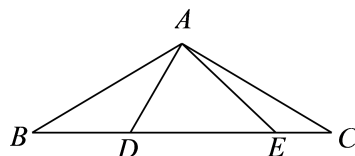


第二讲-平面向量练习题

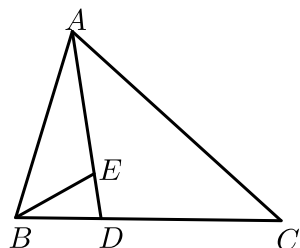
一、 基底法

1. 如图，在三角形 ABC 中， $\angle BAC = 120^\circ$ ， $AB = AC = 2$ ， D, E 为 BC 边上的点，且

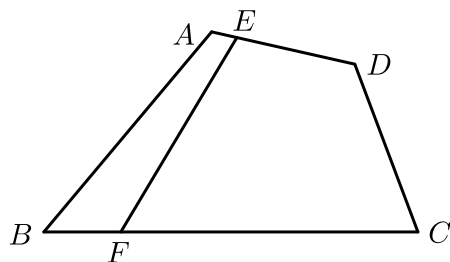
$$\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DE}, \text{ 则 } \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = \underline{\hspace{2cm}}.$$



2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ ， $AB = 2$ ， $AC = 3$ ， $\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{BD}$ ， $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{ED}$ ，则 $BE =$ $\underline{\hspace{2cm}}$.



3. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，已知 $AB = 3$ ， $DC = 2$ ，点 E, F 分别在边 AD, BC 上，且 $\overrightarrow{ED} = 5\overrightarrow{AE}$ ， $\overrightarrow{FC} = 5\overrightarrow{BF}$ ，若向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{DC}$ 的夹角为 60° ，则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EF}$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



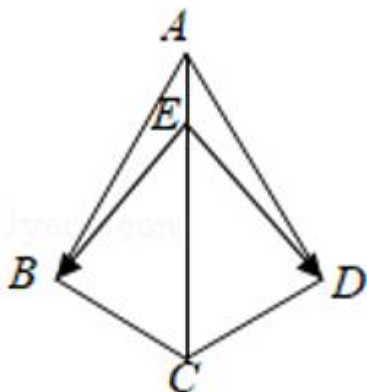
二、 坐标法

1. 正向求数量积

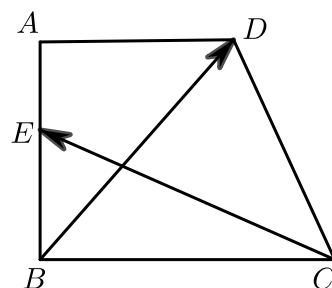
4. 在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ， $AD = 2$ ， $\angle A = \frac{\pi}{3}$ ， M 为 DC 的中点， N 为平面 $ABCD$ 内一点，若 $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{NB}| = |\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}|$ ，则 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 已知菱形 $ABCD$ 的边长为2, $\angle BAD = 120^\circ$, 点 E, F 分别在边 BC, DC 上, $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$, 则 $\overrightarrow{BF} \cdot \overrightarrow{DE} = ()$.
- A. $-\frac{22}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{22}{3}$

6. 如图, 平面四边形 $ABCD$, $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$, $BC = CD = 2$, 点 E 在对角线 AC 上, $AC = 4AE = 4$, 则 $\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{ED}$ 的值为()



- A. 17 B. 13 C. 5 D. 1
7. 如图所示, 在梯形 $ABCD$ 中, $\angle B = \frac{\pi}{2}$, $AB = \sqrt{2}$, $BC = 2$, 点 E 是 AB 的中点, 若向量 $\overrightarrow{CD}$ 在向量 $\overrightarrow{BC}$ 上的投影为 $-\frac{1}{2}$, 则 $\overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{BD} = ()$.



- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. 0 D. $\sqrt{2}$

2. 逆向求参数

8. 在等腰梯形中, $AB \parallel CD$, $AB = 2$, $AD = 1$, $\angle DAB = 60^\circ$, 若 $\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{AF} = \lambda\overrightarrow{AB}$, 且 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{DF} = -1$, 则 $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$.
9. 在等腰梯形 $ABCD$ 中, 已知 $AB \parallel DC$, $AB = 2$, $BC = 1$, $\angle ABC = 60^\circ$, 动点 E 和 F 分别在线段 BC 和 DC 上, 且 $\overrightarrow{BE} = \lambda\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DF} = \frac{1}{4\lambda}\overrightarrow{DC}$, 且 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AF} = \frac{23}{8}$, 则 $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$.
10. 已知向量 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ 满足 $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$, $|\overrightarrow{AB}| = 2$, $|\overrightarrow{AD}| = 1$, E, F 分别是线段 BC , CD 的中点, 若 $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{BF} = -\frac{5}{4}$, 则向量 $\overrightarrow{AB}$ 与向量 $\overrightarrow{AD}$ 的夹角的余弦值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. 在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0$, $|\vec{OA}| = \sqrt{5}$, $|\vec{OB}| = 2\sqrt{5}$, AB 边上的高线为 OD , 点 E 位于线段 OD 上, 若 $\vec{OE} \cdot \vec{EA} = \frac{3}{4}$, 则向量 $\vec{EA}$ 在向量 $\vec{OD}$ 上的投影为 ().
- A. $\frac{3}{2}$ B. 1
C. 1或 $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{3}{2}$

