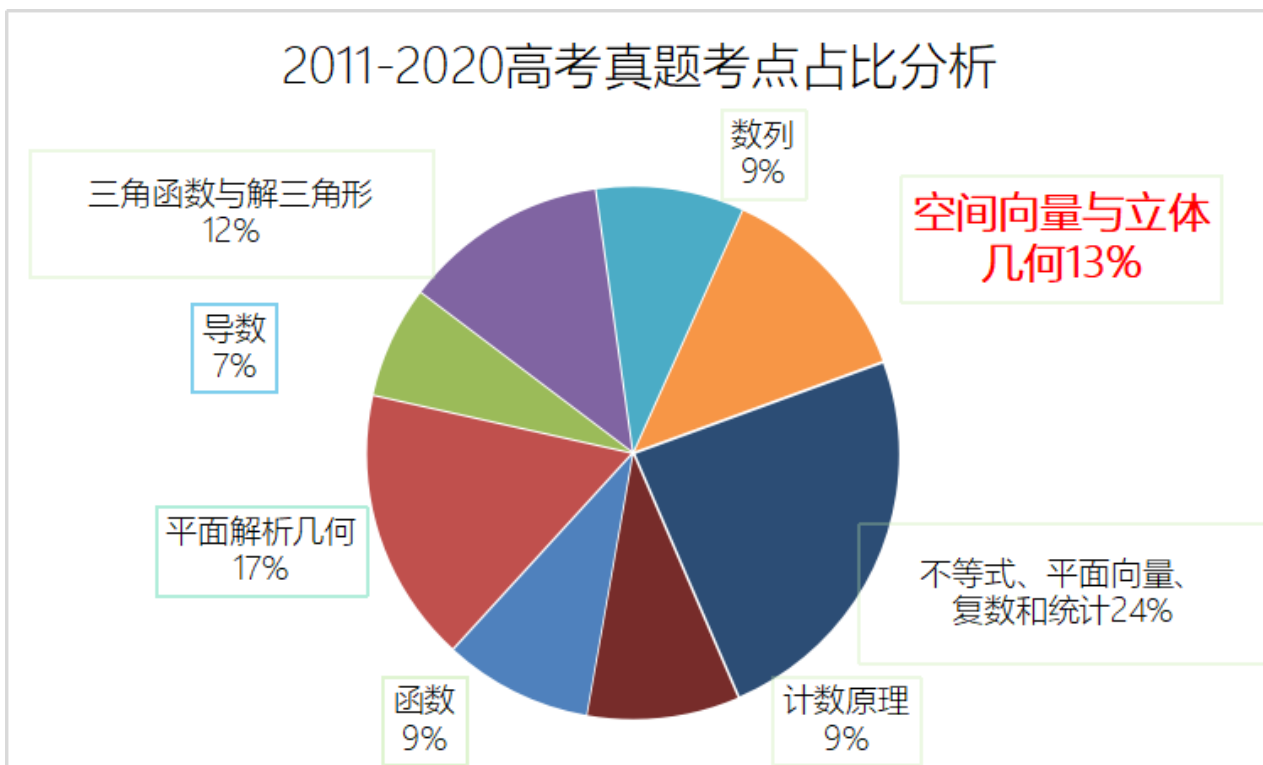


第一讲-立体几何初步

1. 考点分析

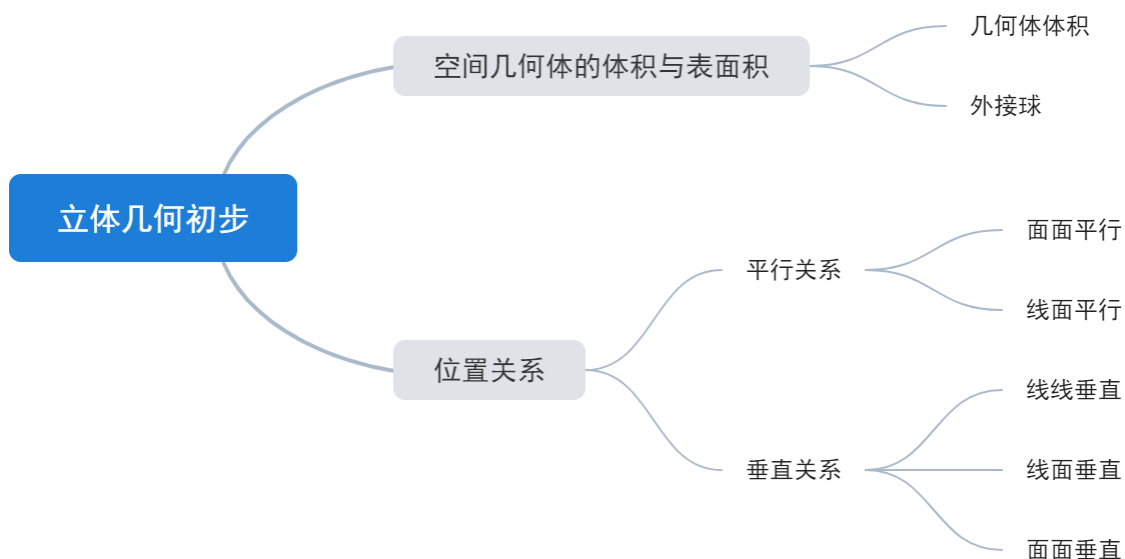
📊 考点占比



📊 考点分析

2011-2020高考真题考点分析							
考点	几何体体积	外接球	平行判定	垂直判定	线线角	线面角	二面角
2011			17 (文1)	17 (文2)、17 (理3)	17 (理1)	17 (文3)	17 (理2)
2012				17 (文2)、17 (理1)	17 (文1)、17 (理3)	17 (文3)	17 (理2)
2013			17 (文1)	17 (文2)、17 (理1)		17 (文3)、17 (理3)	17 (理2)
2014			17 (文1)	17 (文2)、17 (理1)		17 (文3)、17 (理2)	17 (理3)
2015			17 (文1)、17 (理1)	17 (文2)		17 (文3)、17 (理3)	17 (理2)
2016			17 (文1)、17 (理1)	17 (文2)		17 (文3)、17 (理3)	17 (理2)
2017		11 (文)、10 (理)	17 (理1)	17 (文2)	17 (文1)、17 (理3)	17 (文3)	17 (理2)
2018	11 (文)、11 (理)		17 (理1)	17 (文1)	17 (文2)	17 (文3)、17 (理3)	17 (理2)
2019	12 (文)、11 (理)		17 (文1)、17 (理1)	17 (文2)		17 (文3)、17 (理2)	17 (理3)
2020		5		17 (1)		17 (3)	17 (2)
频次	4	3	11	14	6	16	10

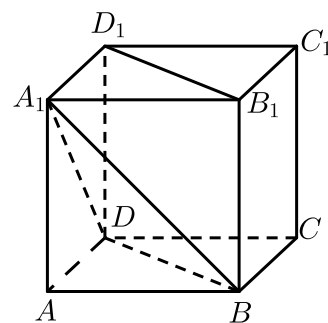
