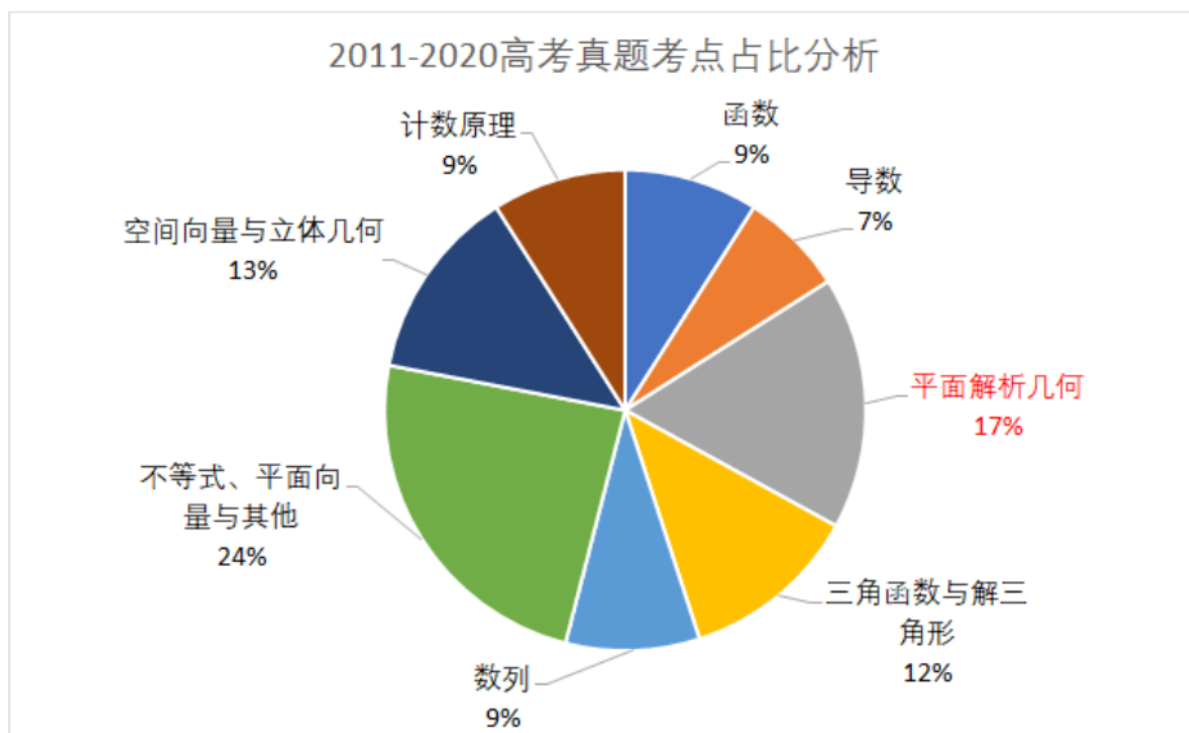


曲线的方程与性质

1. 考情分析

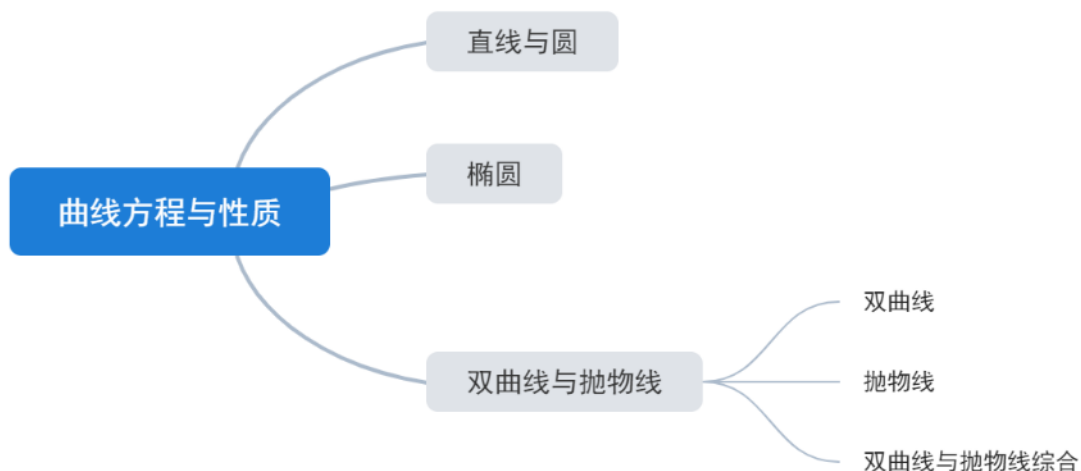
考点占比



考点分析

2011-2020 高考真题考点分析				
考点	直线与圆	椭圆小题	双曲线与抛物线小题	椭圆大题
2011			6 (文)	18 (理), 18 (文)
2012	8 (理), 12 (文)		11 (文)	19 (理), 19 (文)
2013	5 (文)		5 (理), 11 (文)	18 (理), 18 (文)
2014			5 (理), 6 (文)	18 (理), 18 (文)
2015			6 (理), 5 (文)	19 (理), 19 (文)
2016			6 (理), 4 (文)	19 (理), 19 (文)
2017			5 (理), 5 (文)	19 (理), 20 (文)
2018			7 (理), 7 (文)	19 (理), 19 (文)
2019			5 (理), 6 (文)	18 (理), 19 (文)
2020	12		7	18

2. 知识梳理



一、直线与圆

1. 真题分析

不含参

- 1 已知圆 C 的圆心在 x 轴的正半轴上，点 $M(0, \sqrt{5})$ 在圆 C 上，且圆心到直线 $2x - y = 0$ 的距离为 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ，则圆 C 的方程为 _____ .

含参

- 2 已知直线 $x - \sqrt{3}y + 8 = 0$ 和圆 $x^2 + y^2 = r^2$ ($r > 0$)相交于 A, B 两点，若 $|AB| = 6$ ，则 r 的值为 _____ .
- 3 已知过点 $P(2, 2)$ 的直线与圆 $(x - 1)^2 + y^2 = 5$ 相切，且与直线 $ax - y + 1 = 0$ 垂直，则 $a = (\quad)$.
- A. $-\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. $\frac{1}{2}$

2. 思路总结

利用直线与圆的几何性质计算求解，注意多运用点到直线距离公式进行直线和圆的位置关系判断。

