overrightarrow{AM}+n\overrightarrow{AN})=\frac{m}{2}\overrightarrow{AM}+\frac{n}{2}\overrightarrow{AN}$，

$\because M$、O、N三点共线，

$\therefore \frac{m}{2}+\frac{n}{2}=1$，

$\therefore m+n=2$．

故选B．

10　**2020年天津河东区高三下学期高考模拟第15题5分**

已知向量$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{AC}$的夹角为$120°$，且$\left|\overrightarrow{AB}\right|=3$，$\left|\overrightarrow{AC}\right|=2$，若$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$，且$\overrightarrow{AP}\perp\overrightarrow{BC}$，则实数$\lambda$的值为 _____ ．

答案　$\frac{7}{12}$

解析　方法一：把$\overrightarrow{BC}$转化为$\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$，再通过$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BC}=0$求解．

$\because \overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{BC}$，

$\therefore \overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BC}=0$．

又$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$，

$\therefore \left(\lambda\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)=0$

即$(\lambda-1)\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}-\lambda\overrightarrow{AB^2}+\overrightarrow{AC^2}=0$

$\therefore(\lambda-1)\left|\overrightarrow{AC}\right|\left|\overrightarrow{AB}\right|\cos 120^{\circ}-9\lambda+4=0$

$\therefore(\lambda-1)\times 3\times 2\times\left(-\frac{1}{2}\right)-9\lambda+4=0$.

解得$\lambda=\frac{7}{12}$.

方法二：由题意可知：$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$，

因为$\overrightarrow{AP}\perp\overrightarrow{BC}$，所以$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BC}=0$，所以$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BC}=0$，

所以$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BC}=(\lambda\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})$

$=\lambda\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}-\lambda\overrightarrow{AB}^{2}+\overrightarrow{AC}^{2}-\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}$

$=\lambda\times 3\times 2\times\left(-\frac{1}{2}\right)-\lambda\times 3^{2}+2^{2}-2\times 3\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=-12\lambda+7=0$.

解得$\lambda=\frac{7}{12}$.

方法三：$\because\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{AC}$的夹角为120°，$\left|\overrightarrow{AB}\right|=3$，$\left|\overrightarrow{AC}\right|=2$，

$\therefore\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AC}\right|\cos 120^{\circ}=3\times 2\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-3$，

$\because\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{AP}\perp\overrightarrow{BC}$，

$\therefore\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BC}=\left(\lambda\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)\cdot\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)=0$，

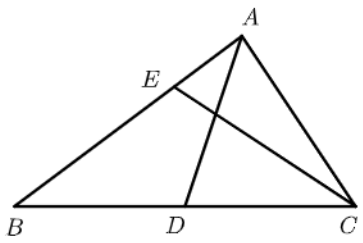
$\therefore(\lambda-1)\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}-\lambda\left|\overrightarrow{AB}\right|^{2}+\left|\overrightarrow{AC}\right|^{2}=0$，

$\therefore-3(\lambda-1)-9\lambda+4=0$，

解得：$\lambda=\frac{7}{12}$.

11 **2020~2021学年天津河北区高三上学期期末第15题5分**

如图，在$\triangle ABC$中，D是BC的中点，E在边AB上，且$BE=2EA$，若$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{EC}$，则$\frac{AB}{AC}$的值为_____ .



答案 $\sqrt{3}$

解析 $\because D$是BC的中点，E在边AB上，且$BE=2EA$，

$\therefore \overrightarrow{EC}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AC}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，

$\therefore 3\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{EC}=\frac{3}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})\cdot\left(-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$

$=-\frac{1}{2}+\overrightarrow{AB}^2+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}^2+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

$=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$，

$\therefore\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}^2=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}^2$，

$\therefore\frac{|\overrightarrow{AB}|^2}{|\overrightarrow{AC}|^2}=3$，$\frac{AB}{AC}=\sqrt{3}$

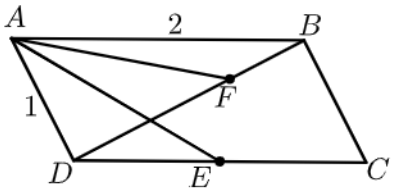
故答案为：$\sqrt{3}$．

12 **2020年天津河北区高三二模第14题5分**

在平行四边形$ABCD$中，已知$AB=2$，$AD=1$，$\angle BAD=60°$，若$\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{ED}$，$\overrightarrow{DF}=2\overrightarrow{FB}$，则$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=$_____．

答案 $\frac{5}{2}$

解析 如图，



$\because$平行四边形$ABCD$中，$\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{ED}$，$\overrightarrow{DF}=2\overrightarrow{FB}$，

$\therefore E$为DC中点，F为DB三等分点且$DF=2FB$，

$\because\angle BAD=60°$，$AB=2$，$AD=1$，

$\therefore\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AD}\right|\cos 60°=2\times1\times\frac{1}{2}=1$，

$\because\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，

$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$

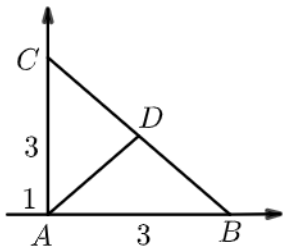
$=\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}\right)=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$，

$\therefore\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=\left(\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right)\left(\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\right)$

$$=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$$
$$=\frac{5}{6}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}$$
$$=\frac{5}{6}+\frac{5}{3}$$
$$=\frac{5}{2}.$$

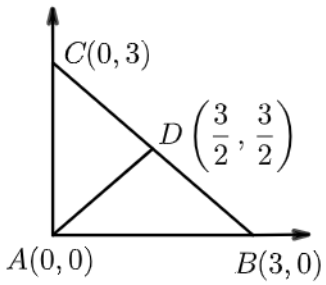
13 **2020年天津南开区天津中学高三下学期高考模拟（3月）第15题**

如图所示，在$\triangle ABC$中，$AB=AC=3$，$\angle BAC=90°$，点D是BC的中点，且M点在$\triangle ACD$的内部（不含边界），若$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+m\overrightarrow{AC}$，则$\overrightarrow{DM}\cdot\overrightarrow{BM}$的取值范围为 _____ .



