

第三讲-集合、简易逻辑、复数和统计练习题

一、集合

1. 已知 $A = \{x \in \mathbf{N}^* | x \leq 3\}$, $B = \{x | x^2 - 4x \leq 0\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.
A. $\{1, 2, 3\}$ B. $\{1, 2\}$
C. $(0, 3]$ D. $(3, 4]$
2. 已知集合 $M = \{x | y = \ln(1 - x)\}$, 集合 $N = \{y | y = e^x, x \in \mathbf{R}\}$ (e 为自然对数的底数), 则 $M \cap N = (\quad)$.
A. $\{x | x < 1\}$ B. $\{x | x > 1\}$
C. $\{x | 0 < x < 1\}$ D. $\emptyset$
3. 已知 $A = \{x | y = \sqrt{x - 1}\}$, $B = \{x | 4^x < 2^{x+1}\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.
A. $(0, 1)$ B. $(0, 1]$
C. $\mathbf{R}$ D. $\emptyset$
4. 已知 $A = \{x \in \mathbf{N}^* | -x^2 + 3x \geq 0\}$, $B = \{x | \log_{\frac{1}{2}} x \leq 0\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.
A. $[3, +\infty)$ B. $[0, 1]$
C. $[1, 3]$ D. $\{1, 2, 3\}$
5. 设集合 $A = \{y | y = 2^x, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | x^2 - 1 < 0\}$, 则 $A \cup B = (\quad)$
A. $(-1, 1)$ B. $(0, 1)$
C. $(-1, +\infty)$ D. $(0, +\infty)$
6. 设集合 $A = \{x | y = \lg(x - 3)\}$, $B = \{y | y = 2^x, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cup B$ 等于 $(\quad)$.
A. $\emptyset$ B. $\mathbf{R}$
C. $\{x | x > 1\}$ D. $\{x | x > 0\}$
7. 设集合 $A = \{x | x^2 - 1 < 0\}$, $B = \{y | y = 2^x, x \in A\}$, 则 $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x < 1\}$, $B = \{x | x \geq 2\}$, 则集合 $\complement_U(A \cup B)$ 等于 $(\quad)$.
A. $\{x | x > 1\}$ B. $\{x | x \leq 2\}$
C. $\{x | 1 < x \leq 2\}$ D. $\{x | 1 \leq x < 2\}$
9. 设集合 $A = \{x | -1 \leq x < 4\}$, $B = \{x | x^2 - 4x + 3 < 0\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$ 可表示为 $(\quad)$.
A. $[-1, 1) \cup (3, 4)$ B. $[-1, 1] \cup [3, 4)$

C. (1, 3)

D. $(-\infty, +\infty)$

10. 已知集合 $A = \{x \mid |x - 2| > 1\}$, $B = \{x \mid y = \lg(2x - x^2)\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = ()$.

A. (1, 2)

B. [1, 2)

C. (2, 3)

D. (0, 1]

11. 已知集合 $A = \{x \mid |x - 2| > 1\}$, $B = \{x \mid y = \lg(2x - x^2)\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = ()$.

A. (1, 2)

B. [1, 2)

C. (2, 3)

D. (0, 1]

12. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid -2 \leq x < 0\}$, $B = \left\{x \mid 2^{x-1} < \frac{1}{4}\right\}$, 则 $\complement_{\mathbf{R}} A \cap B = ()$.

A. $(-\infty, -2) \cup [-1, +\infty)$

B. $(-\infty, -2] \cup (-1, +\infty)$

C. $(-\infty, +\infty)$

D. $(-2, +\infty)$

二、简易逻辑

13. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $|x - 1| > 1$ ”是“ $\frac{2}{x} < 1$ ”的 ().

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

14. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $x < 1$ ”是“ $x|x| - 2 < 0$ ”的 ().

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

15. 设 $a \in \mathbf{R}$, 则“ $|a - 1| \leq 1$ ”是“ $-a^2 + 3a \geq 0$ ”的 ().

A. 充分非必要条件

B. 必要非充分条件

C. 充要条件

D. 既非充分也非必要条件

16. 设 a, b 是实数, 则“ $a > b$ ”是“ $a^2 > b^2$ ”的 ().

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

17. 已知实数 $x > 0, y > 0$, 则“ $2^x + 2^y \leq 4$ ”是“ $xy \leq 1$ ”的 ().

A. 充要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分不必要条件

D. 既不充分也不必要条件

18. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则使 $a > b$ 成立的一个充分不必要条件是 ().

A. $a^3 > b^3$

B. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

C. $\log_2(a-b) > 0$

D. $a^2 > b^2$

19. 设 $a \in \mathbf{R}$, 则 " $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ " 是 " $\alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{6} (k \in \mathbf{Z})$ " 的 ().

