

空间向量的运算习题

一、空间向量线性运算

1. 判断正误，正确的画“√”，错误的画“×”。

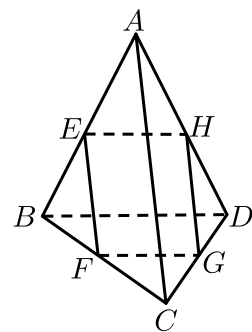
1. 在空间中，单位向量唯一。()
2. 在空间中，任意一个向量都可以进行平移。()
3. 在空间中，互为相反向量的两个向量必共线。()
4. 空间两非零向量相加时，一定可以用平行四边形法则运算。()
5. 空间中任意两个单位向量必相等。()
6. $\lambda \vec{a}$ 与 $\vec{a}$ 的方向相同。()
7. 在四边形 $ABCD$ 中，一定有 $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$ 。()

2. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $\vec{BA} + \vec{BC} + \vec{DD_1} = ()$ 。

- | | |
|-------------------|-----------------|
| A. $\vec{D_1B_1}$ | B. $\vec{D_1B}$ |
| C. $\vec{DB_1}$ | D. $\vec{BD_1}$ |

3. 在平行六面体 $ABCD - A'B'C'D'$ 中，若 $\vec{AC'} = x\vec{AB} + \frac{y}{2}\vec{BC} + \frac{z}{3}\vec{CC'}$ ，则 $x + y + z = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

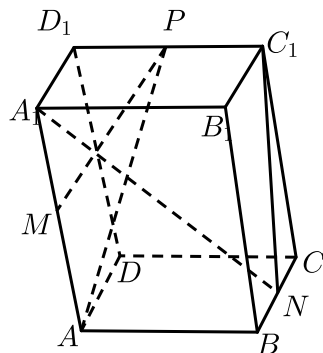
4. 如图，在空间四边形 $ABCD$ 中，连接 AC, BD, E, F, G, H 分别为 AB, BC, CD, DA 边上的中点，则下列各式中成立的是()。



- A. $\vec{EB} + \vec{BF} + \vec{EH} + \vec{GH} = \vec{0}$
- B. $\vec{EB} + \vec{FC} + \vec{EH} + \vec{GE} = \vec{0}$
- C. $\vec{EF} + \vec{FG} + \vec{EH} + \vec{GH} = \vec{0}$
- D. $\vec{EF} - \vec{FB} + \vec{CG} + \vec{GH} = \vec{0}$

5.

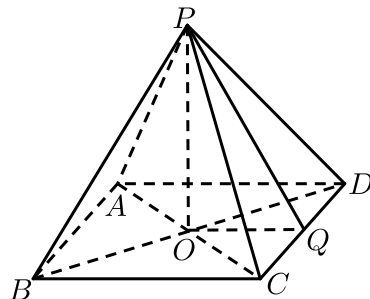
如图所示，在空间几何体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，各面为平行四边形，设 $\overrightarrow{AA_1} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$ ， M, N, P 分别是 AA_1, BC, C_1D_1 的中点，试用 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 表示以下各向量。



(1) $\overrightarrow{AP}$.

(2) $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NC_1}$.

6. 如图，已知正四棱锥 $P - ABCD$ ，点 O 是正方形 $ABCD$ 的中心， Q 是 CD 的中点。



(1) 若 $\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{PQ} + x\overrightarrow{PC} + y\overrightarrow{PA}$ ，求 x, y 的值。

(2) $\overrightarrow{PA} = m\overrightarrow{PO} + n\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{PD}$ ，求 m, n 的值。

二、空间向量基本定理

7. 已知空间向量 $\vec{a}, \vec{b}$ ，且 $\overrightarrow{AB} = \vec{a} + 2\vec{b}$ ， $\overrightarrow{BC} = -5\vec{a} + 6\vec{b}$ ， $\overrightarrow{CD} = 7\vec{a} - 2\vec{b}$ ，则一定共线的三点是()。

A. A, B, D

B. A, B, C

C. C, B, D

D. A, C, D

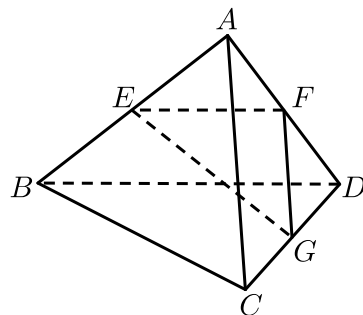
8. 已知 A, B, C 三点不共线， O 是平面 ABC 外任意一点，若由

$$\overrightarrow{OP} = \frac{1}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OB} + \lambda\overrightarrow{OC}$$

确定的点 P 与 A, B, C 三点共面，则 $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、空间向量数量积

9. 在三棱锥 $A-BCD$ 中, $AB=AC=AD=2$, $\angle BAD=90^\circ$, $\angle BAC=60^\circ$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ 等于 () .
- A. -2 B. 2 C. $-2\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$
10. 如图, 已知空间四边形每条边和对角线长都等于 a , 点 E 、 F 、 G 分别是 AB 、 AD 、 DC 的中点, 则下列向量的数量积等于 a^2 的是 () .



- A. $2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC}$
 B. $2\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{DB}$
 C. $2\overrightarrow{FG} \cdot \overrightarrow{AC}$
 D. $2\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{CB}$
11. 已知长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=AA_1=2$, $AD=4$, E 为侧面 AA_1B_1B 的中心, F 为 A_1D_1 的中点. 求下列向量的数量积.
- (1) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{ED_1}$.
 (2) $\overrightarrow{BF} \cdot \overrightarrow{AB_1}$.

四、空间向量坐标运算

12. 若 $A(m+1, n-1, 3)$, $B(2m, n, m-2n)$, $C(m+3, n-3, 9)$ 三点共线, 则 $m+n=$ ____ .
13. 在空间直角坐标系中, 已知 $A(1, 0, -3)$, $B(4, -2, 1)$, 则 $|AB| = ()$.
- A. $\sqrt{15}$ B. $\sqrt{29}$ C. $\sqrt{34}$ D. $\sqrt{149}$
14. 已知 $A(2, -5, 1)$, $B(1, -4, 1)$, $C(2, -2, 4)$, 则 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为 () .
- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$
15. 已知 $A(1, 2, -1)$ 关于面 xOy 的对称点为 B , 而 B 关于 x 轴对称的点为 C , 则 $\overrightarrow{BC} = ()$.
- A. $(0, 4, 2)$ B. $(0, -4, -2)$ C. $(0, 4, 0)$ D. $(2, 0, -2)$
16. 已知点 $A(-3, 1, -4)$, 则点 A 关于 x 轴对称的点的坐标为 () .

A. $(-3, -1, 4)$

B. $(-3, -1, -4)$

C. $(3, 1, 4)$

D. $(3, -1, -4)$

17. 在空间直角坐标系 $O - xyz$ 中, 点 $A(-2, 4, 3)$ 关于坐标平面 yOz 的对称的点是 () .

A. $(2, 4, 3)$

B. $(2, -4, 3)$

C. $(-2, -4, 3)$

D. $(-2, 4, -3)$

18. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (1, 0, -3)$, 则 $|\vec{a} + 2\vec{b}| = \underline{\hspace{2cm}}$.