

立体几何综合问题练习题

一、立体几何综合问题

1 下列说法正确的是 () .

- A. 若直线 a 与平面 α 内无数条直线平行, 则 $a//\alpha$
- B. 平行四边形的直观图是平行四边形
- C. 经过一条直线和一个点确定一个平面
- D. 如果两个平面平行, 那么在这两个平面内的两条直线平行

2 设 m, n 是两条不同的直线, α, β, γ 是三个不同的平面, 给出下面四个命题:

- ①若 $\alpha \perp \beta, \beta \perp \gamma$, 则 $\alpha // \gamma$;
- ②若 $\alpha \perp \beta, m \subset \alpha, n \subset \beta$, 则 $m \perp n$;
- ③若 $m // \alpha, n \subset \alpha$, 则 $m // n$;
- ④若 $\alpha // \beta, \gamma \cap \alpha = m, \gamma \cap \beta = n$, 则 $m // n$.

其中正确命题的序号是 () .

- A. ①④
- B. ①②
- C. ④
- D. ②③④

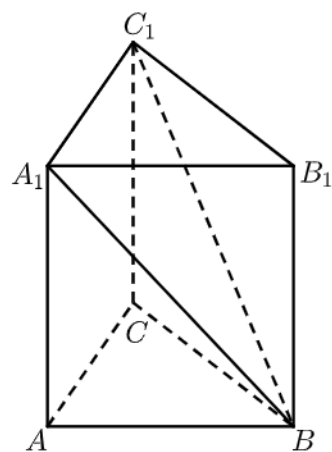
3 l, m, n 表示不同的直线, α, β, γ 表示不同的平面, 给出下列四个命题:

- ①若 $m // l$, 且 $m \perp \alpha$, 则 $l \perp \alpha$;
- ②若 $m // l$, 且 $m // \alpha$, 则 $l // \alpha$;
- ③若 $\alpha \cap \beta = l, \beta \cap \gamma = m, \gamma \cap \alpha = n$, 则 $l // m // n$;
- ④若 $\alpha \cap \beta = m, \beta \cap \gamma = l, \gamma \cap \alpha = n$ 且 $n // \beta$, 则 $l // m$.

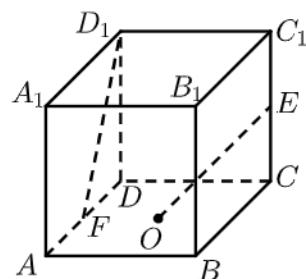
其中正确命题的个数是 () .

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

4 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AA_1 = 2$, $AC = BC = 1$, 则异面直线 A_1B 与 AC 所成角的余弦值是 _____ .



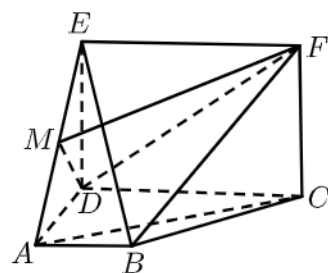
- 5 如图，在棱长为2的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， O 是底面 $ABCD$ 的中点， E 、 F 分别是 CC_1 、 AD 的中点，那么异面直线 OE 和 FD_1 所成的角的余弦值等于（ ）。



A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$
C. $\frac{4}{5}$

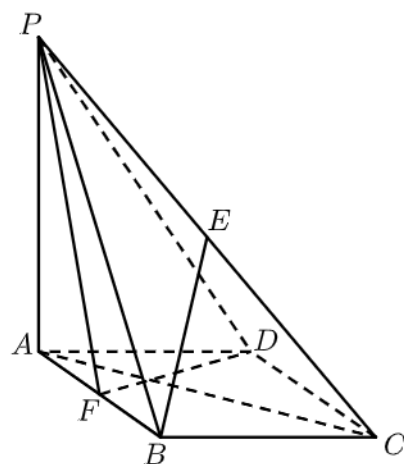
B. $\frac{\sqrt{15}}{5}$
D. $\frac{2}{3}$

- 6 如图，已知矩形 $CDEF$ 和直角梯形 $ABCD$ ， $AB \parallel CD$ ， $\angle ADC = 90^\circ$ ， $DE = DA$ ， M 为 AE 的中点。



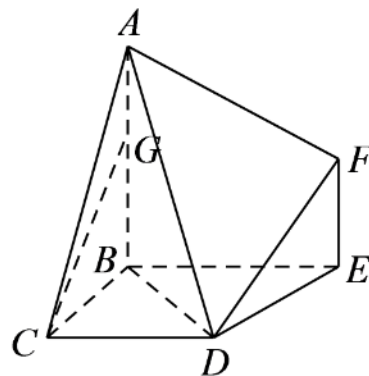
- (1) 求证： $AC \parallel$ 平面 DMF 。
(2) 求证： $BE \perp DM$ 。

