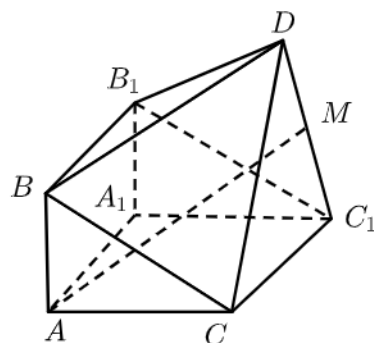


04立体几何、平面向量、集合、简易逻辑专项复习练习题

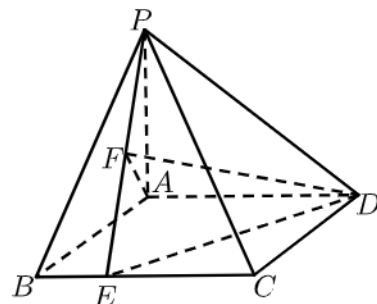
1. 立体几何解答

- 1 如图，由直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 和四棱锥 $D - BB_1C_1C$ 构成的几何体中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = 1$ ， $BC = BB_1 = 2$ ， $C_1D = CD = \sqrt{5}$ ，平面 $CC_1D \perp$ 平面 ACC_1A_1 。



- (1) 求证： $AC \perp DC_1$ 。
- (2) 若 M 为 DC_1 中点，求证： $AM \parallel$ 平面 DBB_1 。
- (3) 在线段 BC 上（含端点）是否存在点 P ，使直线 DP 与平面 DBB_1 所成的角为 $\frac{\pi}{3}$ ？若存在，求 $\frac{BP}{BC}$ 的值，若不存在，说明理由。

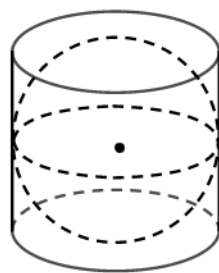
- 2 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 四边形 $ABCD$ 是矩形, 且 $PA = AB = 2$, $AD = 3$, E 是线段 BC 上的动点, F 是线段 PE 的中点.



- (1) 求证: $PB \perp$ 平面 ADF .
- (2) 若直线 DE 与平面 ADF 所成角为 30° ,
 - ① 求线段 CE 的长.
 - ② 求二面角 $P-ED-A$ 的余弦值.

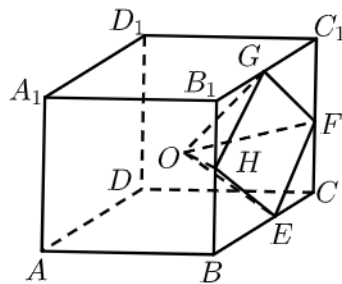
2. 空间几何体

- 3 如图所示是古希腊数学家阿基米德的墓碑文，墓碑上刻着一个圆柱，圆柱内有一个内切球，这个球的直径恰好与圆柱的高相等，相传这个图形表达了阿基米德最引以为自豪的发现．我们来重温这个伟大发现，圆柱的表面积与球的表面积之比为 _____ ．



- 4 若一个球的体积是 $\frac{256\pi}{3}$ ，则该球的内接正方体的表面积是 _____ ．

- 5 如图，点 O 是长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的中心， E, F, G, H 分别为其所在棱的中点，且 $BC = BB_1$ ．记棱 AB 的长度为 l ，点 O 到平面 BCC_1B_1 的距离为 l_0 ，则 $l =$ _____ l_0 ；若该长方体的体积为 120，则四棱锥 $O - EFGH$ 的体积为 _____ ．



- 6 三棱锥的棱长均为 $4\sqrt{6}$ ，顶点在同一球面上，则该球的表面积为 () ．

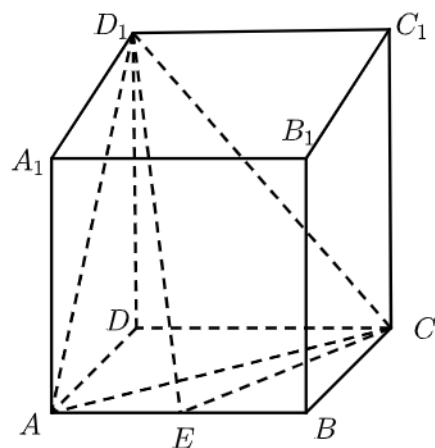
A. 36π

B. 72π

C. 144π

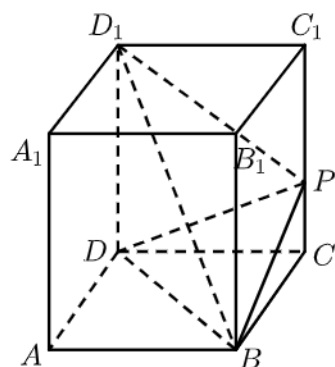
D. 288π

- 7 如图，长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的底面是面积为2的正方形，该长方体的外接球体积为 $\frac{32}{3}\pi$ ，点 E 为棱 AB 的中点，则三棱锥 $D_1 - ACE$ 的体积是 () .