2. 知识梳理



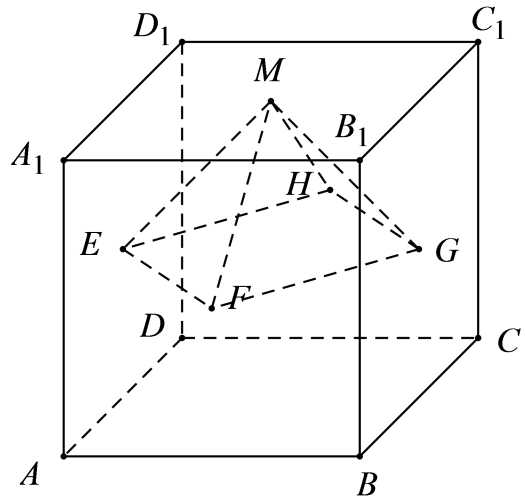
一、空间几何体的表面积与体积

1. 真题分析

1. 已知四棱锥的底面是边长为 $\sqrt{2}$ 的正方形，侧棱长均为 $\sqrt{5}$ ．若圆柱的一个底面的圆周经过四棱锥四条侧棱的中点，另一个底面的圆心为四棱锥底面的中心，则该圆柱的体积为 _____ ．
2. 如图，已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1，则四棱锥 $A_1 - BB_1D_1D$ 的体积为 _____ ．



3. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1，除面 $ABCD$ 外，该正方体其余各面的中心分别为点 E ， F ， G ， H ， M （如图），则四棱锥 $M - EFGH$ 的体积为 _____ ．



4. 已知一个正方体的所有顶点在一个球面上，若这个正方体的表面积为18，则这个球的体积为 _____ .
5. 若棱长为 $2\sqrt{3}$ 的正方体的顶点都在同一球面上，则该球的表面积为（ ）.
- A. 12π B. 24π C. 36π D. 144π

2. 思路总结

考点总结：

- 1、正四棱锥的特征以及高的计算；
- 2、四棱锥体积的计算；
- 3、正方体外接球半径的计算；正方体外接球半径等于棱长的 $\sqrt{3}$ 倍，推广到一般情形为长方体的外接球直径等于体对角线的长度

3. 模拟演练

6. 埃及胡夫金字塔是古代世界建筑奇迹之一，它的形状可视为一个正四棱锥．以该四棱锥的高为边长的正方形面积等于该四棱锥一个侧面三角形的面积，则其侧面三角形底边上的高与底面正方形的边长的比值为（ ）.