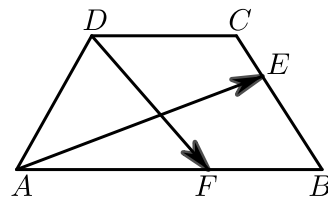
3. 范围最值

12. 已知正三角形 ABC 的边长为1, 点 P 是 AB 边上的动点, 点 Q 是 AC 边上的动点, 且

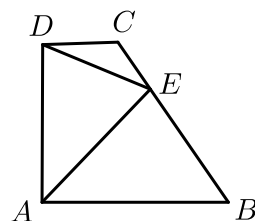
$$\vec{AP} = \lambda \vec{AB}, \vec{AQ} = (1 - \lambda) \vec{AC}, \lambda \in \mathbf{R}, \text{ 则 } \vec{BQ} \cdot \vec{CP} \text{ 的最大值为 ().}$$

- A. $\frac{3}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $-\frac{3}{8}$

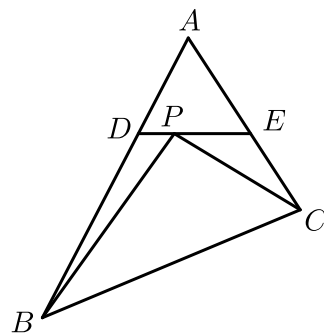
13. 如图, 等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $BC = CD = 2$, 若 E 、 F 分别是边 BC 、 AB 上的点, 且满足 $\frac{BE}{BC} = \frac{AF}{AB} = \lambda$, 则 $\vec{AE} \cdot \vec{DF}$ 的取值范围是 _____.



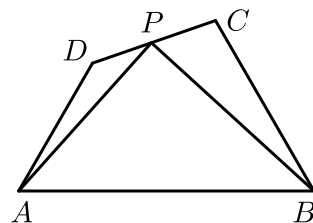
14. 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $AB = BC = 2$, $CD = 1$, $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$, E 是线段 BC 上一动点, 则 $\vec{AE} \cdot \vec{DE}$ 的最小值为 _____.



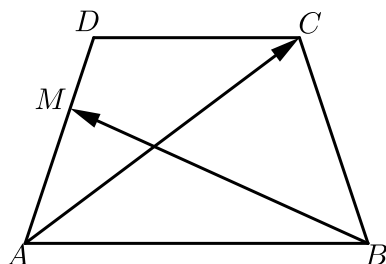
15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 3$, $AC = 2$, $\angle BAC = 60^\circ$, D , E 分别是边 AB , AC 上的点, $AE = 1$, 且 $\vec{AD} \cdot \vec{AE} = \frac{1}{2}$, 则 $|\vec{AD}| =$ _____, 若 P 是线段 DE 上的一个动点, 则 $\vec{BP} \cdot \vec{CP}$ 的最小值为 _____.



16. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle DAB = 60^\circ$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $DA = 3$ ， $AB = 6$ ， $BC = 4$ ，点 P 是线段 DC 上的一个动点，则 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP}$ 的最小值为_____.



17. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $AB = 4$ ， $AD = 3$ ， $CD = 2$ ， M 是线段 AD 上一点，（可与 A ， D 重合），若 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BM} = -3$ ，则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ 的取值范围是_____.



18. 已知菱形 $ABCD$ 的边长为2， $\angle BAD = 120^\circ$ ，点 E 、 F 分别在边 BC ， CD 上， $\overrightarrow{BE} = \lambda \overrightarrow{BC}$ ， $\overrightarrow{DF} = \mu \overrightarrow{DC}$ ，若 $2\lambda + \mu = \frac{5}{2}$ ，则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AF}$ 的最小值_____.

三、综合创新

19. 已知 $\triangle ABC$ 内一点 P 满足 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{8}\overrightarrow{AC}$ ，过点 P 的直线分别交边 AB 、 AC 于 M 、 N 两点， $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AB}$ ， $\overrightarrow{AN} = \mu \overrightarrow{AC}$ ，则 $\lambda + \mu$ 的最小值为_____.

20. 在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 1$ ， $AD = 2$ ，动点 P 在以点 C 为圆心且与 BD 相切的圆上. 若 $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AD}$ ，则 $\lambda + \mu$ 的最大值为（ ）.

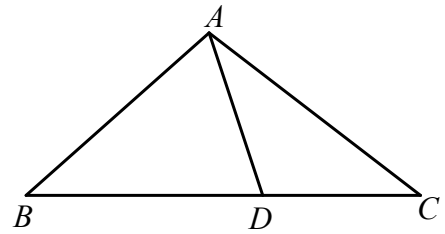
A. 3 B. $2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{5}$ D. 2

21. 已知正三角形 ABC 的边长为 $2\sqrt{3}$ ，平面 ABC 内的动点 P ， M 满足 $|\overrightarrow{AP}| = 1$ ， $\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{MC}$ ，则

$|\overrightarrow{BM}|^2$ 的最大值是（ ）.

A. $\frac{43}{4}$ B. $\frac{49}{4}$
C. $\frac{37 + 6\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{37 + 2\sqrt{33}}{4}$

22. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp AB$ ， $\overrightarrow{BC} = \sqrt{3}\overrightarrow{BD}$ ， $|\overrightarrow{AD}| = 1$ ，则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} =$ _____.



23. 已知 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 是单位向量, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, 若向量 $\vec{c}$ 与向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 共面, 且满足 $|\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}| = 1$, 则 $|\vec{c}|$ 的取值范围是 _____.

24. 已知点 C 为线段 AB 上一点, P 为直线 AB 外一点, PC 是 $\angle APB$ 的角平分线, I 为 PC 上一点, 满足

$$\vec{BI} = \vec{BA} + \lambda \left(\frac{\vec{AC}}{|\vec{AC}|} + \frac{\vec{AP}}{|\vec{AP}|} \right) (\lambda > 0), \quad |\vec{PA}| - |\vec{PB}| = 4, \quad |\vec{PA} - \vec{PB}| = 10, \quad \text{则 } \frac{\vec{BI} \cdot \vec{BA}}{|\vec{BA}|}$$

值为 ().

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5