

平面向量数量积-习题

一、选择题

1. 对任意向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$, 下列关系式中不恒成立的是 ().
- A. $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$
B. $|\vec{a} - \vec{b}| \leq ||\vec{a}| - |\vec{b}||$
C. $(\vec{a} + \vec{b})^2 = |\vec{a} + \vec{b}|^2$
D. $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = \vec{a}^2 - \vec{b}^2$
2. 下列各式中, 恒成立的有 ().
- ① $(\lambda \vec{a}) \cdot \vec{b} = \lambda(\vec{a} \cdot \vec{b}) = \vec{a} \cdot (\lambda \vec{b})$;
② $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$;
③ $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$;
④ $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$.
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
3. 已知菱形 $ABCD$ 的边长为 a , $\angle ABC = 60^\circ$, 则 $\vec{BD} \cdot \vec{CD} = ()$.
- A. $-\frac{3}{2}a^2$ B. $-\frac{3}{4}a^2$
C. $\frac{3}{4}a^2$ D. $\frac{3}{2}a^2$
4. 已知 $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 4$, 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$, 则向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 夹角为 ().
- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$
C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$
5. 已知向量 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{1}{2}$, 则 $|\vec{a} + 3\vec{b}| = ()$.
- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{7}$
6. 设向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 满足 $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{10}$, $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{6}$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = ()$.
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 5
7. 若 $\triangle ABC$ 是边长为 2 的正三角形, 则 $\vec{AB}$ 在 $\vec{AC}$ 方向上的投影为 _____.
- 8.

已知 $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 6$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$, 则向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 方向上的投影是 ().

- A. -2 B. 2 C. -4 D. 4

9. 已知向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 满足 $|\vec{b}| = 3$, $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 方向上的投影是 $-\frac{3}{2}$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____.

10. 已知 $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ 是夹角为 $\frac{2\pi}{3}$ 的两个单位向量, $\vec{a} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$, $\vec{b} = k\vec{e}_1 + \vec{e}_2$, 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, 则实数 k 的值为 _____.

11. 向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 满足: $|\vec{a}| = 1$, $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{a}$, $(2\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{b}$, 则 $|\vec{b}| =$ ().

- A. $\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. 2 D. $-\sqrt{2}$

12. 平面向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$, $\vec{a} + \vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 上的投影为 5, 则 $|\vec{a} - 2\vec{b}| =$ ().

- A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

13. 已知向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 60° , $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 6$, 则 $2\vec{a} - \vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 方向上的投影为 ().

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

14. 已知 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 6$, $\vec{a} \cdot (\vec{b} - \vec{a}) = -10$, 则向量 $\vec{a}$ 与向量 $\vec{b}$ 的夹角是 ().

- A. $\frac{2\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{3}$
C. $\frac{5\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{6}$

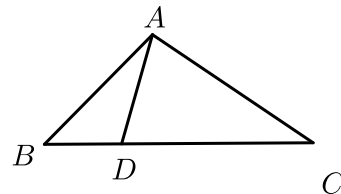
15. 向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = \sqrt{2}$, $(\vec{a} + \vec{b}) \perp (2\vec{a} - \vec{b})$, 则向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 ().

- A. 45° B. 60° C. 90° D. 120°

16. 已知单位向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 满足 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$, 则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b} - \vec{a}$ 的夹角是 ().

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$
C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{3\pi}{4}$

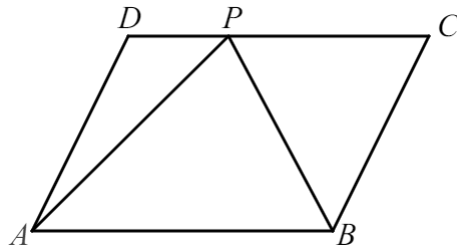
17. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AC = 6$, $\vec{DC} = 2\vec{BD}$, $\vec{AD} \cdot \vec{AC} = 4$, 则 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} =$ ().



- A. -6 B. -9 C. -12 D. -15

二、 填空题

18. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 已知 $AB = 8$, $AD = 5$, $\overrightarrow{CP} = 3\overrightarrow{PD}$, $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 2$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ 的值是 _____ .



三、 解答题

19. 已知 $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$, $(2\vec{a} - 3\vec{b}) \cdot (2\vec{a} + \vec{b}) = 61$.
- (1) 求 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的夹角 θ_1 .
 - (2) 求 $|\vec{a} + \vec{b}|$.
 - (3) 若 $(\vec{b} - k\vec{a}) \parallel \left(\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}\right)$, 求实数 k 的值.
20. 已知 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 120° .
- (1) 求 $(2\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + 3\vec{b})$ 的值.
 - (2) 当实数 x 为何值时, $x\vec{a} - \vec{b}$ 与 $\vec{a} + 3\vec{b}$ 垂直?