- 7 如图，在四棱锥 $P - ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是菱形， $\angle BAD = 60^\circ$ ， $AB = PA = 2$ ， $PA \perp$ 底面 $ABCD$ ， E 是 PC 的中点， F 是 AB 中点。



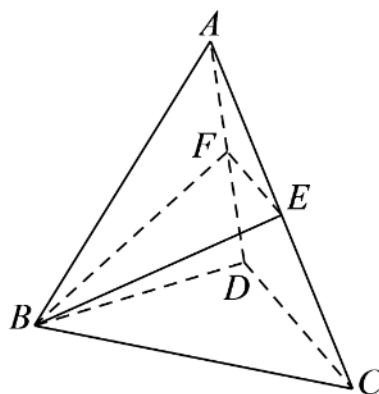
- (1) 求证： $BE \parallel$ 平面 PDF ；
- (2) 求证：平面 $PDF \perp$ 平面 PAB ；
- (3) 求 BE 与平面 PAC 所成的角.

- 8 如图，多面体 $ABCDEF$ 中， BA, BC, BE 两两垂直，其 $AB \parallel EF, CD \parallel BE, AB = BE = 2, BC = CD = EF = 1$.



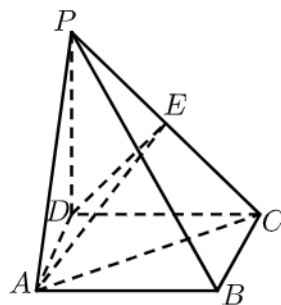
- (1) 若点 G 在线段 AB 上，且 $BG = 3GA$ ，求证： $CG \parallel$ 平面 ADF .
- (2) 求证：平面 $ABD \perp$ 平面 DEF .
- (3) 求直线 DF 与平面 $ABEF$ 所成角的正弦值

- 9 如图，在四面体 $ABCD$ 中， $BA = BD, AD \perp CD$ ，点 E, F 分别为 AC, AD 的中点 .



- (1) 求证： $EF \parallel$ 平面 BCD .
- (2) 求证：平面 $EFB \perp$ 平面 ABD .
- (3) 若 $BC = BD = CD = AD = 2$, $AC = 2\sqrt{2}$, 求二面角 $B - AD - C$ 的余弦值 .

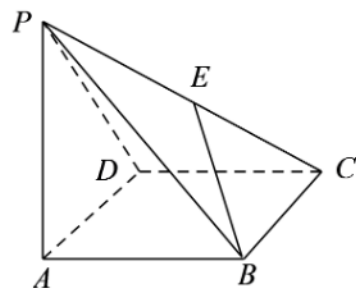
- 10 如图，在四棱锥 $P - ABCD$ 中， $PD \perp$ 平面 $ABCD$ ，底面 $ABCD$ 为矩形， $PD = DC = 4$ ， $AD = 2$ ， E 为 PC 的中点 .



- (1) 求证： $DE \perp$ 平面 PBC .
- (2) 求三棱锥 $P - ADE$ 的体积 .
- (3) 在线段 AC 上是否存在一点 M ，使得 $PA \parallel$ 平面 EDM ，若存在，求出 AM 的长 . 若不存在，请说明理由 .

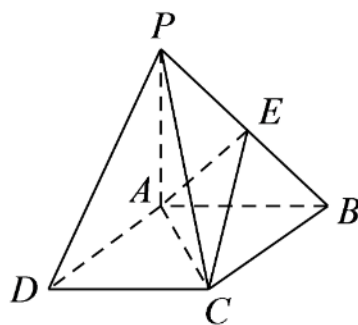
(本题不能使用空间向量解题)

- 11 如图，已知四边形 $ABCD$ 为直角梯形， $AB \parallel CD$ ， $\angle BAD = 90^\circ$ ， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ， $CD = 2$ ， $PA = AD = AB = 1$ ， E 为 PC 的中点 .



- (1) 求证： $EB \parallel$ 平面 PAD .
- (2) 求证：平面 $PBC \perp$ 平面 PCD .
- (3) 求直线 BD 与平面 PCD 所成的角 .

- 12 如图， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，四边形 $ABCD$ 是边长为2的菱形， $\angle BAD = 120^\circ$ ， $PA = 2$ ， E 是 PB 的中点 .



- (1) 求证： $PD \parallel$ 平面 AEC .
- (2) 求直线 EC 与平面 $ABCD$ 所成角的大小 .
- (3) 求二面角 $E - AC - B$ 的正切值 .