3. 模拟演练



不含参

4 已知圆 C 的圆心在直线 $x - 2y - 3 = 0$ 上，且过点 $A(2, -3)$ ， $B(-2, -5)$ ，则圆 C 的标准方程为_____。

5 已知直线 $l: x - y = 1$ 与圆 $: x^2 + y^2 - 2x + 2y - 1 = 0$ 相交于 A, C 两点，点 B, D 分别在圆上运动，且位于直线 l 的两侧，则四边形 $ABCD$ 面积的最大值为（ ）。

- A. $\sqrt{30}$ B. $2\sqrt{30}$ C. $\sqrt{51}$ D. $2\sqrt{51}$

6 过点 $(1, 0)$ ，倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$ 的直线 l 交圆 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ 于 A, B 两点，则弦 AB 的长为_____。

7 圆心在直线 $3x - y = 0$ 上，与 x 轴相切，且被直线 $x - y = 0$ 截得的弦长为 $2\sqrt{7}$ 的圆的方程为_____。

8 过点 $A(-3, 2)$ ， $B(-5, -2)$ ，且圆心在直线 $3x - 2y + 4 = 0$ 上的圆的半径为_____。



含参

9 已知 m 为实数，直线 $l_1: mx + y - 1 = 0$ ， $l_2: (3m - 2)x + my - 2 = 0$ ，则“ $m = 1$ ”是“ $l_1 // l_2$ ”的（ ）。

- A. 充要条件 B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

10 若直线 $y = x - 2$ 被圆 $(x - a)^2 + y^2 = 4$ 所截的弦长为 $2\sqrt{2}$ ，则实数 a 的值为 () .

A. 0或4

B. -1或 $\sqrt{3}$

C. 1或3

D. -2或6

11 已知直线 $ax + y - 2 = 0$ 与圆心为 C 的圆 $(x - 1)^2 + (y - a)^2 = 4$ 相交于 A, B 两点，且 $\triangle ABC$ 为等边三角形，则实数 $a =$ _____ .

