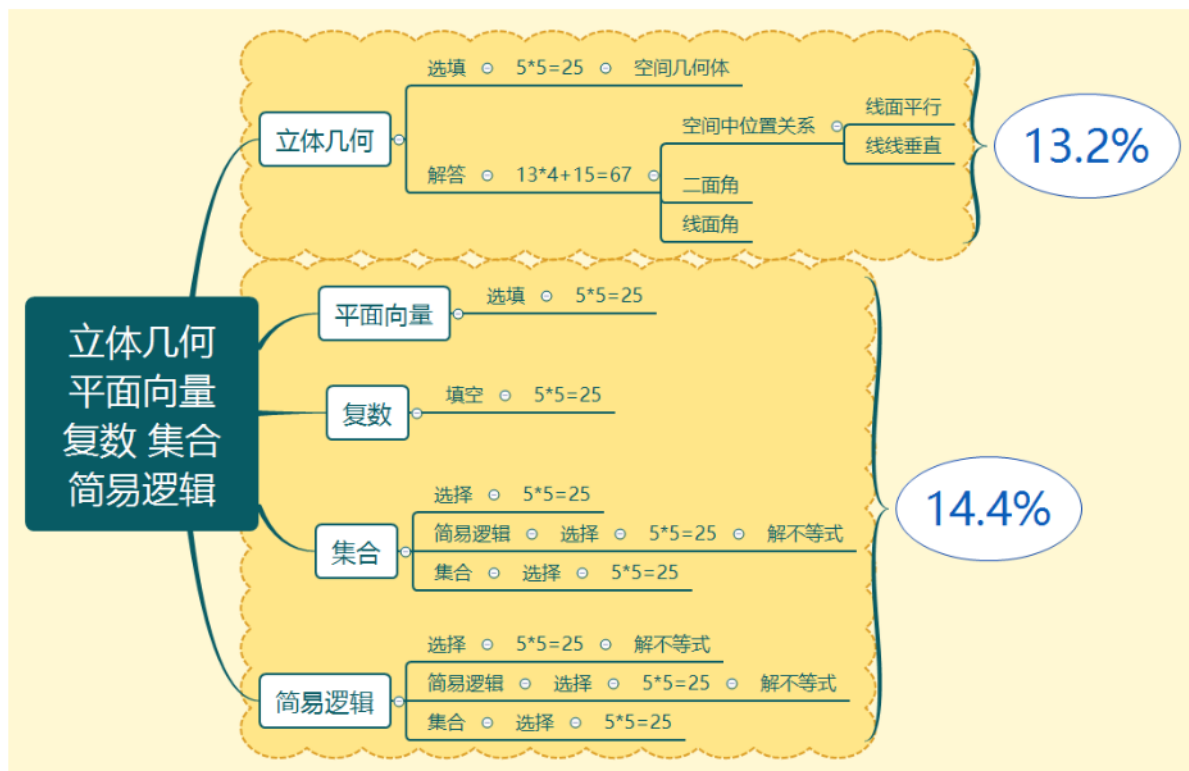
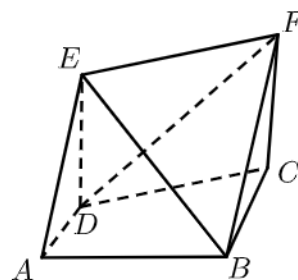


04立体几何、平面向量、复数专项复习



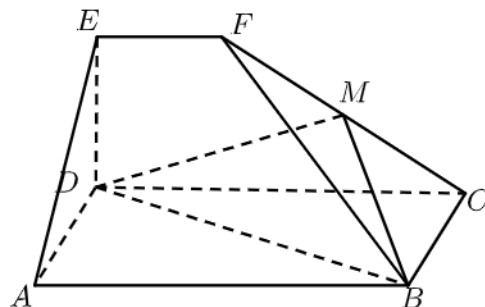
1. 立体几何解答

- 1 如图所示，直角梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AD \perp AB$ ， $AB = BC = 2AD = 2$ ，四边形 $EDCF$ 为矩形， $CF = \sqrt{3}$ ，平面 $EDCF \perp$ 平面 $ABCD$ 。



