

03数列、基本不等式专项复习练习题

1. 数列



数列性质在选填题中的应用

1 设 S_n 是等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $2S_3 = a_4 + 1$, $2S_2 = a_3 + 1$, 则 $a_1 = ()$.

A. -2

B. -1

C. 1

D. 2

2 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_3 = 9$, $S_{10} = 100$, 则 $a_7 = ()$.

A. 11

B. 13

C. 15

D. 17

3 若数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, 其前 n 项和为 S_n , 且 $S_3 = 3a_3$, 则公比 $q = ()$.

A. $-\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 1或 $-\frac{1}{2}$

D. -1或 $\frac{1}{2}$

4 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$, $a_3 \cdot a_5 = 4a_6^2$, 则 a_3 的值为 $()$.

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 1

D. 2



错位相减

5 已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$, 满足 $2S_n = 3(a_n - 1) (n \in \mathbf{N}^*)$.

(1) 求证: $\{a_n\}$ 为等比数列, 并写出其通项公式.

(2) 设 $b_n = (2n - 1)a_n (n \in \mathbf{N}^*)$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

6 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , d 为整数, 前 n 项和为 S_n , 等比数列 $\{b_n\}$ 的公比为 q , 已知 $a_1 = b_1$,

$$b_2 = 2, d = q, S_{10} = 100, n \in \mathbf{N}^*.$$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的通项公式.

(2) 设 $c_n = \frac{a_n}{b_n}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 T_n .

裂项相消

7 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = 1$, $3S_n = a_n - 1$ ($n \in \mathbf{N}^*$).

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

(2) 对任意的正整数 n , 设 $b_n = -\frac{1}{n \log_2 |a_{n+2}|}$, 记数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求证: $T_n < \frac{3}{4}$.

8 设数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_1 = 1$ ， $3a_2 - a_1 = 1$ ，且 $\frac{2}{a_n} = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{a_{n-1}a_{n+1}} (n \geq 2)$ 。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式。

(2) 设数列 $b_1 = \frac{1}{2}$ ， $4b_n = a_{n-1}a_n$ ，设 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。证明： $T_n < 1$ 。



简单综合

9 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = 2a_n - n + 1$ ， $2a_1$ ， $a_1 + a_2 + a_3$ 分别是等比数列 $\{b_n\}$ 的首项和第二项。

(1) 求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式。

(2) 记 S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，求数列 $\left\{\frac{1}{S_n}\right\}$ 的前 n 项和。

(3) 求 $\sum_{i=1}^n a_{2i-1}b_i (n \in \mathbf{N}^*)$ 。

10 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $2S_n = 3a_n - 3 (n \in \mathbf{N}^*)$ 。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式。

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \log_3 a_n$ ，且数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n ，求数列 $\left\{\frac{1}{T_n}\right\}$ 的前 n 项和。

(3) 设 $c_n = \frac{b_{2n-1}}{a_n}$ ，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 P_n 。



分组求和

11

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为正数， $a_1 = 1$ ，其前 n 项和为 S_n ，数列 $\{b_n\}$ 为等比数列， $b_1 = 2$ ，且

$$b_2 S_2 = 12, b_2 + S_3 = 10.$$

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的通项公式.
- (2) 求数列 $\{a_n \cdot b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .
- (3) 设 $c_n = b_n + \frac{1}{S_n}$ ， $n \in \mathbf{N}^*$ ，求数列 $\{c_n\}$ 的前 $2n$ 项和.

2. 基本不等式

12 已知点 $P(x, y)$ 在直线 $x + 2y - 3 = 0$ 上, 则 $2^x + 4^y$ 的最小值为 _____ .

13 已知正实数 x, y 满足 $xy = 1$, 则 $\left(\frac{x}{y} + y\right)\left(\frac{y}{x} + x\right)$ 的最小值为 _____ .

14 已知 $x > 0, y > 0$, 且 $2x + 8y - xy = 0$, 则 xy 的最小值为 _____ .

15 已知 $a > 0, b > 0$, 则 $\frac{a^2 + 4b^2 + a^3b^3}{a^2b^2}$ 的最小值为 _____ .

16 已知 $a > 0, b > 0$, 并且 $\frac{1}{a}, \frac{1}{2}, \frac{1}{b}$ 成等差数列, 则 $a + 9b$ 的最小值为 () .

A. 16

B. 9

C. 5

D. 4