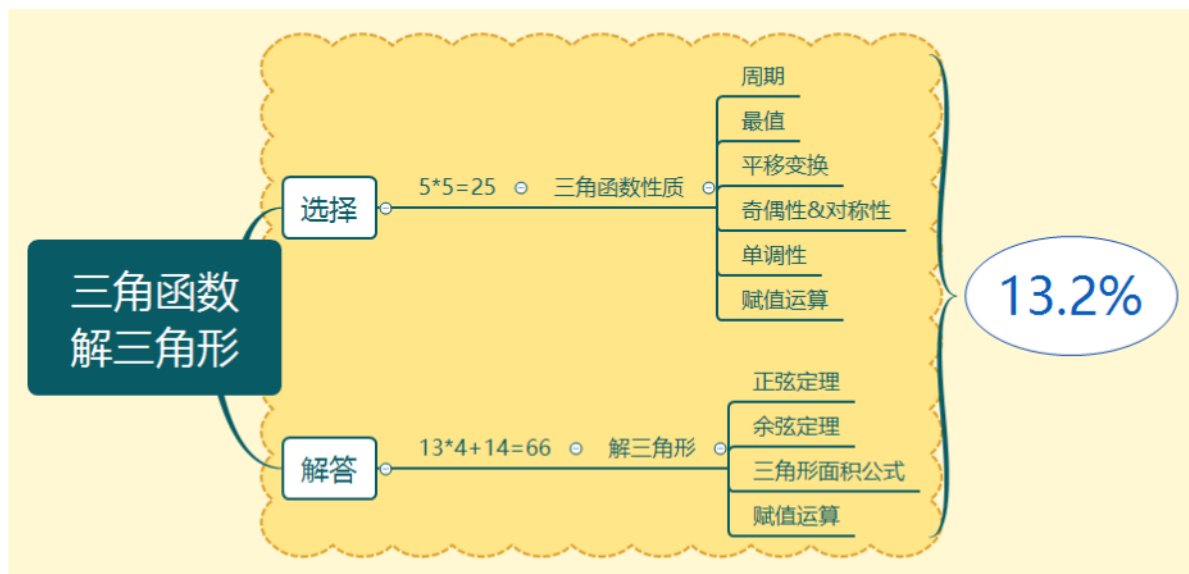


02三角函数及解三角形专项复习



1. 三角函数基础性质应用

平移变换

1 要得到函数 $y = \sqrt{3} \sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right)$ 的图象，只需将函数 $y = \sqrt{3} \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 图象上的所有点的横坐标 () .

- A. 伸长到原来的2倍 (纵坐标不变)，再将得到的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度 .
- B. 伸长到原来的2倍 (纵坐标不变)，再将得到的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度 .
- C. 缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍 (纵坐标不变)，再将得到的图象向左平移 $\frac{5\pi}{24}$ 个单位长度 .
- D. 缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍 (纵坐标不变)，再将得到的图象向右平移 $\frac{11\pi}{24}$ 个单位长度 .

2 函数 $y = \sin 2x$ 的图象经过怎样的平移变换得到函数 $y = \sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$ 的图象 () .

- A. 向左平移 $\frac{2\pi}{3}$ 个单位长度
- B. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度
- C. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
- D. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度

奇偶性、对称性

3 将函数 $y = \sin x - \sqrt{3} \cos x$ 的图象沿 x 轴向右平移 m ($m > 0$) 个单位长度, 所得函数的图象关于 y 轴对称, 则 m 的最小值是 ().

- A. $-\frac{\pi}{12}$ B. $\frac{\pi}{12}$ C. $-\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{6}$

4 把函数 $f(x) = A \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ ($A \neq 0$) 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度, 得到函数 $g(x)$ 的图象, 若函数 $g(x - m)$ ($m > 0$) 是偶函数, 则实数 m 的最小值是 ().

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{5\pi}{6}$ C. $\frac{5\pi}{12}$ D. $\frac{\pi}{12}$

确定区间上单调性

5 将函数 $f(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象, 则关于函数 $g(x)$ 的正确结论是 ().

- A. 奇函数, 在 $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ 上单调递减 B. 最大值为 1, 图象关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称
C. 最小正周期为 π , 图象关于点 $\left(\frac{3\pi}{8}, 0\right)$ 对称 D. 偶函数, 在 $\left(-\frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\right)$ 上单调递增

综合判断

6 设函数 $f(x) = \sqrt{3} \cos 2x + 2 \sin x \cos x$, 给出下列结论:

- ① $f(x)$ 的最小正周期为 π ;
② $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{12}$ 对称;
③ $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right]$ 单调递减;
④ 把函数 $y = 2 \cos 2x$ 的图象上所有点向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度, 可得到函数 $y = f(x)$ 的图象.
其中所有正确结论的编号是 ().