A. $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

B. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$

D. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

7. 棱长为 a 的正方体中，连接相邻面的中心，以这些线段为棱的八面体的体积为（ ）.

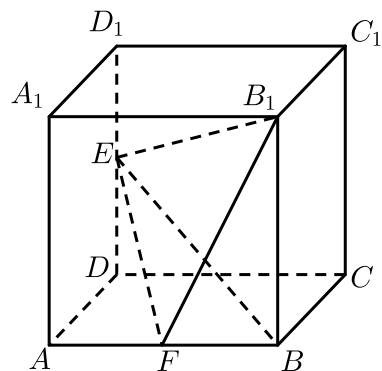
A. $\frac{a^3}{3}$

B. $\frac{a^3}{4}$

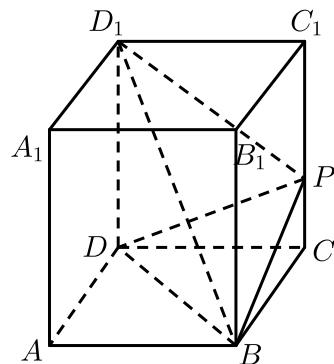
C. $\frac{a^3}{6}$

D. $\frac{a^3}{12}$

8. 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1， E 为棱 DD_1 上的点， F 为 AB 的中点，则三棱锥 $B_1 - BFE$ 的体积为 _____ .



9. 如图，在正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， P 是侧棱 CC_1 上一点，且 $C_1P = 2PC$. 设三棱锥 $P - D_1DB$ 的体积为 V_1 ，正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的体积为 V ，则 $\frac{V_1}{V}$ 的值为 _____ .



10. 正方体外接球的表面积为 16π ，则该正方体的表面积为 _____ .

11. 已知底面边长为1，侧棱长为 $\sqrt{2}$ 的正四棱柱(底面是正方形的直棱柱)的各顶点均在同一个球面上，则该球的体积为（ ）

A. $\frac{32}{3}\pi$

B. 4π

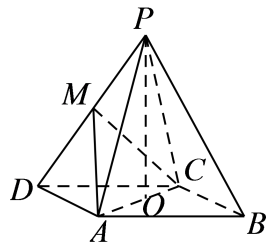
C. 2π

D. $\frac{4\pi}{3}$

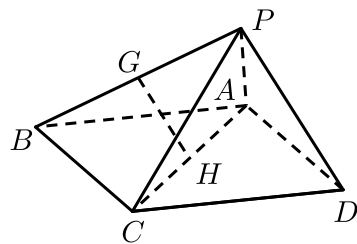
二、空间中的位置关系

1. 真题分析

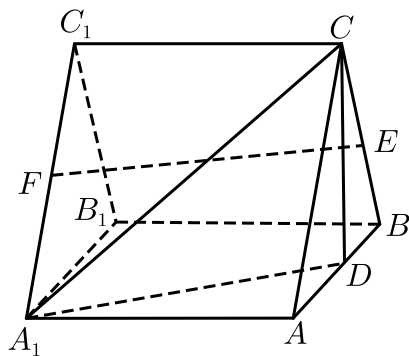
12. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为平行四边形， $\angle ADC = 45^\circ$ ， $AD = AC = 1$ ， O 为 AC 中点， $PO \perp$ 平面 $ABCD$ ， $PO = 2$ ， M 为 PD 中点。



- (1) 证明： $PB \parallel$ 平面 ACM 。
 (2) 证明： $AD \perp$ 平面 PAC 。
13. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为平行四边形， $\triangle PCD$ 为等边三角形，平面 $PAC \perp$ 平面 PCD ， $PA \perp CD$ ， $CD = 2$ ， $AD = 3$ 。