答案 $\left(\frac{1}{2},2\right)$

解析 如图建立坐标系．



设M点坐标(a,b)．

$\overrightarrow{AM}=(a,b)=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+m\overrightarrow{AC}$．

$(a,b)=\frac{1}{3}(3,0)+m(0,3)$

$=(1,3m)$．

$\therefore\overrightarrow{AM}=(1,3m)$，即$M(1,3m)$．

$\therefore\overrightarrow{DM}=\left(-\frac{1}{2},3m-\frac{3}{2}\right)$．

$\overrightarrow{BM}=(-2,3m)$．

$\therefore\overrightarrow{DM}\cdot\overrightarrow{BM}=1+9m\left(m-\frac{1}{2}\right)$．

又$\because M$在$\triangle ACD$内（不含边界）．

$\therefore 3m \in (1,2)$.

$m \in \left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$.

$\therefore \overrightarrow{DM}\cdot\overrightarrow{BM} \in \left(\frac{1}{2},2\right)$.

故答案为：$\left(\frac{1}{2},2\right)$.

4. 集合

14 **2020年天津和平区高三一模第1题5分**

设全集$I=\{x|-3<x<3,x\in\mathbf{Z}\}$，$A=\{1,2\}$，$B=\{-2,0,2\}$，则$A\cup(\complement_I B)=$（　　）.

A. $\{-1,1,2\}$　　B. $\{1\}$　　C. $\{2\}$　　D. $\{0,1,2\}$

教法备注

注意全集I中x的取值范围，并非实数域，而是**整数集**

答案　A

解析　$\because I=\{x|-3<x<3,x\in\mathbf{Z}\}$，

$\therefore I=\{-2,-1,0,1,2\}$，

$\therefore \complement_I B=\{-1,1\}$，

即$A\cup\complement_I B=\{-1,1,2\}$.

故选A.

15 **2020年天津南开区天津市第二十五中学高三下学期高考模拟（3月）第1题5分**

已知集合$A=\{x\mid|x-2|>1\}$，$B=\{x\mid y=\lg(2x-x^2)\}$，则$(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=$（　　）.

A. $(1,2)$　　B. $[1,2)$　　C. $(2,3)$　　D. $(0,1]$

教法备注

注意集合B的**代表元素是x**，等价于求函数的**定义域**

答案 B

解析 $A=\{x\mid|x-2|>1\}=\{x\mid x-2>1或x-2<-1\}=\{x\mid x>3或x<1\}$，

$B=\{x\mid y=\lg(2x-x^2)\}=\{x\mid 2x-x^2>0\}=\{x\mid 0<x<2\}$，

则$\complement_{\mathbf{R}}A=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3\}$，

则$(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=\{x\mid 1\leqslant x<2\}$．

故选B．

5. 简易逻辑

命题的否定

16 2020年天津河北区高三二模第2题5分

命题"$\exists x_0\in\mathbf{R}$，$e^{x_0}>x_0+1$"的否定是（　）．

A. $\forall x\in\mathbf{R}$，$e^x<x+1$　　B. $\exists x_0\in\mathbf{R}$，$e^{x_0}<x_0+1$

C. $\forall x\in\mathbf{R}$，$e^x\leqslant x+1$　　D. $\exists x_0\in\mathbf{R}$，$e^{x_0}\leqslant x_0+1$

教法备注

既否条件，又否结论

答案 C

解析 命题"$\exists x_0\in\mathbf{R}$，$e^{x0}>x_0+1$"的否定为："$\forall x\in\mathbf{R}$，$e^x\leqslant x+1$"，

故选C．

充分条件与必要条件

17 2020年天津和平区高三三模第2题5分

已知$p:x\geqslant k$，$q:\dfrac{3}{x+1}<1$，如果p是q的充分不必要条件，则实数k的取值范围是(　　)

A. $[2,+\infty)$　　B. $(2,+\infty)$　　C. $[1,+\infty)$　　D. $(-\infty,-1]$

答案 B

解析 解：$\because \frac{3}{x+1}<1$，

$\therefore \frac{3}{x+1}-1=\frac{2-x}{x+1}<0$，即$(x-2)(x+1)>0$，

$\therefore x>2$或$x<-1$，

$\because p$是q的充分不必要条件，

$\therefore k>2$，

故选：B．

18 **2020年天津南开区天津中学高三下学期高考模拟（3月）第2题**

已知实数$x>0$，$y>0$，则“$2^x+2^y\leqslant 4$”是“$xy\leqslant 1$”的（　）．

A. 充要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分不必要条件

D. 既不充分也不必要条件

教法备注

尝试前推后：利用**基本不等式**；（成立）

尝试后推前：利用**赋值**；（不成立）

答案 C

解析 实数$x>0$，$y>0$，则“$2^x+2^y\leqslant 4$”$\Rightarrow 2\sqrt{2^x\cdot 2^y}\leqslant 4$，

化为：$2^{x+y}\leqslant 4$，

$\therefore x+y\leqslant 2$，

$\therefore 2\sqrt{xy}\leqslant 2$，化为$xy\leqslant 1$，

反之不成立，例如$x=4$，$y=\frac{1}{6}$，

$\therefore$实数$x>0$，$y>0$，则“$2^x+2^y\leqslant 4$”是“$xy\leqslant 1$”的充分不必要条件．

故选：C．