

正余弦定理及面积公式-习题

一、选择题

1. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a = 2$, $b = 2\sqrt{3}$, $A = 30^\circ$, 则 B 等于().
A. 30° B. 30° 或 150° C. 60° D. 60° 或 120°
2. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $\sin(A+B) = \frac{1}{3}$, $a = 3$, $c = 4$, 则 $\sin A =$ ().
A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{6}$
3. 在 $\triangle ABC$ 中, $\sin A : \sin B : \sin C = 4 : 3 : 2$, 则最大角的余弦值是().
A. $\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $-\frac{2}{3}$ D. $\frac{2}{3}$
4. 已知 $\triangle ABC$ 中, 若 $(a+c)(a-c) = b(b+c)$, 则 $\angle A =$ ().
A. 150° B. 120° C. 60° D. 30°
5. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\sqrt{3}b + 2c = 2a \cos B$, 则 $A =$ ().
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$
6. 在 $\triangle ABC$ 中, $A = 60^\circ$, $b = 1$, $S_{\triangle ABC} = \sqrt{3}$, 则 $\frac{a+b+c}{\sin A + \sin B + \sin C}$ 等于().
A. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{39}}{3}$ C. $\frac{26\sqrt{3}}{3}$ D. $2\sqrt{3}$
7. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 若 $a \sin B \cos C + c \sin B \cos A = \frac{1}{2}b$, 且 $a > b$, 则 $B =$ ().
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$
8. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \frac{\pi}{3}$, $\overrightarrow{AB} = (2, 0)$, $\overrightarrow{BC} = (-\sin A, \cos A)$, 则角 A 的大小是().
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$
9. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\frac{\sin A}{a} = \frac{\cos C}{c}$, 则 C 的值为().
A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°
10. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对边的长分别为 a, b, c . 若 $b + c = 2a$, 且 $3 \sin A = 5 \sin B$, 则角 $C =$ ().
A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

11. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $a^2 - c^2 = 2b$, $\frac{\tan A}{\tan C} = 3$, 则 b 等于()
 A. 3 B. 4 C. 6 D. 7
12. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 若 $(a^2 + c^2 - b^2) \tan B = \sqrt{3}ac$, 则角 B 的值为() .
 A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{5\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$
13. $\triangle ABC$ 中, $b = 8, c = 8\sqrt{3}, S_{\triangle ABC} = 16\sqrt{3}$, 则 $\angle A = ()$.
 A. 30° B. 60° C. 30° 或 150° D. 60° 或 120°
14. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $b = 2, B = \frac{\pi}{6}, C = \frac{\pi}{4}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为() .
 A. $2\sqrt{3} + 2$ B. $\sqrt{3} + 1$ C. $2\sqrt{3} - 2$ D. $\sqrt{3} - 1$
15. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = \sqrt{3}, BC = 1, \sin C = \sqrt{3} \cos C$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为() .
 A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{7}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{11}}{4}$
16. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $A = \frac{\pi}{3}, a = 2$, 且 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 则 $\triangle ABC$ 周长为() .
 A. 4 B. 6 C. $2\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3} + 2$
17. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $\cos A = \frac{4}{5}, b = 2, S_{\triangle ABC} = 3$, 则边 a 为() .
 A. $\frac{20}{3}$ B. 5 C. $\sqrt{13}$ D. $\frac{\sqrt{97}}{4}$
18. $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $b = \frac{1}{2}, b \sin A = a \sin \frac{B}{2}$, 则 $S_{\triangle ABC}$ 的最大值为() .
 A. $\frac{\sqrt{3}}{8}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{16}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{24}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{48}$

二、 填空题

19. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a = 2, b = 3$, 那么 $\frac{\sin A}{\sin(A+C)} = \underline{\hspace{2cm}}$.
20. 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 1, b = 2, \cos C = \frac{1}{4}$, 则 $c = \underline{\hspace{2cm}}$; $\sin A = \underline{\hspace{2cm}}$.
21. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a = 6, b = 7, \cos C = \frac{5}{7}$, 则最大内角的余弦值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
22. $\underline{\hspace{2cm}}$

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A 、 B 、 C 所对的边分别为 a 、 b 、 c , 若 $b = 1$, $c = \sqrt{3}$, $\angle C = \frac{2\pi}{3}$, 则 $\triangle ABC$ 的周长为 _____ .

23. 在 $\triangle ABC$ 中, 面积 $S = \frac{1}{4}(a^2 + b^2 - c^2)$, 则角 C 的大小为 _____ .

24. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $B = \frac{\pi}{6}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3}{2}$, $\sin A + \sin C = 2 \sin B$, 则 b 的值为 _____ .

25. 在 $\triangle ABC$ 中, a , b , c 分别为角 A , B , C 的对边, 且满足 $4\cos^2 \frac{A}{2} - \cos 2(B + C) = \frac{7}{2}$, 若 $a = 2$, 则 $\triangle ABC$ 的面积的最大值是 _____ .