- A. ①④ B. ②④ C. ①②④ D. ①②③

7 已知函数 $f(x) = \sin x + \cos x$ ，下列结论错误的是（ ）.

A. $f(x)$ 的最小正周期为 2π

B. $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{5\pi}{4}$ 对称

C. $\frac{7\pi}{4}$ 是 $f(x)$ 的一个零点

D. $f(x)$ 在区间 $(\pi, \frac{3\pi}{2})$ 单调递减

8 关于函数 $f(x) = \cos x + \sin |x|$ 有下述四个结论：

① $f(x)$ 的周期为 2π ；

② $f(x)$ 在 $[0, \frac{5\pi}{4}]$ 上单调递增；

③ 函数 $y = f(x) - 1$ 在 $[-\pi, \pi]$ 上有 3 个零点；

④ 函数 $f(x)$ 的最小值为 $-\sqrt{2}$.

其中所有正确结论的编号为（ ）.

A. ①②

B. ②③

C. ③④

D. ②④

9 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$)，其图象相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$ ，且函数

$g(x) = f(x + \frac{\pi}{12})$ 是偶函数. 关于函数 $f(x)$ 给出下列命题：

① 函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{5\pi}{12}$ 轴对称；

② 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(-\frac{\pi}{6}, 0)$ 中心对称；

③ 函数 $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{3}, \frac{7\pi}{12}]$ 上单调递减；

④ 把函数 $y = \sin x$ 的图象上所有点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$ ，然后再将所得的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 单位长度，即可得到函数 $y = f(x)$ 的图象.

其中真命题共有（ ）个.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

三角函数解答

10 已知函数 $f(x) = 2\sqrt{3}\tan(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4})\cos^2(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}) - \sin(x + \pi)$.

(1) 求 $f(x)$ 的定义域和最小正周期.

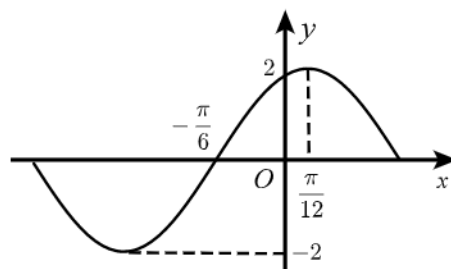
(2) 若将 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，得到函数 $g(x)$ 的图象，求函数 $g(x)$ 在区间 $[0, \pi]$ 上的最大值和最小值.

2. 三角函数的图像性质

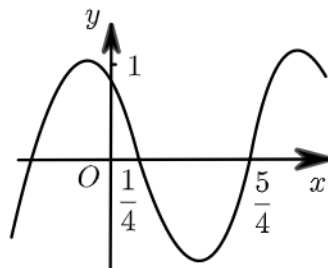


根据已知图像确定周期和相位参数

- 11 将函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象上所有点向左平行移动 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 所得函数的部分图象如图所示, 则 $f(x) =$ _____ .



- 12 函数 $f(x) = \cos(\omega x + \varphi)$ 的部分图象如图所示, 则 $f(x)$ 的单调递减区间为 () .



- A. $\left(k\pi - \frac{1}{4}, k\pi + \frac{3}{4}\right), k \in \mathbf{Z}$ B. $\left(2k\pi - \frac{1}{4}, 2k\pi + \frac{3}{4}\right), k \in \mathbf{Z}$
C. $\left(k - \frac{1}{4}, k + \frac{3}{4}\right), k \in \mathbf{Z}$ D. $\left(2k - \frac{1}{4}, 2k + \frac{3}{4}\right), k \in \mathbf{Z}$



利用题目分析出图像情况

- 13 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \theta)$, 其中 $\omega > 0, \theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 其图象关于直线 $x = \frac{\pi}{6}$ 对称, 对满足 $|f(x_1) - f(x_2)| = 2$ 的 x_1, x_2 , 有 $|x_1 - x_2|_{\min} = \frac{\pi}{2}$, 将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象, 则函数 $g(x)$ 的单调递减区间是 () .