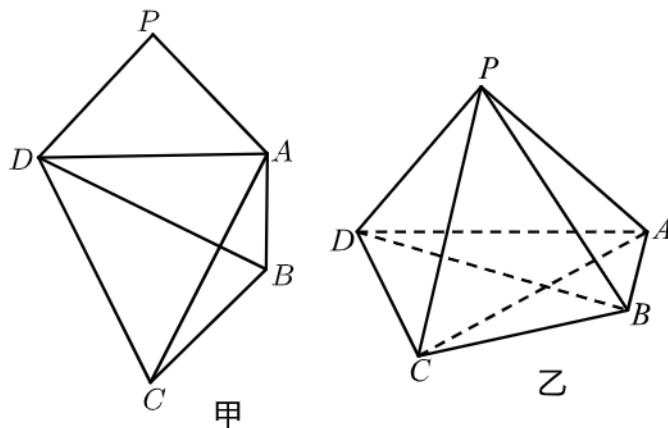
- 求证： $DF \parallel$ 平面 ABE 。
- 求平面 ABE 与平面 EFB 所成锐二面角的余弦值。
- 在线段 DF 上是否存在点 P ，使得直线 BP 与平面 ABE 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ，若存在，求出线段 BP 的长，若不存在，请说明理由。

- 2 如图所示，平面 $CDEF \perp$ 平面 $ABCD$ ，且四边形 $ABCD$ 为平行四边形， $\angle DAB = 45^\circ$ ，四边形 $CDEF$ 为直角梯形， $EF \parallel DC$ ， $ED \perp CD$ ， $AB = 3EF = 3$ ， $ED = a$ ， $AD = \sqrt{2}$ 。



- (1) 求证： $AD \perp BF$ 。
- (2) 若线段 CF 上存在一点 M ，满足 $AE \parallel$ 平面 BDM ，求 $\frac{CM}{CF}$ 的值。
- (3) 若 $a = 1$ ，求二面角 $D - BC - F$ 的余弦值。

- 3 如图甲的平面五边形 $PABCD$ 中, $PD = PA$, $AC = CD = BD = \sqrt{5}$, $AB = 1$, $AD = 2$, $PD \perp PA$, 现将图甲中的 $\triangle PAD$ 沿 AD 边折起, 使平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$ 得图乙的四棱锥 $P-ABCD$, 在图乙中.



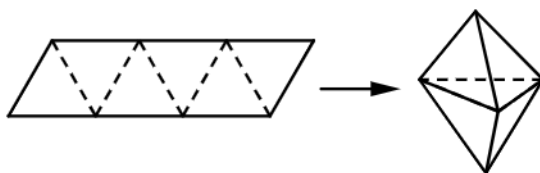
- (1) 求证: $PD \perp$ 平面 PAB .
- (2) 求二面角 $A-PB-C$ 的大小.
- (3) 在棱 PA 上是否存在点 M 使得 BM 与平面 PCB 所成的角的正弦值为 $\frac{1}{3}$? 并说明理由.

2. 空间几何体



几何体体积、表面积

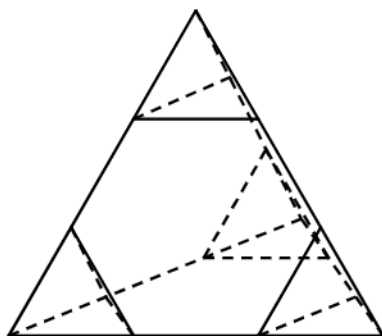
- 4 农历五月初五是端午节，民间有吃粽子的习惯，粽子又称粽粿，俗称“粽子”，古称“角黍”，是端午节大家都会品尝的食品，传说这是为了纪念战国时期楚国大臣、爱国主义诗人屈原如图，平行四边形形状的纸片是由六个边长为1的正三角形构成的，将它沿虚线折起来，可以得到如图所示粽子形状的六面体，则该六面体的体积为 _____ ；若该六面体内有一球，则该球体积的最大值为 _____ ．



- 5 已知正四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是边长为 $\sqrt{2}$ 的正方形，其体积为 $\frac{4}{3}$ ，若圆柱的一个底面的圆周经过正方形的四个顶点，另一个底面的圆心为该棱锥的高的中点，则该圆柱的表面积为（ ）．

A. π B. 2π C. 4π D. 6π

- 6 半正多面体亦称“阿基米德多面体”，是由边数不全相同的正多边形为面组成的多面体．如将正四面体所有棱各三等分，沿三等分点从原几何体割去四个小正四面体如图所示，余下的多面体就成为一个半正多面体，若这个半正多面体的棱长为2，则这个半正多面体的体积为 _____ ．



外接球

①构造直角三角形

②补长方体

③建系

7 在三棱锥 $P-ABC$ 中， $PA \perp$ 平面 ABC ，且 $\triangle ABC$ 为等边三角形， $AP = AB = 2$ ，则三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的表面积为（ ）。