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

20. 已知命题 $p: \frac{1}{a} > \frac{1}{4}$, 命题 $q: \forall x \in \mathbf{R}, ax^2 + ax + 1 > 0$, 则 p 成立是 q 成立的 ().

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

21. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 " $a_1 > 0$ " 是 " $S_{2019} > 0$ " 的 ().

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

22. 设 $\vec{a}$ 是单位向量, $\vec{b}$ 是非零向量, 则 " $\vec{a} \perp \vec{b}$ " 是 " $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 1$ " 的 ().

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

23. 设 α, β 是两个不同的平面, m 是直线且 $m \subset \alpha$. " $m // \beta$ " 是 " $\alpha // \beta$ " 的 ().

A. 充分而不必要条件.

B. 必要而不充分条件.

C. 充分必要条件.

D. 既不充分也不必要条件.

24. " $m = 2$ " 是 "直线 $l_1: mx + 4y - 6 = 0$ 与直线 $l_2: x + my - 3 = 0$ 平行" 的 ().

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

25. 设 $a \in \mathbf{R}$, 则 " $a = 1$ " 是 "直线 $ax - y + 1 = 0$ 与直线 $x - ay - 1 = 0$ 平行" 的 ().

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分又不必要条件

26. $\triangle ABC$ 中, " $a \cos A = b \cos B$ " 是 " $\triangle ABC$ 为直角三角形" 的 ().

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分且必要条件

D. 既不充分也不必要条件

27. 在 $\triangle ABC$ 中, " $A < B < C$ " 是 " $\cos 2A > \cos 2B > \cos 2C$ " 的 ().

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

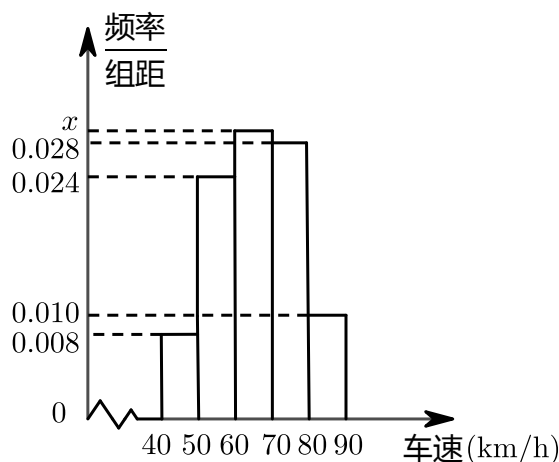
D. 既不充分也不必要条件

三、复数

28. 设复数 z 满足 $(z - 2i)(2 - i) = 5$, 则 $z =$ _____.
29. 已知 $\frac{a}{1-i} = 1 + bi$, 其中 a, b 是实数, i 是虚数单位, 则 $a + bi =$ _____.
30. 已知复数 $Z = \frac{1 + \sqrt{3}i}{\sqrt{3} - i}$, 则 Z 的实部为_____.
31. 已知复数 $z = \frac{2+i}{1-i}$, 则复数 z 虚部为_____.
32. i 是虚数单位, 若 $\frac{2+ai}{1+i}$ 是纯虚数, 则实数 a 的值为_____.
33. 若复数 $\frac{a+3i}{1-2i}$ ($a \in \mathbf{R}$, i 为虚数单位)是实数, 则实数 a 的值为_____.
34. 若复数 z 满足 $iz = \sqrt{3} - i$ (i 为虚数单位), 则 $|z| =$ _____.
35. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, i 为虚数单位, 若 $\frac{a-i}{2+i} = 3 + bi$, 则 $|a + bi|$ 的值为_____.

四、统计

36. 某单位生产甲, 乙, 丙三种不同型号的产品, 甲乙丙三种产品数量之比为 $3:4:5$, 现用分层抽样的方法抽出一个容量为96的样本, 则乙种型号的产品数量为_____.
37. 为了解某校高中学生的近视眼发病率, 在该校学生中进行分层抽样调查, 已知该校高一、高二、高三分别有学生300名、260名、280名, 若高三学生共抽取14名, 则高一学生共抽取_____名.
38. 某路段限速70km/h, 现对通过该路段的 n 辆汽车的车速进行检测, 统计并绘成频率分布直方图(如图), 若速度在60 ~ 70km/h之间的车辆为150辆, 则这 n 辆汽车中车速高于限速的汽车有_____辆.



39. 随机抽取100名年龄在 $[10, 20)$, $[20, 30)$, $\dots$, $[50, 60)$ 年龄段的市民进行问卷调查, 由此得到样本的频率分布直方图如图所示, 从不小于40岁的人中按年龄段分层抽样的方法随机抽取8人, 则在 $[50, 60)$ 年龄段抽取的人数为 _____ .