12 若直线 $3x + 4y = m$ 与圆 $x^2 + y^2 = m$ 相切，则实数 $m =$ _____ .

13 已知直线 $ax + y - 1 = 0$ 与圆 $C: (x - 1)^2 + (y + a)^2 = 1$ 相交于 A, B 两点，且 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形，则实数 a 的值为 _____ .

14 已知直线 $l: x + ay = 2$ 与圆 $C: x^2 + y^2 = 4$ 相交于 M, N 两点，若 $|MN| = 2\sqrt{3}$ ，则直线 l 的斜率为 () .

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\sqrt{3}$

D. $-\sqrt{3}$

15 设直线 $y = x + 2a$ 与圆 $x^2 + y^2 - 2ay - 2 = 0$ 相交于 A, B 两点，若 $|AB| = 2\sqrt{3}$ ，则 $a =$ _____ .

二、椭圆

1. 例题讲解

- 16 设椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一个焦点 $F(2, 0)$ 点 $A(-2, 1)$ 为椭圆 E 内一点, 若椭圆 E 上存在一点 P , 使得 $|PA| + |PF| = 8$, 则椭圆 E 的离心率的取值范围是 () .

A. $\left[\frac{4}{9}, \frac{4}{7}\right]$
C. $\left[\frac{2}{9}, \frac{2}{7}\right]$

B. $\left(\frac{4}{9}, \frac{4}{7}\right)$
D. $\left[\frac{2}{9}, \frac{2}{7}\right]$

2. 思路总结

利用椭圆的几何性质计算求解, 椭圆定义是隐含条件, 不要遗忘.

3. 模拟演练

- 17 设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , P 是 C 上的点, $PF_2 \perp F_1F_2$, $\angle PF_1F_2 = 30^\circ$, 则 C 的离心率为 () .

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$
C. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$
D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

- 18 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点为 F_1, F_2 , 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 过 F_2 的直线 l 交 C 于 A, B 两点, 若 $\triangle AF_1B$ 的周长为 $4\sqrt{3}$, 则椭圆 C 的方程为 () .

A. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$

B. $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$

C. $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{8} = 1$

D. $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$

- 19 设 e_1, e_2 分别为具有公共焦点 F_1, F_2 的椭圆和双曲线的离心率, P 为两曲线的一个公共点, 且满足 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = 0$, 则 $\frac{1}{e_1^2} + \frac{1}{e_2^2}$ 的值为 ().
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. 2 D. 不确定

三、双曲线的方程与性质

1. 真题分析

- 20 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 2, 过右焦点且垂直于 x 轴的直线与双曲线交于 A 、 B 两点, 设 A 、 B 到双曲线的同一条渐近线的距离分别为 d_1 和 d_2 , 且 $d_1 + d_2 = 6$, 则双曲线的方程为 ().
- A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ B. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$
 C. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{9} = 1$ D. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{3} = 1$
- 21 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点为 F , 离心率为 $\sqrt{2}$. 若经过 F 和 $P(0, 4)$ 两点的直线平行于双曲线的一条渐近线, 则双曲线的方程为 ().
- A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$ B. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{8} = 1$
 C. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{8} = 1$ D. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$
- 22 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点为 F , 点 A 在双曲线的渐近线上, $\triangle OAF$ 是边长为 2 的等边三角形 (O 为原点), 则双曲线的方程为 ().
- A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ B. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$
 C. $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ D. $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$

④双曲线离心率的取值范围_____；

23 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的焦距为 $2\sqrt{5}$ ，且双曲线的一条渐近线与直线 $2x + y = 0$ 垂直，则双曲线的方程为（ ）.

A. $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$
 B. $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$
 C. $\frac{3x^2}{20} - \frac{3y^2}{5} = 1$
 D. $\frac{3x^2}{5} - \frac{3y^2}{20} = 1$

24 设 F_1, F_2 分别是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, O 为坐标原点, 过左焦点 F_1 作直线 F_1P 与圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 切于点 E , 与双曲线右支交于点 P , 且满足 $\overrightarrow{OE} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OF_1})$, $|\overrightarrow{OE}| = \sqrt{3}$, 则双曲线的方程为 ().

