

平面向量的概念与线性运算-习题

一、选择题

1. 在平面中, $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{CD}$, 则 ().
 - A. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 的长度不相等
 - B. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 的方向不相同
 - C. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 不可能都是单位向量
 - D. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 不可能都是零向量
2. 下列命题正确的是 ().
 - A. 若 $|\vec{a}| = 0$, 则 $\vec{a} = 0$
 - B. 若 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, 则 $\vec{a} = \vec{b}$ 或 $\vec{a} = -\vec{b}$
 - C. 若 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 为平行向量, 则 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 同向
 - D. 若 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 为单位向量, 则 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$
3. 以下各说法中:
 - ①若 $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}$, 则 A, B, C, D 四点共线,
 - ②若 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 是相反向量, 则 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$,
 - ③若两非零向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 共线, 则对于 $\lambda, \mu \in \mathbf{R}$, 向量 $\lambda\vec{a} + \mu\vec{b}$ 必与 $\vec{a}$ 共线,
 - ④若 $\vec{a} // \vec{b}$, $\vec{b} // \vec{c}$, 则 $\vec{a} // \vec{c}$,正确说法的序号是 ().
 - A. ①②③④
 - B. ②③④
 - C. ②④
 - D. ②③
4. 平面向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 共线的充要条件是 ().
 - A. $\vec{a}$, $\vec{b}$ 方向相同
 - B. $\vec{a}$, $\vec{b}$ 两向量中至少有一个为零向量
 - C. 存在 $\lambda \in \mathbf{R}$, 使得 $\vec{b} = \lambda\vec{a}$
 - D. 存在不全为零的实数 λ_1, λ_2 , 使得 $\lambda_1\vec{a} + \lambda_2\vec{b} = \vec{0}$
5. 设 $\vec{a}$ 是非零向量, λ 是非零常数, 下列结论中正确的为 ().
 - A. $\vec{a}$ 与 $-\lambda\vec{a}$ 的方向相反
 - B. $\vec{a}$ 与 $\lambda^2\vec{a}$ 的方向相同

C. $|- \lambda \vec{a}| \geq |\vec{a}|$

D. $|- \lambda \vec{a}| = |\lambda| |\vec{a}|$

6. 已知非零向量 $\vec{OA}, \vec{OB}$ 不共线, 且 $\vec{BM} = \frac{1}{3}\vec{BA}$, 则向量 $\vec{OM} = ()$.

A. $\frac{1}{3}\vec{OA} + \frac{2}{3}\vec{OB}$

B. $\frac{2}{3}\vec{OA} + \frac{1}{3}\vec{OB}$

C. $\frac{1}{3}\vec{OA} - \frac{2}{3}\vec{OB}$

D. $\frac{1}{3}\vec{OA} - \frac{4}{3}\vec{OB}$

7. 在矩形 $ABCD$ 中, O 为两对角线交点, 若 $\vec{BC} = 5\vec{e}_1$, $\vec{DC} = 3\vec{e}_2$, 则 $\vec{OC} = ()$.

A. $\frac{1}{2}(5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2)$

B. $\frac{1}{2}(5\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2)$

C. $\frac{1}{2}(3\vec{e}_2 - 5\vec{e}_1)$

D. $\frac{1}{2}(5\vec{e}_2 - 3\vec{e}_1)$

8. 已知 $\triangle ABC$ 的边 BC 上有一点 D 满足 $\vec{BD} = 3\vec{DC}$, 则 $\vec{AD}$ 可表示为 $()$.

A. $\vec{AD} = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{3}{4}\vec{AC}$

B. $\vec{AD} = \frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}$

C. $\vec{AD} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$

D. $\vec{AD} = \frac{4}{5}\vec{AB} + \frac{1}{5}\vec{AC}$

9. 在平行四边形 $ABCD$ 中, E 为线段 CD 的中点, F 为线段 AE 的中点, 则 $\vec{FC} = ()$.

