

平面向量综合-习题

一、基底法

1. 设四边形 $ABCD$ 为平行四边形, $|\overrightarrow{AB}| = 6$, $|\overrightarrow{AD}| = 4$, 若点 M, N 满足 $\overrightarrow{BM} = 3\overrightarrow{MC}$, $\overrightarrow{DN} = 2\overrightarrow{NC}$, 则 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{NM} = ()$.

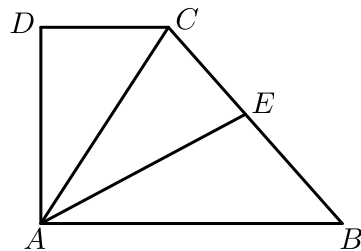
A. 20

B. 15

C. 9

D. 6

2. 如图在直角梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle D$ 为直角, $AB = 3$, $AD = \sqrt{2}$, E 为 BC 的中点, 若 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3$, 则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$.



3. 已知菱形 $ABCD$ 边长为2, $\angle B = \frac{\pi}{3}$, 点 P 满足 $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AB}$, $\lambda \in \mathbf{R}$, 若 $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{CP} = -3$, 则 λ 的值为 $()$.

A. $\frac{1}{2}$

B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $-\frac{1}{3}$

4. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AB = 1$, $AC = 2$. 设点 P, Q 满足 $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AQ} = (1 - \lambda) \overrightarrow{AC}$, $\lambda \in \mathbf{R}$. 若 $\overrightarrow{BQ} \cdot \overrightarrow{CP} = -2$, 则 $\lambda = ()$.

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{4}{3}$

D. 2

5. 已知菱形 $ABCD$ 的边长为2, $\angle BAD = 120^\circ$, 点 E, F 分别在边 BC, DC 上, $BE = \lambda BC$, $DF = \mu DC$. 若 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AF} = 1$, $\overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{CF} = -\frac{2}{3}$, 则 $\lambda + \mu = ()$.

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{5}{6}$

D. $\frac{7}{12}$

6. 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB = BC = 2$, $CD = 1$, M 是线段 BC 上的动点, 若 $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AM} = -3$, 则 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

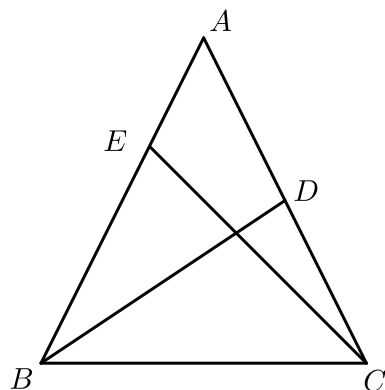
7. 已知菱形 $ABCD$ 的边长为2, $\angle BAD = 120^\circ$, 点 E, F 分别在边 BC, CD 上, $\overrightarrow{BE} = \lambda \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DF} = \mu \overrightarrow{DC}$, 若 $2\lambda + \mu = \frac{5}{2}$, 则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AF}$ 的最小值 $\underline{\hspace{2cm}}$.

二、 利用三点共线

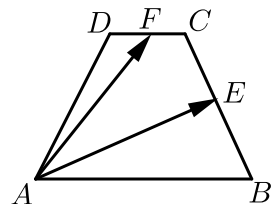
8. 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{NC}$, P 是 BN 上的一点, 若 $\overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AB} + \frac{2}{11}\overrightarrow{AC}$, 则实数 m 的值为 () .
- A. $\frac{3}{11}$ B. $\frac{9}{11}$ C. $\frac{21}{22}$ D. $\frac{31}{33}$
9. $\triangle ABC$ 中, D 为 AC 上的一点, 满足 $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$. 若 P 为 BD 上的一点, 满足 $\overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC}$ ($m > 0, n > 0$), 则 mn 的最大值为 _____ .

三、 坐标法

10. 如图, 在等腰三角形 ABC 中, 底边 $BC = 2$, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EB}$, 若 $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}$, 则 $\overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{AB} =$ _____ .



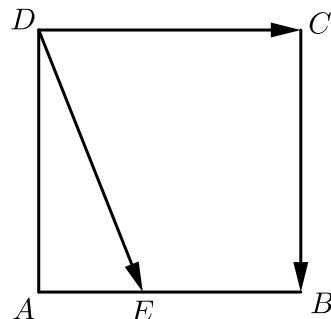
11. 在等腰梯形 $ABCD$ 中, 已知 $AB \parallel DC$, $AB = 2$, $BC = 1$, $\angle ABC = 60^\circ$, 点 E 和点 F 分别在线段 BC 和 CD 上, 且 $\overrightarrow{BE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DF} = \frac{1}{6}\overrightarrow{DC}$, 则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AF}$ 的值为 _____ .



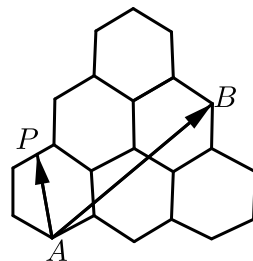
12. 已知菱形 $ABCD$ 的边长为2, $\angle BAD = 120^\circ$, 点 E, F 分别在边 BC, DC 上, $BC = 3BE$, $DC = \lambda DF$. 若 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AF} = 1$, 则 λ 的值为 _____ .
13. 在直角梯形 $ABCD$ 中, 已知 $AB \parallel DC$, $\angle BAD = 90^\circ$, $AB = 2$, $AD = \sqrt{3}$, $DC = 1$, 动点 E 和 F 分别在线段 BC 和 DC 上, 且 $\overrightarrow{BE} = \lambda \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DF} = \frac{1}{6\lambda} \overrightarrow{DC}$, 则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AF}$ 的最小值为 _____ .

四、投影法

14. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为1, 点 E 是 AB 边上的动点, 则 $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{CB}$ 的值为 ____ ; $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DC}$ 的最大值为 ____ .



15. 右图是由六个边长为1的正六边形组成的蜂巢图形, 定点 A, B 是如图所示的两个顶点, 动点 P 在这些正六边形的边上运动, 则 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB}$ 的最大值为 ____ .



五、向量与三角形四心问题

16. 在 $\triangle ABC$ 所在平面上有一点 P , 满足 $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{AB}$, 则 $\triangle PAB$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比值是 () .
 A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$
17. 若点 M 是 $\triangle ABC$ 所在平面内的一点, 且满足 $5\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$, 则 $\triangle ABM$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比为 () .
 A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$
18. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = 3$, $BC = 2$, $AC = 4$, G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 则 $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{GC} =$ () .
 A. $\frac{67}{18}$ B. $-\frac{67}{18}$ C. $\frac{26}{9}$ D. $-\frac{26}{9}$
19. 平面上点 P 与不共线三点 A, B, C 满足关系式: $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{AB}$, 则下列结论正确的是 () .

A. P 在 CA 上, 且 $\overrightarrow{CP} = 2\overrightarrow{PA}$

B. P 在 AB 上, 且 $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{PB}$

C. P 在 BC 上, 且 $\overrightarrow{BP} = 2\overrightarrow{PC}$

D. P 点为 $\triangle$ 的重心

20. 已知 ABC 是平面上不共线的三点, O 是三角形 ABC 的重心, 动点 P 满足

$\overrightarrow{OP} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC} \right)$, 则点 P 一定为三角形 ABC 的 ()

A. AB 边中线的中点

B. AB 边中线的三等分点 (非重心)

C. 重心

D. AB 边的中点