

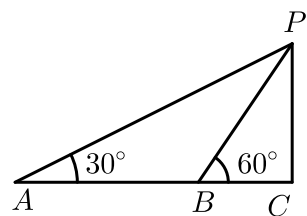
解三角形综合-习题

一、选择题

1. 一船以每小时15km的速度向东航行，船在A处看到一灯塔B在北偏东60°的方向上，行驶4h后，船到达C处，看到这个灯塔在北偏东15°的方向上，这时船与灯塔的距离为（ ）。

A. $30\sqrt{2}$ km B. $30\sqrt{6}$ km C. $15\sqrt{2}$ km D. $15\sqrt{6}$ km

2. 海春轩塔（又名广福寺塔），江苏第一古塔，为唐代建筑物，位于江苏省东台市古镇西溪。距今已有1300多年历史，为东台西溪旅游观光主要景点之一。在一次春游活动中，同学们为了估算塔高，某同学在该塔正西方向的A处测得该塔仰角为30°，对着塔向正东方向前进了24米到达B处后测得该塔仰角为60°，则该塔的高度估计为（ ）。



A. $8\sqrt{3}$ 米 B. 12米 C. $12\sqrt{3}$ 米 D. $24\sqrt{3}$ 米

3. 已知在锐角 $\triangle ABC$ 中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c， $B = 60^\circ$ ，且 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$ ，则b的取值范围是（ ）。

A. $[2, \sqrt{6})$ B. $[\sqrt{2}, \sqrt{6})$ C. $[2, 6)$ D. $[4, 6)$

4. 在 $\triangle ABC$ 中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且满足 $b^2 + c^2 - a^2 = bc$ ， $\vec{AB} \cdot \vec{BC} > 0$ ， $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，则b+c的取值范围是（ ）。

A. $(1, \frac{3}{2})$ B. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2})$ C. $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ D. $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$

5. 已知锐角 $\triangle ABC$ 的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，若 $a = 1$ ， $2\cos C + c = 2b$ ，则 $\triangle ABC$ 的周长的取值范围是（ ）。

A. $(\sqrt{3} - 1, \sqrt{3}]$ B. $[1, \sqrt{3}]$ C. $(\sqrt{3} + 1, 3]$ D. $(0, 3]$

6. 已知锐角三角形 $\triangle ABC$ ，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且 $a \sin \frac{A+C}{2} = b \sin A$ ， $c = 2$ ，则 $\triangle ABC$ 面积的取值范围为（ ）。

A. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, 2\sqrt{3})$ B. $(\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$ C. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{3})$ D. $(\frac{\sqrt{3}}{8}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

二、 填空题

7. 甲船在岛A处南偏西 50° 的B处, 且AB的距离为10海里, 另有乙船正离开岛沿北偏西 10° 的方向以每小时8海里的速度航行, 若甲船要用2小时追上乙船, 则速度大小为 _____ 海里.

三、 解答题

8. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 已知 $(a - 3b) \cos C = C(3 \cos B - \cos A)$.
- (1) 求 $\frac{\sin B}{\sin A}$ 的值.
- (2) 若 $c = \sqrt{7}a$, 求角 C 的大小.
9. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $\frac{\cos A - 2 \cos C}{\cos B} = \frac{2c - a}{b}$.
- (1) 求 $\frac{\sin C}{\sin A}$ 的值.
- (2) 若 $\cos B = \frac{1}{4}$, $b = 2$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.
10. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\frac{a - b}{c} = \frac{\sin B + \sin C}{\sin B + \sin A}$.
- (1) 求角 A 的大小.
- (2) 若 $a = \sqrt{7}$, $b = 2c$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.
11. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边长分别为 a, b, c , 且满足 $a^2 + c^2 - b^2 = \sqrt{3}ac$.
- (1) 求角 B 的大小.
- (2) 若 $2b \cos A = \sqrt{3}(c \cos A + a \cos C)$, BC 边上的中线 AM 的长为 $\sqrt{7}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.
12. 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边, $c = \sqrt{3}a \sin C - c \cos A$.
- (1) 求 A .
- (2) 若 $a = 2$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 求 b, c .
13. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $b \sin^2 \frac{A}{2} + a \sin^2 \frac{B}{2} = \frac{c}{2}$.
- (1) 若 $c = 2$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.
- (2) 若 $C = \frac{\pi}{3}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{3}$, 求 c .
14. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $b^2 + c^2 - a^2 = \frac{4\sqrt{2}}{3}bc$.
- (1) 求 $\sin A$ 的值.
- (2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{2}$, 且 $\sqrt{2} \sin B = 3 \sin C$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.
15. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $b + c = 2a$, $3c \sin B = 4a \sin C$.
- (1) 求 $\cos B$ 的值.
- (2) 求 $\sin \left(2B + \frac{\pi}{6} \right)$ 的值.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边为 a, b, c , 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $3\sqrt{15}$, $b - c = 2$, $\cos A = -\frac{1}{4}$.
- (1) 求 a 和 $\sin C$ 的值.
 - (2) 求 $\cos\left(2A + \frac{\pi}{6}\right)$ 的值.
17. 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边, 已知 $b^2 = ac$ 且 $a^2 - c^2 = ac - bc$.
- (1) 求 $\angle A$ 的大小.
 - (2) 设 $f(x) = \cos\left(\omega x - \frac{A}{2}\right) + \sin(\omega x)$ ($\omega > 0$) 且 $f(x)$ 的最小正周期为 π , 求 $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 的最大值.
18. 在 $\triangle ABC$ 中, 设边 a, b, c 所对的角为 A, B, C , 且 A, B, C 都不是直角,
- $$(bc - 8)\cos A + ac\cos B = a^2 - b^2.$$
- (1) 若 $b + c = 5$, 求 b, c 的值.
 - (2) 若 $a = \sqrt{5}$, 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.
19. 在锐角 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为角 A, B, C 的对边, 且 $4\sin A\cos^2 A - \sqrt{3}\cos(B + C) = \sin 3A + \sqrt{3}$.
- (1) 求 A 的大小.
 - (2) 若 $b = 2$, 求 $\triangle ABC$ 面积的取值范围.
20. $\triangle ABC$ 中角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $a = c\cos B + \frac{1}{3}b$.
- (1) 求 $\cos C$.
 - (2) 若 $c = 3$, 求 $a + b$ 的最大值.