A. $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{12} = 1$ B. $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{9} = 1$
C. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{6} = 1$ D. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{12} = 1$

25 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 F , 虚轴的上端点为 B , P 为左支上的一个动点, 若 $\triangle PBF$ 周长的最小值等于实轴长的3倍, 则该双曲线的离心率为 ().

A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$
C. $\sqrt{10}$ D. $\sqrt{2}$

- 26 已知双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$ ，以原点为圆心，双曲线的实半轴长为半径长的圆与双曲线的两条渐近线相交于 A, B, C, D 四点，四边形的 $ABCD$ 的面积为 $2b$ ，则双曲线的方程为 () .

- A. $\frac{x^2}{4} - \frac{3y^2}{4} = 1$
 B. $\frac{x^2}{4} - \frac{4y^2}{3} = 1$
 C. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$
 D. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$

- 27 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一个焦点为 $F(2, 0)$ ，且双曲线的渐近线与圆 $(x-2)^2 + y^2 = 3$ 相切，则双曲线的方程为 () .

- A. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{13} = 1$ B. $\frac{x^2}{13} - \frac{y^2}{9} = 1$
 C. $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ D. $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$

- 28 设双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一个焦点为 $F(c, 0) (c > 0)$ ，且离心率等于 $\sqrt{5}$ ，若该双曲线的一条渐近线被圆 $x^2 + y^2 - 2cx = 0$ 截得的弦长为 $2\sqrt{5}$ ，则该双曲线的标准方程为 () .

- A. $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$
 B. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{100} = 1$
 C. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{20} = 1$
 D. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{25} = 1$

- 29 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{3} = 1 (a > 0)$ 的右焦点为 F ，圆 $x^2 + y^2 = c^2$ (c 为双曲线的半焦距) 与双曲线 C 的一条渐近线交于 A, B 两点，且线段 AF 的中点 M 落在另一条渐近线上，则双曲线 C 的方程是 () .

- A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ B. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{3} = 1$
 C. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = 1$ D. $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$

四、抛物线的方程与性质

1. 真题分析

- 30 设抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F ，准线为 l 。已知点 C 在 l 上，以 C 为圆心的圆与 y 轴的正半轴相切于点 A 。若 $\angle FAC = 120^\circ$ ，则圆的方程为 _____。

2. 思路总结

利用抛物线的几何性质计算求解，注意多利用抛物线定义进行思路转化。

抛物线 $y^2 = 2px$ ，其中 $p > 0$ ，定义描述：_____、
焦点坐标是_____及准线方程是_____。

3. 模拟演练

- 31 设抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 $F(1, 0)$ ，准线为 l ，过焦点的直线交抛物线于 A, B 两点，分别过 A, B 作 l 的垂线，垂足为 C, D ，若 $|AF| = 4|BF|$ ，则 $p =$ _____，三角形 CDF 的面积为 _____。
- 32 已知抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F ，准线为 l ，直线 $y = k\left(x - \frac{p}{2}\right)$ 交抛物线于 A, B 两点，过点 A 作准线 l 的垂线，垂足为 E ，若等边 $\triangle AFE$ 的面积为 $36\sqrt{3}$ ，则 $\triangle BEF$ 的面积为 ()。
- A. $6\sqrt{3}$ B. $12\sqrt{3}$ C. 16 D. $24\sqrt{3}$
- 33 设 F 为抛物线 $C: y^2 = 3x$ 的焦点，过 F 且倾斜角为 30° 的直线交 C 于 A, B 两点，则 $|AB| =$ ()。
- A. $\frac{\sqrt{30}}{3}$ B. 6
C. 12 D. $7\sqrt{3}$
- 34 若经过抛物线 $y^2 = 4x$ 焦点的直线 l 与圆 $(x - 4)^2 + y^2 = 4$ 相切，则直线 l 的斜率为 _____。

五、双曲线与抛物线结合

1. 真题分析

35 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F ，准线为 l ，若 l 与双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两条渐近线分别交于点 A 和点 B ，且 $|AB| = 4|OF|$ (O 为原点)，则双曲线的离心率为 () .