A. $\frac{27}{2}\pi$

B. $\frac{28}{3}\pi$

C. $\frac{26}{3}\pi$

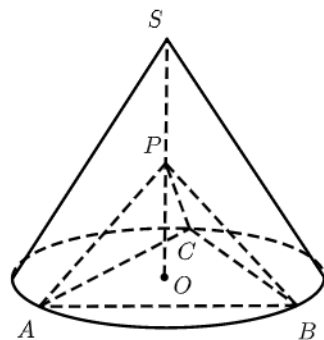
D. $\frac{25}{2}\pi$

8 在三棱锥 $D-ABC$ 中， $CD \perp$ 底面 ABC ， $AC \perp BC$ ， $AB = BD = 5$ ， $BC = 4$ ，则此三棱锥的外接球的表面积为 _____。

9 已知四面体 $ABCD$ 的每个顶点在一个球面上， AB ， AC ， AD 两两垂直，且 $AB = 1$ ， $AC = 2$ ， $AD = 3$ ，则四面体 $ABCD$ 的体积为 _____，这个球的表面积为 _____。

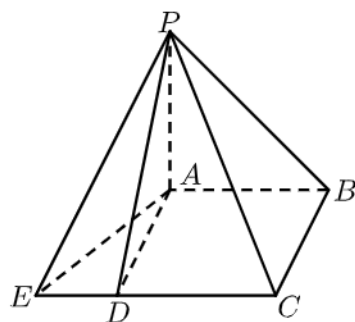
10 正四棱锥的顶点都在同一球面上。若该棱锥的高为4，底面边长为2，则该球的表面积为 _____。

11 如图，在圆锥 SO 中， $SO = \sqrt{2}$ ，圆锥的侧面积为 $\sqrt{3}\pi$ ， $\triangle ABC$ 是圆锥底面圆 O 的内接正三角形， P 为 SO 上一点，且 $\angle APC = 90^\circ$ ，则圆锥 SO 的体积为 _____，三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的表面积为 _____。

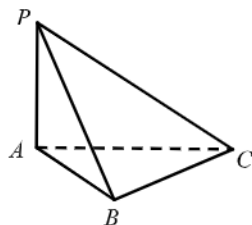


- 12 已知两个圆锥有公共底面，且两圆锥的顶点和底面的圆周都在同一个球面上．若圆锥底面面积是这个球面面积的 $\frac{3}{16}$ ，则这两个圆锥中，体积较小者的高与体积较大者的高的比值为 _____ ．

- 13 中国古代数学经典《九章算术》系统地总结了战国、秦、汉时期的数学成就，书中将底面为长方形且有一条侧棱与底面垂直的四棱锥称之为阳马，将四个面都为直角三角形的三棱锥称之为鳖臑．如图为一个阳马与一个鳖臑的合体，已知 $PA \perp$ 平面 $ABCE$ ，四边形 $ABCD$ 为正方形， $AD = 2$ ， $ED = 1$ ，若鳖臑 $P - ADE$ 的外接球的体积为 $\frac{9\pi}{2}$ ，则阳马 $P - ABCD$ 的外接球的表面积等于 _____ ．



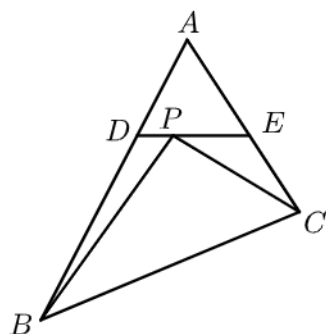
- 14 如图，在三棱锥 $P - ABC$ 中， $PA \perp$ 平面 ABC ， $AB \perp BC$ ， $PA = 1$ ， $AB = 2$ ， $BC = 3$ ，则三棱锥 $P - ABC$ 外接球的表面积为 _____ ．



3. 平面向量

基底法

- 15 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 3$, $AC = 2$, $\angle BAC = 60^\circ$, D , E 分别是边 AB , AC 的中点, $AE = 1$, 且 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}$, 则 $|\overrightarrow{AD}| =$ _____, 若 P 是线段 DE 上的一个动点, 则 $\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{CP}$ 的最小值为 _____.



- 16 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AD = 1$, $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$, 点 E , F 在 CD 上, 且满足 $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$, 若 M 为 AB 的中点, 且 $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{ME} = 1$, 则 AB 的长为 _____.
- 17 已知菱形 $ABCD$ 的边长为2, $\angle BAD = 120^\circ$, 点 E , F 分别在边 BC , CD 上, $\overrightarrow{BE} = \lambda \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DF} = \mu \overrightarrow{DC}$, 若 $2\lambda + \mu = \frac{5}{2}$, 则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AF}$ 的最小值 _____.

坐标法

- 18 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle DAB = 90^\circ$, $AB = 2$, $CD = AD = 1$, 若点 M 在线段 BD 上, 则 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CM}$ 的最小值为 ().
- A. $\frac{3}{5}$ B. $-\frac{9}{20}$ C. $-\frac{3}{5}$ D. $\frac{9}{20}$
- 19 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = \frac{2\pi}{3}$, $AB = 2$, 点 M , N 分别为 BC , CD 边上的点, 且满足 $\frac{|\overrightarrow{BM}|}{|\overrightarrow{BC}|} = \frac{|\overrightarrow{CN}|}{|\overrightarrow{CD}|}$, 则 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN}$ 的最小值为 _____.

