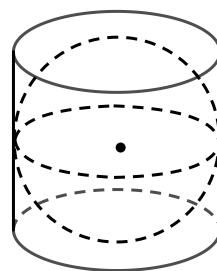


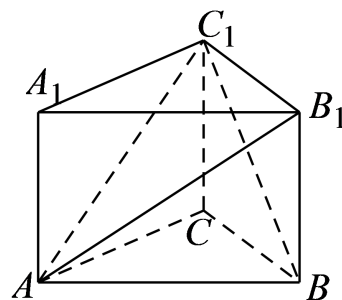
第一讲-立体几何初步练习题

一、空间几何体的表面积与体积

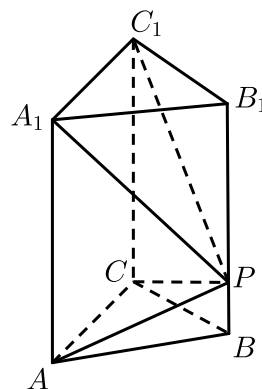
1. 已知圆锥的高为3，底面半径长为4，若某球的表面积与此圆锥侧面积相等，则该球的体积为 _____ ．
2. 如图所示是古希腊数学家阿基米德的墓碑文，墓碑上刻着一个圆柱，圆柱内有一个内切球，这个球的直径恰好与圆柱的高相等，相传这个图形表达了阿基米德最引以为自豪的发现．我们来重温这个伟大发现，圆柱的表面积与球的表面积之比为 _____ ．



3. 如图所示，已知三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的所有棱长均为1，且 $AA_1 \perp$ 底面 ABC ，则三棱锥 $B_1 - ABC_1$ 的体积为 _____ ．



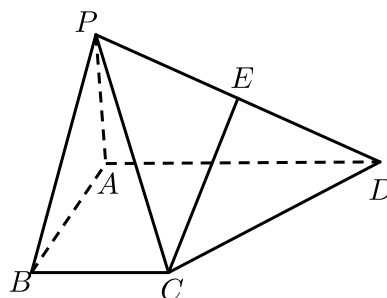
4. 如图，三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的体积为1， P 为侧棱 B_1B 上的一点，则四棱锥 $P - ACC_1A_1$ 的体积为 _____ ．



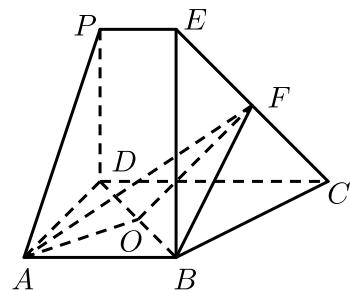
5. 设三棱锥的三条侧棱两两互相垂直，且长度分别为 $2, 2\sqrt{3}, 4$ ，则其外接球的表面积为 _____ 。
6. 设棱长为2的正四面体 $ABCD$ 内接于球 O ，则该球的表面积是 _____ 。
7. 正四棱锥的顶点都在同一球面上。若该棱锥的高为4，底面边长为2，则该球的表面积为 _____ 。

二、 空间中的位置关系

8. 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA \perp$ 底面 $ABCD$ ，底面 $ABCD$ 是直角梯形，
 $\angle ABC = \angle BAD = 90^\circ$ ， $PA = AB = BC = \frac{1}{2}AD = 1$ ， E 为侧棱 PD 的中点。

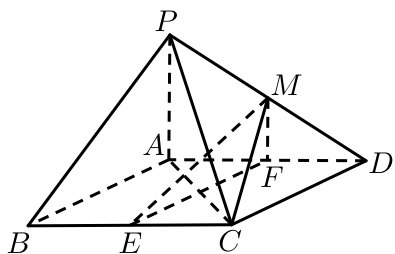


- (1) 求证： $CE \parallel$ 平面 PAB 。
 - (2) $AB \perp$ 平面 PAD 。
9. 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，平面 $PAD \perp ABCD$ ， $\triangle PAD$ 是正三角形，底面 $ABCD$ 是直角梯形，
 $AB \parallel CD$ ， $CD \perp AD$ ， $CD = 2AB = 2AD = 2$ ， M 为 PC 的中点。
 - (1) 求证： $BM \parallel$ 平面 PAD 。
 - (2) 求证：直线 $BM \perp PDC$ 。
10. 如图，在多面体 $ABCDPE$ 中，四边形 $ABCD$ 和 $CDPE$ 都是直角梯形， $AB \parallel DC$ ， $PE \parallel DC$ ，
 $AD \perp DC$ ， $PD \perp$ 平面 $ABCD$ ， $AB = PD = DA = 2PE = 2$ ， $CD = 3PE$ ， F 是 CE 的中点。



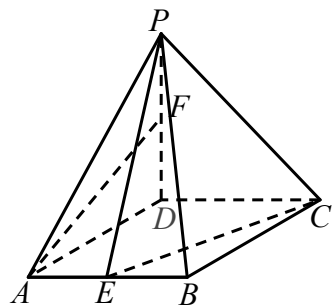
- (1) 求证： $BF \parallel$ 平面 ADP .
 (2) 已知 O 是 BD 的中点，求证： $BD \perp$ 平面 AOF .

11. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是平行四边形， $\angle BCD = 135^\circ$ ，侧面 $PAB \perp$ 底面 $ABCD$ ， $\angle BAP = 90^\circ$ ， $AB = AC = PA = 6$ ， E, F 分别为 BC, AD 的中点，点 M 在线段 PD 上 .