A. $\frac{3}{4}\vec{AB} - \frac{1}{2}\vec{AD}$

B. $\frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD}$

C. $\frac{1}{2}\vec{AB} - \frac{3}{4}\vec{AD}$

D. $\frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{3}{4}\vec{AD}$

10. 已知点 D 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上, 若面积 $S_{\triangle ABD} = 3S_{\triangle ACD}$, 则 $\vec{AD}$ 可表示为 $()$.

A. $\vec{AD} = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{3}{4}\vec{AC}$

B. $\vec{AD} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$

C. $\vec{AD} = \frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}$

D. $\vec{AD} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$

11. 已知向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 是两个不共线的向量, 且 $m\vec{a} - 3\vec{b}$ 与 $\vec{a} + (2-m)\vec{b}$ 共线, 则实数 m 的值为 ().

- A. -1或3 B. $\sqrt{3}$ C. -1或4 D. 3或4

12. 设点 P 是 $\triangle ABC$ 所在平面内的一点, $\vec{BC} + \vec{BA} = 2\vec{BP}$, 则 ().

- A. P, A, C 三点共线 B. P, A, B 三点共线
C. P, B, C 三点共线 D. 以上均不正确

13. 已知 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 是不共线的向量, $\vec{AB} = 2\vec{a} + 5\vec{b}$, $\vec{BC} = -\vec{a} + 8\vec{b}$, $\vec{CD} = 3(\vec{a} - \vec{b})$, 则 A, B, C, D 四点中共线的三点是 ().

- A. A, B, C B. A, C, D
C. B, C, D D. A, B, D

14. 点 C 在线段 AB 上, 且 $|\vec{AC}| = \frac{2}{3}|\vec{CB}|$, 若 $\vec{AB} = \lambda\vec{BC}$, 则 $\lambda =$ ().

- A. $\frac{2}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $-\frac{5}{3}$

15. 已知向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 不共线, 且 $\vec{AB} = \vec{a} + m\vec{b} (m \neq 1)$, $\vec{AC} = n\vec{a} + \vec{b}$, 若 A, B, C 三点共线, 则实数 m, n 满足的条件为 ().

- A. $m + n = 1$ B. $m + n = -1$ C. $mn = 1$ D. $mn = -1$

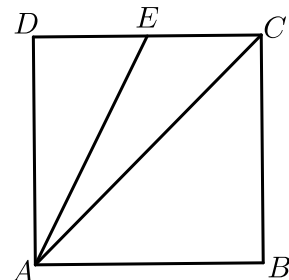
16. 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点 A, B, C 及平面内一点 P , 且 $\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} = \vec{AB}$, 则 ().

- A. P 在 $\triangle ABC$ 内部 B. P 在 $\triangle ABC$ 外部
C. P 在 AB 边上或其延长线上 D. P 在 AC 边上

17. 已知 $\triangle ABC$ 和点 M 满足 $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$. 若存在实数 m 使得 $\vec{AB} + \vec{AC} = m\vec{AM}$ 成立, 则 $m =$ ().

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

18. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, E 为 DC 的中点, 若 $\vec{AE} = \lambda\vec{AB} + \mu\vec{AC}$, 则 $\lambda + \mu$ 的值为 ().



- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 1 D. -1

二、解答题

19. 化简 .

(1) $\overrightarrow{PM} - \overrightarrow{NQ} + \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{NP}$.

(2) $(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DA}) + \overrightarrow{CD} - (\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CA})$.

20. 已知两个非零向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 不共线 .

(1) 若 $\overrightarrow{AB} = \vec{a} + \vec{b}$, $\overrightarrow{BC} = 2\vec{a} + 8\vec{b}$, $\overrightarrow{CD} = 3(\vec{a} - \vec{b})$, 求证 : A 、 B 、 D 三点共线 ;

(2) 求实数 k , 使 $k\vec{a} + \vec{b}$ 与 $2\vec{a} + k\vec{b}$ 共线 .