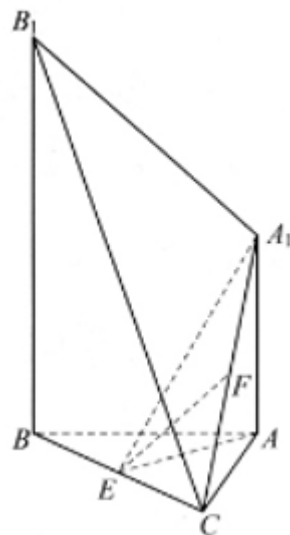


- (1) 设 G ， H 分别为 PB ， AC 的中点，求证： $GH \parallel$ 平面 PAD 。
 (2) 求证： $PA \perp$ 平面 PCD 。
14. 如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧棱 $A_1A \perp$ 底面 ABC ，且各棱长均相等， D ， E ， F 分别为棱 AB ， BC ， A_1C_1 的中点。



- (1) 证明 $EF \parallel$ 平面 A_1CD 。
 (2) 证明平面 $A_1CD \perp$ 平面 A_1ABB_1 。
15. 如图，已知 $AA_1 \perp$ 平面 ABC ， $BB_1 \parallel AA_1$ ， $AB = AC = 3$ ， $BC = 2\sqrt{5}$ ， $AA_1 = \sqrt{7}$ ， $BB_1 = 2\sqrt{7}$ ，

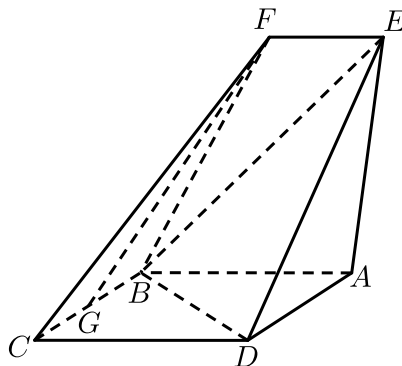
点 E, F 分别是 BC, A_1C 的中点,



(1) 求证： $EF \parallel$ 平面 A_1B_1BA ；

(2) 求证：平面 $AEA_1 \perp$ 平面 BCB_1 .

16. 如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，平面 $AED \perp$ 平面 $ABCD$ ， $EF \parallel AB$ ， $AB = 2$ ， $BC = EF = 1$ ， $AE = \sqrt{6}$ ， $DE = 3$ ， $\angle BAD = 60^\circ$ ， G 为 BC 的中点 .



(1) 求证： $FG \parallel$ 平面 BED ；

(2) 求证：平面 $BED \perp$ 平面 AED ；

2. 思路总结

题型总结：

1、平行关系的判定；

线面平行转化为线线平行，我们证明线线平行的思路为构造中位线模型或者平行四边形模型，少数情形下，我们证明线面平行可借助于面面平行；

面面平行转化为线面平行，找到两组线面平行即可得面面平行；

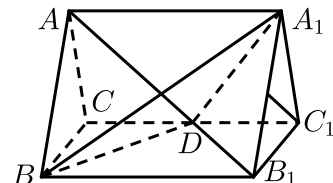
2、垂直关系的判定；

线面垂直的证明思路有两个：一是直接依据线面垂直判定定理去寻找线线垂直，二是根据面面垂直的性质可得到线面垂直；

面面垂直的证明可转化为线面垂直，找到一组线面垂直可得面面垂直。

3. 模拟演练

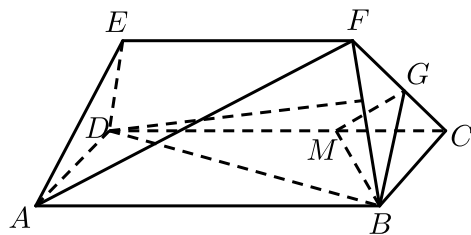
17. 如图，正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的所有棱长都相等， D 为 CC_1 中点， E 为 A_1B_1 的中点。



(1) 求证： $C_1E \parallel$ 平面 A_1BD .

(2) 求证： $AB_1 \perp$ 平面 A_1BD .

18. 如图，在五面体 $ABCDEF$ 中，四边形 $ABCD$ 是矩形， $BC = BF = CF = AE = DE = 2$ ， $AB = 6$ ， $EF = 4$ ， $EF \parallel AB$ ， G 为 FC 的中点， M 为线段 CD 上一点，且 $CM = 2$.

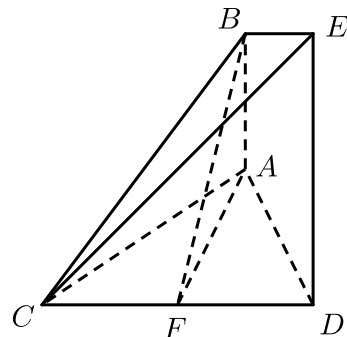


(1) 求证： $AF \parallel$ 平面 BDG .