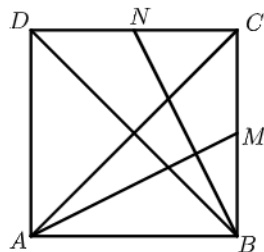
- 20 梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB = 4$, $AD = 3$, $CD = 2$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 6$, 若 M 为线段 AD 上的一点, 则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BM}$ 的最大值为 _____ .

- 21 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle DAB = 90^\circ$, $AB = 2$, $CD = AD = 1$, 若点 M 在线段 BD 上, 则 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CM}$ 的最小值为 _____ .

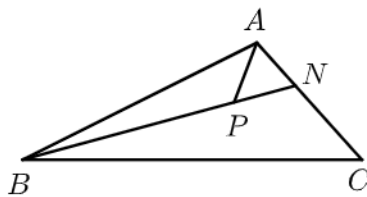


基底表示的唯一性

- 22 如图, 在边长为1的正方形 $ABCD$ 中, M, N 分别是 BC, CD 的中点, 则 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AC} =$ _____, 若 $\overrightarrow{AC} = \lambda \overrightarrow{AM} + \mu \overrightarrow{BN}$, 则 $\lambda + \mu =$ _____ .



- 23 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3} \overrightarrow{NC}$, P 是 BN 上的一点, 若 $\overrightarrow{AP} = m \overrightarrow{AB} + \frac{2}{9} \overrightarrow{AC}$, 则实数 m 的值为 _____ .



三点共线

- 24 在 $\triangle ABC$ 中, D 在线段 BC 上, 且 $\overrightarrow{BD} = 2 \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AN} = \mu \overrightarrow{AB}$, λ, μ 均为非零实数, 若 N, D, M 三点共线, 则 $\frac{2}{\lambda} + \frac{1}{\mu} =$ () .

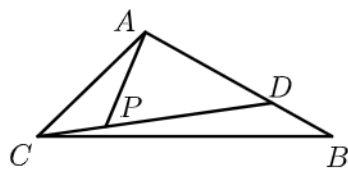
A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

- 25 如图在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{DB}$, P 为 CD 上一点, 且 $\overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, 则 m 的值为().



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{5}$

4. 复数

相等条件

- 26 若 $\frac{a}{1+i} = 1+bi$, 其中 a, b 都是实数, i 是虚数单位, 则 $|a+bi| = \underline{\hspace{2cm}}$.

运算

- 27 若复数 z 满足 $z - |z| = -1 - 3i$, 其中 i 为虚数单位, 则 $z = (\quad)$.

- A. $4+3i$ B. $3+4i$ C. $-5+3i$ D. $4-3i$

- 28 设 i 是虚数单位, 若复数 z 满足 $(z-2)i = \sqrt{3}-i$, 则 $z = (\quad)$.

- A. $1-\sqrt{3}i$ B. $1+\sqrt{3}i$ C. $1-3i$ D. $1+3i$

- 29 已知复数 $z = \frac{5i}{2-i} + 5i$, 则 $|z| = \underline{\hspace{2cm}}$.

实部/虚部

- 30 若复数 $\frac{1+2ai}{2-i}$ (i 为虚数单位) 的实部与虚部相等, 则实数 a 的值为().

- A. $\frac{1}{6}$ B. $-\frac{1}{6}$ C. 1 D. -1

- 31 已知 i 为虚数单位, 若复数 $z = \frac{1+ai}{2-i}$ ($a \in \mathbf{R}$) 的实部为 -1 , 则 $|z| = (\quad)$.

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\sqrt{10}$



实数/纯虚数

32 i 是虚数单位，若复数 $(1 - 2i)(a + i)$ 是纯虚数，则实数 a 的值为 _____ .

33 设 $a \in \mathbf{R}$ ，若 $\frac{a}{1+i} + 1 + i$ 是实数，则 $a =$ _____ .



复数几何意义

34 若复数 z 满足 $(1 - 2i)z = -\frac{1}{2}(2 + i)$ ，其中 i 为虚数单位，则 z 的共轭复数在复平面内对应点的坐标为 _____ .

35 设复数 $z = a + 2i$ ($a \in \mathbf{R}$) 的共轭复数为 $\bar{z}$ ，且 $z + \bar{z} = 2$ ，则复数 $\frac{|z|}{2 - ai}$ 在复平面内对应点位于 () .

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限