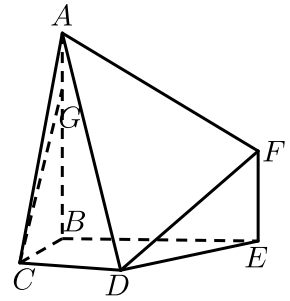
- (1) 求证： $EF \perp$ 平面 PAC .
 (2) 若 M 为 PD 的中点，求证： $ME \parallel$ 平面 PAB .

12. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是菱形， $\angle DAB = 60^\circ$. $PD \perp$ 平面 $ABCD$ ， $PD = AD = 1$ ，点 E, F 分别为 AB 和 PD 中点 .



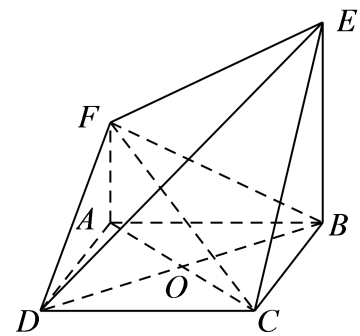
- (1) 求证：直线 $AF \parallel$ 平面 PEC .
 (2) 求证： $AC \perp$ 面 PBD .

13. 如图，多面体 $ABCDEF$ 中， BA, BC, BE 两两垂直，其 $AB \parallel EF, CD \parallel BE, AB = BE = 2, BC = CD = EF = 1$.



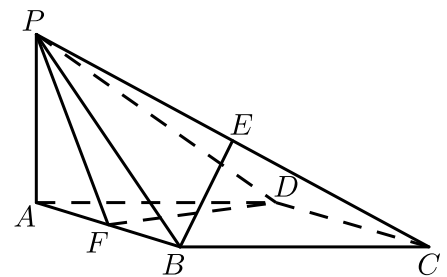
- (1) 若点 G 在线段 AB 上, 且 $BG = 3GA$, 求证: $CG \parallel$ 平面 ADF .
 (2) 求证: 平面 $ABD \perp$ 平面 DEF .

14. 如图, 四边形 $ABCD$ 是正方形, 平面 $ABCD \perp$ 平面 $ABEF$, $AF \parallel BE$, $AB \perp BE$,
 $AB = BE = 2$, $AF = 1$.



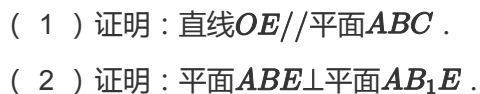
- (1) 求证: $AC \parallel$ 平面 DEF .
 (2) 求证: 平面 $BDE \perp$ 平面 DEF .

15. 如图, 在四棱锥 $P - ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是菱形, $\angle BAD = 60^\circ$, $AB = 2$, $PA = 1$. $PA \perp$ 平面 $ABCD$, E 是 PC 的中点, F 是 AB 的中点 .



- (1) 求证: $BE \parallel$ 平面 PDF .
 (2) 求证: 平面 $PDF \perp$ 平面 PAB .

16. 如图, 斜三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 平面 $ACC_1A_1 \perp$ 平面 BCC_1B_1 , E 为棱 CC_1 的中点, A_1B 与 AB_1 交于点 O , 若 $AC = CC_1 = 2BC = 2$, $\angle ACC_1 = \angle CBB_1 = 60^\circ$.



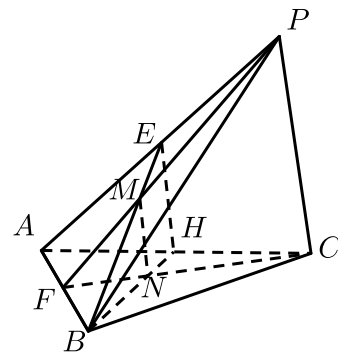
(1) 求证: $AE \parallel$ 平面 GCF .

(2) 求证: 平面 $ACF \perp$ 平面 BCF .

(1) 求证： $PA \perp BC$.

(2) 求证：平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$.

5



(1) 求证： $AC \perp$ 平面 BEH .

(2) 求证： $PC \parallel MN$.

三、 综合创新

20. 在三棱锥 $P - ABC$ 中， $PA \perp$ 平面 ABC ， $AB \perp BC$ ， $AB = 3$ ， $BC = 4$ ， $PA = 5$ ，则三棱锥 $P - ABC$ 的外接球的表面积为 _____ .

21. 在三棱锥 $P - ABC$ 中， $PA \perp$ 平面 ABC ，且 $\triangle ABC$ 为等边三角形， $AP = AB = 2$ ，则三棱锥 $P - ABC$ 的外接球的表面积为 () .

A. $\frac{27}{2}\pi$
C. $\frac{26}{3}\pi$

B. $\frac{28}{3}\pi$
D. $\frac{25}{2}\pi$

22. 在三棱锥 $P - ABC$ 中， $PA \perp$ 平面 ABC ， $\triangle ABC$ 是等腰三角形，其中 $AB = BC = 2$ ， $\angle ABC = 120^\circ$ ， $PA = 4$ ，则三棱锥 $P - ABC$ 的外接球的表面积为 _____ .

23. 已知三棱锥 $A - BCD$ 中， $AB \perp$ 面 BCD ， $\angle BDC = 90^\circ$ ， $AB = BD = 2$ ， $CD = 1$ ，则三棱锥的外接球体积为 _____ .

24. 已知三棱锥 $P - ABC$ 的底面 ABC 是边长为2的等边三角形， $PA \perp$ 平面 ABC ，且 $PA = 2$ ，则该三棱锥外接球的表面积为 _____ .

25. 已知四棱锥 $P - ABCD$ 满足 $PA = PB = PC = PD = AB = 2$ ，且底面 $ABCD$ 为正方形，则该四棱锥的外接球的体积为 _____ .