(2) 求证： $BF \perp DE$.

(3) 求证：平面 $BGM \perp$ 平面 BFC .

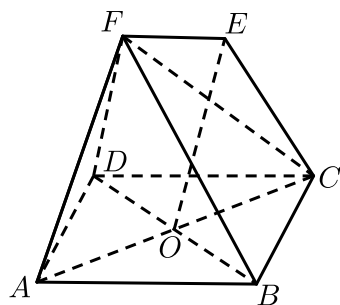
19. 如图，已知 $AB \perp$ 平面 ACD ， $DE \perp$ 平面 ACD ， $\triangle ACD$ 为等边三角形， $AD = DE = 2AB$ ， F 为 CD 的中点。



(1) 求证： $AF \parallel$ 平面 BCE .

(2) 求证：平面 $BCE \perp$ 平面 CDE .

20. 如图，在几何体中，四边形 $ABCD$ 为菱形，对角线 AC 与 BD 的交点为 O ，四边形 $DCEF$ 为梯形， $DC \parallel EF$ ， $FD = FB$ 。



- (1) 若 $DC = 2EF$ ，求证： $OE \parallel$ 平面 ADF 。
 (2) 求证：平面 $AFC \perp$ 平面 $ABCD$ 。

三、综合创新

21. 已知圆锥的顶点为 S ，母线 SA ， SB 所成角的余弦值为 $\frac{7}{8}$ ， SA 与圆锥底面所成角为 45° ，若 $\triangle SAB$ 的面积为 $5\sqrt{15}$ ，则该圆锥的侧面积为 _____。
22. 中国有悠久的金石文化，印信是金石文化的代表之一。印信的形状多为长方体、正方体或圆柱体，但南北朝时期的官员独孤信的印信形状是“半正多面体”（题图1）。半正多面体是由两种或两种以上的正多边形围成的多面体，半正多面体体现了数学的对称美，题图2是一个棱数为48的半正多面体，它的所有顶点都在同一个正方体的表面上，且此正方体的棱长为1。则该半正多面体共有 _____ 个面，其棱长为 _____。



图1

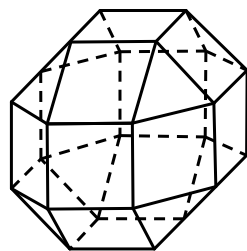
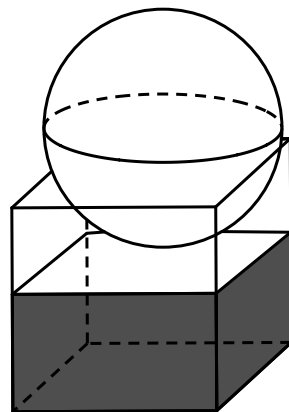
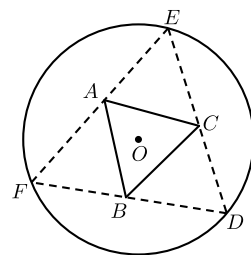


图2

23. 如图，有一个水平放置的透明无盖的正方体容器，容器高 8cm ，将一个球放在容器口，再向容器内注水，当球面恰好接触水面时测得水深为 6cm ，如果不计容器的厚度，则球的体积为 _____。



24. 如图，圆形纸片的圆心为 O ，半径为 5cm ，该纸片上的等边三角形 ABC 的中心为 O ． D, E, F 为圆 O 上的点， $\triangle DBC, \triangle ECA, \triangle FAB$ 分别是以 BC, CA, AB 为底边的等腰三角形．沿虚线剪开后，分别以 BC, CA, AB 为折痕折起 $\triangle DBC, \triangle ECA, \triangle FAB$ ，使得点 D, E, F 重合，得到三棱锥．当 $\triangle ABC$ 的边长变化时，所得三棱锥体积的最大值为 _____ cm^3 ．



25. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点在球 O 的球面上， $PA=PB=PC$ ， $\triangle ABC$ 是边长为 2 的正三角形， E, F 分别是 PA, AB 的中点， $\angle CEF=90^\circ$ ，则球 O 的体积为（ ）．
- A. $8\sqrt{6}\pi$ B. $4\sqrt{6}\pi$ C. $2\sqrt{6}\pi$ D. $\sqrt{6}\pi$
26. 已知四面体 $ABCD$ 的顶点都在同一个球的球面上， $BC=\sqrt{3}$ ， $BD=4$ ，且 $BC\perp BD$ ， $AC\perp BC$ ， $AD\perp BD$ ．若该三棱锥的体积为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ，则该球的表面积为 _____ ．