A. $\sqrt{2}$

B. $\sqrt{3}$

C. 2

D. $\sqrt{5}$

36 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线过点 $(2, \sqrt{3})$ ，且双曲线的一个焦点在抛物线 $y^2 = 4\sqrt{7}x$ 的准线上，则双曲线的方程为 () .

A. $\frac{x^2}{21} - \frac{y^2}{28} = 1$

B. $\frac{x^2}{28} - \frac{y^2}{21} = 1$

C. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$

D. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$

37 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线过点 $(2, \sqrt{3})$ ，且双曲线的一个焦点在抛物线 $y^2 = 4\sqrt{7}x$ 的准线上，则双曲线的方程为 ()

A. $\frac{x^2}{21} - \frac{y^2}{28} = 1$

B. $\frac{x^2}{28} - \frac{y^2}{21} = 1$

C. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$

D. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$

38 设双曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ ，过抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点和点 $(0, b)$ 的直线为 l ，若 C 的一条渐近线与 l 平行，另一条渐近线与 l 垂直，则双曲线 C 的方程为 () .

A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$

B. $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$

C. $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$

D. $x^2 - y^2 = 1$

- 39 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两条渐近线与抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的准线分别交于 A, B 两点, O 为坐标原点, 若双曲线的离心率为 2, $\triangle AOB$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 则 $p = (\quad)$.

A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. 3

2. 思路总结

(1) 分析圆锥曲线中 a, b, c, e, p 各量之间的关系是求解问题的关键.

(2) 求椭圆、双曲线的离心率, 关键是根据已知条件确定 a, b, c 的等量关系, 然后把 b 用 a, c 代换, 求 $\frac{c}{a}$ 的值; 在双曲线中由于 $e^2 = 1 + (\frac{b}{a})^2$, 故双曲线的渐近线与离心率密切相关.

3. 模拟演练

- 40 已知双曲线的一个焦点与抛物线 $x^2 = 20y$ 的焦点重合, 且双曲线上的一点 P 到双曲线的两个焦点的距离之差的绝对值等于 6, 则该双曲线的标准方程为 ().

A. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ B. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$
C. $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$ D. $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$

- 41 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一个焦点与抛物线 $y^2 = 12x$ 的焦点重合, 且双曲线的离心率等于 $\sqrt{3}$, 则该双曲线的标准方程为 ().

A. $\frac{x^2}{27} - \frac{y^2}{18} = 1$
B. $\frac{y^2}{18} - \frac{x^2}{27} = 1$
C. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{24} = 1$
D. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{6} = 1$

- 42 已知双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$ 的右焦点与抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点重合, 则该抛物线的准线被双曲线所截得的线段长度为 ().

A. $\frac{7}{3}$ B. $\frac{14}{3}$ C. $\frac{5}{2}$ D. 5

43 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 一个焦点与抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点重合，且双曲线的离心率等于 $\sqrt{5}$ ，则该双曲线的实轴长为 () .

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{1}{2}$
C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. 1

44 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左顶点与抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点的距离为 4，且双曲线的一条渐近线与抛物线的准线的交点坐标为 $(-2, -1)$ ，则双曲线的焦距为 () .

- A. $2\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 4 D. $2\sqrt{5}$

45 抛物线 $C_1: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点 F 是双曲线 $C_2: \frac{x^2}{m} - \frac{y^2}{1-m} = 1$ ($0 < m < 1$) 的右焦点， P 是 C_1 与 C_2 的交点，点 Q 在 C_1 的准线上， $\triangle FPQ$ 是以 P 为直角顶点的等腰直角三角形，则 C_2 的离心率为 () .

- A. $\sqrt{2} + 1$ B. $2\sqrt{2} + 3$ C. $2\sqrt{10} - 3$ D. $2\sqrt{10} + 3$

46 已知 F_1, F_2 分别为双曲线 $3x^2 - y^2 = 3a^2$ ($a > 0$) 的左、右焦点， P 是抛物线 $y^2 = 8ax$ 与双曲线的一个交点，若 $|PF_1| + |PF_2| = 12$ ，则抛物线的准线方程为 () .

- A. $x = -4$ B. $x = -3$ C. $x = -2$ D. $x = -1$