- A. $\left[k\pi - \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{\pi}{2}\right] (k \in \mathbf{Z})$ B. $\left[k\pi, k\pi + \frac{\pi}{2}\right] (k \in \mathbf{Z})$
C. $\left[k\pi + \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{5\pi}{6}\right] (k \in \mathbf{Z})$ D. $\left[k\pi + \frac{\pi}{12}, k\pi + \frac{7\pi}{12}\right] (k \in \mathbf{Z})$

- 14 设函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$, 其中 $\omega > 0$, $|\varphi| < \pi$, 若 $f\left(\frac{5\pi}{8}\right) = 2$, $f\left(\frac{11\pi}{8}\right) = 0$, 且 $f(x)$ 的最小正周期大于 2π , 则 () .

A. $\omega = \frac{1}{3}$, $\varphi = -\frac{11\pi}{24}$

B. $\omega = \frac{2}{3}$, $\varphi = -\frac{11\pi}{12}$

C. $\omega = \frac{2}{3}$, $\varphi = \frac{\pi}{12}$

D. $\omega = \frac{1}{3}$, $\varphi = \frac{7\pi}{24}$

- 15 已知函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin\omega x + 3\cos\omega x$ ($\omega > 0$) , 对任意的 x_1, x_2 , 当 $f(x_1)f(x_2) = -12$ 时 , $|x_1 - x_2|_{\min} = \frac{\pi}{2}$. 则下列判断正确的是 () .

A. $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1$

B. 函数 $f(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上递增

C. 函数 $f(x)$ 的一条对称轴是 $x = \frac{7\pi}{6}$

D. 函数 $f(x)$ 的一个对称中心是 $\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$



零点问题

- 16 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{6}\right)$ ($\omega > 0$) , 若函数 $f(x)$ 在区间 $(0, \pi)$ 上有且只有两个零点 , 则 ω 的取值范围为 () .

A. $\left(\frac{7}{6}, \frac{13}{6}\right)$

B. $\left(\frac{7}{6}, \frac{13}{6}\right]$

C. $\left(\frac{5}{6}, \frac{11}{6}\right)$

D. $\left(\frac{5}{6}, \frac{11}{6}\right]$

- 17 已知函数 $f(x) = \cos^2\frac{\omega x}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\omega x - \frac{1}{2}$, ($\omega > 0, x \in \mathbf{R}$) , 若 $f(x)$ 在区间 $(\pi, 2\pi)$ 内没有零点 , 则 ω 的取值范围是 () .

A. $\left(0, \frac{5}{12}\right]$

B. $\left(0, \frac{5}{12}\right]$

C. $\left(0, \frac{5}{6}\right]$

D. $\left(0, \frac{5}{12}\right] \cup \left[\frac{5}{6}, \frac{11}{12}\right]$

$\cup \left[\frac{5}{6}, \frac{11}{12}\right)$

3. 解三角形



基础应用

- 18 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $\triangle ABC$ 的面积为 S , $3c^2 = 16S + 3(b^2 - a^2)$, 则 $\tan B = (\quad)$.

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{4}{3}$

D. $\frac{3}{4}$

- 19 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c 已知 $\sin B + \sin A(\sin C - \cos C) = 0$, $a = 2$, $c = \sqrt{2}$, 则 $C = (\quad)$.

A. $\frac{\pi}{12}$

B. $\frac{\pi}{6}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\frac{\pi}{3}$



边角互化范围问题

- 20 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{4}(a^2 + c^2 - b^2)$, 且 $\angle C$ 为钝角, 则 $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$; $\frac{c}{a}$ 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

- 21 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c 且 $2a - c = 2b \cos C$.

(1) 求 $\sin\left(\frac{A+C}{2} + B\right)$ 的值.

(2) 若 $b = \sqrt{3}$, 求 $c - a$ 的取值范围.

4. 解三角形解答

22 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且满足 $c \sin A = a \sin\left(C + \frac{\pi}{3}\right)$.

- (1) 求角 C 的大小.
- (2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $3\sqrt{3}$, $a - b = 1$, 求 c 和 $\cos(2A - C)$ 的值.

23 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 满足 $b^2 + c^2 - a^2 = c(a \cos C + c \cos A)$.

- (1) 求角 A 的大小.
- (2) 若 $\cos B = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 求 $\sin(2B + A)$ 的值.
- (3) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$, $a = 3$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

24 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ．已知 $3(a-c)^2 = 3b^2 - 2ac$ ．

(1) 求 $\cos B$ 的值．

(2) 若 $5a = 3b$ ，

① 求 $\sin A$ 的值．

② 求 $\sin\left(2A + \frac{\pi}{6}\right)$ 的值．

25 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，若 $2a \sin A = (2b + c) \sin B + (b + 2c) \sin C$ ．

(1) 求角 A 的大小．

(2) 若 $a = 2\sqrt{3}$ ，求 $\triangle ABC$ 面积的最大值．