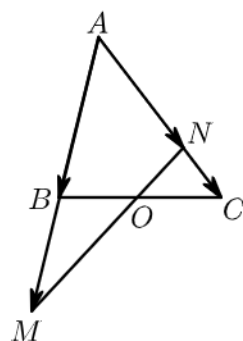
- A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. 1

- 8 如图，在正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， P 是侧棱 CC_1 上一点，且 $C_1P = 2PC$. 设三棱锥 $P - D_1DB$ 的体积为 V_1 ，正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的体积为 V ，则 $\frac{V_1}{V}$ 的值为 _____ .



3. 平面向量

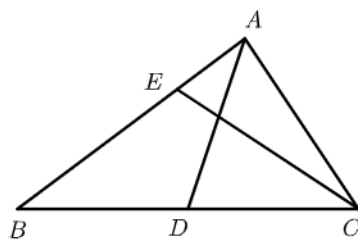
- 9 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中，点 O 是 BC 的中点，过点 O 的直线分别交直线 AB ， AC 于不同的两点 M ， N ，若 $\vec{AB} = m\vec{AM}$ ， $\vec{AC} = n\vec{AN}$ ，则 $m + n$ 的值为 () .



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

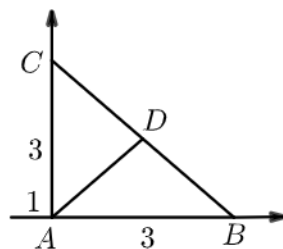
10 已知向量 $\vec{AB}$ 与 $\vec{AC}$ 的夹角为 120° ，且 $|\vec{AB}| = 3$ ， $|\vec{AC}| = 2$ ，若 $\vec{AP} = \lambda \vec{AB} + \vec{AC}$ ，且 $\vec{AP} \perp \vec{BC}$ ，则实数 λ 的值为 _____ .

11 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 是 BC 的中点， E 在边 AB 上，且 $BE = 2EA$ ，若 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 3\vec{AD} \cdot \vec{EC}$ ，则 $\frac{AB}{AC}$ 的值为 _____ .



12 在平行四边形 $ABCD$ 中，已知 $AB = 2$ ， $AD = 1$ ， $\angle BAD = 60^\circ$ ，若 $\vec{CE} = \vec{ED}$ ， $\vec{DF} = 2\vec{FB}$ ，则 $\vec{AE} \cdot \vec{AF} =$ _____ .

13 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 3$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ，点 D 是 BC 的中点，且 M 点在 $\triangle ACD$ 的内部（不含边界），若 $\vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{AB} + m\vec{AC}$ ，则 $\vec{DM} \cdot \vec{BM}$ 的取值范围为 _____ .



4. 集合

14 设全集 $I = \{x | -3 < x < 3, x \in \mathbf{Z}\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{-2, 0, 2\}$, 则 $A \cup (\complement_I B) = (\quad)$.

- A. $\{-1, 1, 2\}$ B. $\{1\}$ C. $\{2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

15 已知集合 $A = \{x | |x - 2| > 1\}$, $B = \{x | y = \lg(2x - x^2)\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = (\quad)$.

- A. $(1, 2)$ B. $[1, 2)$ C. $(2, 3)$ D. $(0, 1]$

5. 简易逻辑



命题的否定

16 命题“ $\exists x_0 \in \mathbf{R}, e^{x_0} > x_0 + 1$ ”的否定是 () .

- A. $\forall x \in \mathbf{R}, e^x < x + 1$ B. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, e^{x_0} < x_0 + 1$
C. $\forall x \in \mathbf{R}, e^x \leq x + 1$ D. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, e^{x_0} \leq x_0 + 1$



充分条件与必要条件

17 已知 $p: x \geq k$, $q: \frac{3}{x+1} < 1$, 如果 p 是 q 的充分不必要条件, 则实数 k 的取值范围是 ()

- A. $[2, +\infty)$ B. $(2, +\infty)$ C. $[1, +\infty)$ D. $(-\infty, -1]$

18 已知实数 $x > 0, y > 0$, 则“ $2^x + 2^y \leq 4$ ”是“ $xy \leq 1$ ”的 () .

- A. 充要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分不必要条件 D. 既不充分也不必要条件