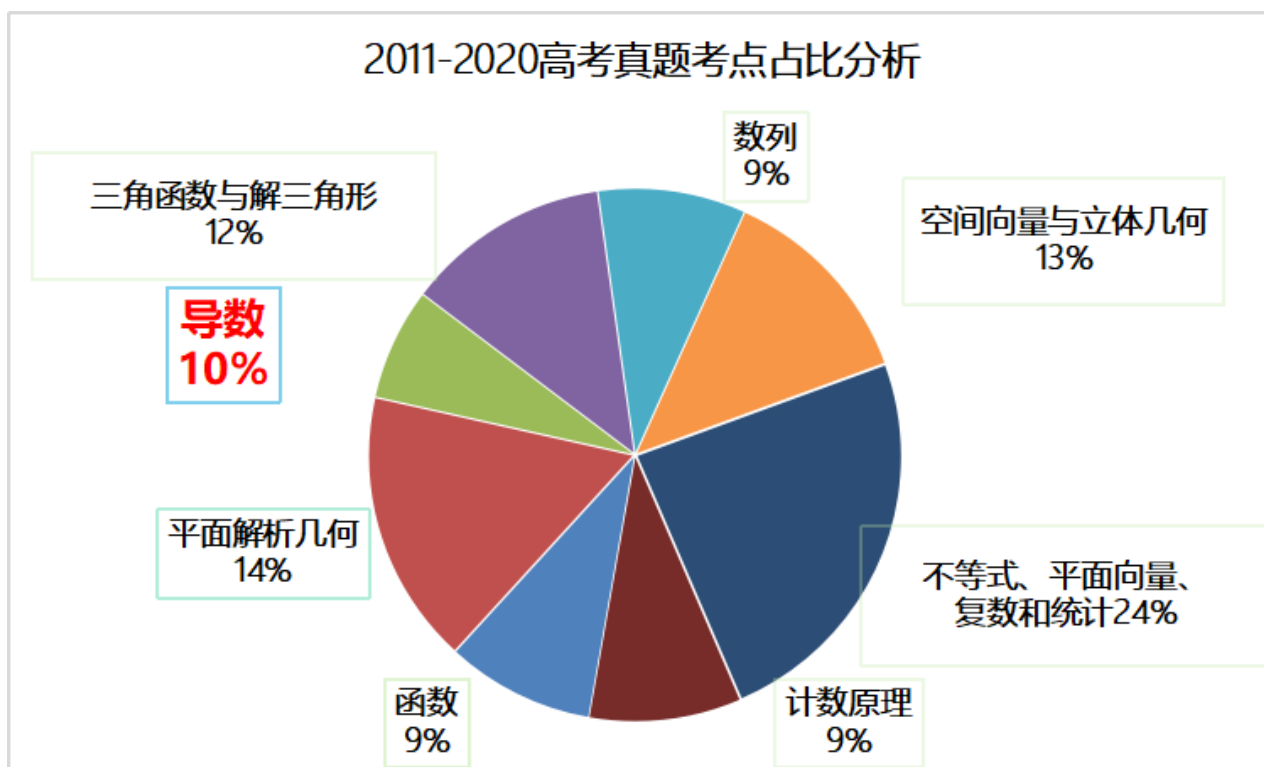


第一讲-导数基础

1. 考情分析

📍 考点占比



📍 考点分析

2011-2020高考真题考点分析								
考点	导数计算	切线方程	单调性	极值	最值	恒能成立	不等式证明	零点
2011		19 (1) 文	19 (2) 文 19 (1) 理				19 (3) 理	19 (3) 文 19 (2) 理
2012			20 (1) 文		20 (3) 文 20 (1) 理	20 (2) 理	20 (3) 理	20 (2) 文
2013			20 (1) 文 20 (1) 理				20 (2) 文 20 (3) 理	20 (2) 理
2014			19 (1) 文			19 (2) 文	20 (2) 理 20 (3) 理	20 (1) 理
2015	11文		20 (1) 文 20 (1) 理				20 (2) 文 20 (3) 文 20 (2) 理 20 (3) 理	
2016	10文		20 (1) 文 20 (1) 理				20 (2) 文 20 (3) 理	20 (2) 文 20 (2) 理
2017		10文 19 (2) 文	19 (1) 文 20 (1) 理			19 (3) 文	20 (2) 理 20 (3) 理	
2018	10文	20 (1) 文 20 (2) 理	20 (1) 理	20 (2) 文				20 (3) 文 20 (3) 理
2019		11文	20 (1) 文				20 (3) 文 20 (2) 理 20 (3) 理	20 (2) 文
2020		20 (1)	20 (2)	20 (2)			20 (3)	
频次	3	7	15	2	2	3	18	10

2. 知识梳理



一、导数计算

1. 真题分析

1. 已知函数 $f(x) = e^x \ln x$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 则 $f'(1)$ 的值为 _____ .
2. 已知函数 $f(x) = (2x + 1)e^x$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 则 $f'(0)$ 的值为 _____ .
3. 已知函数 $f(x) = ax \ln x$, $x \in (0, +\infty)$, 其中 a 为实数, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 若 $f'(1) = 3$, 则 a 的值为 _____ .

2. 思路总结

思路总结：

- 1、掌握基本初等函数的求导公式；
- 2、掌握导数的四则运算公式及其运用；

3. 模拟演练

4. 已知函数 $f(x) = e^x(2 - \ln x)$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 则 $f'(1)$ 的值为 _____ .
5. 已知函数 $f(x) = \frac{1-x}{x} + \ln x$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 则 $f'(2)$ 的值为 _____ .
6. 已知函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 且满足 $f(x) = 2xf'(e) + \ln x$, 则 $f(e) =$ _____ .

二、切线方程

1. 真题分析

7. 曲线 $y = \cos x - \frac{x}{2}$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线方程为 _____ .
8. 已知函数 $f(x) = 4x^3 + 3tx^2 - 6t^2x + t - 1, x \in \mathbf{R}$, 其中 $t \in \mathbf{R}$.
当 $t = 1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程；
9. 已知 $a \in \mathbf{R}$, 设函数 $f(x) = ax - \ln x$ 的图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线为 l , 则 l 在 y 轴上的截距为 _____ .

2. 思路总结

思路总结：

- 一、求曲线在某点处切线方程步骤：
 - 1、计算曲线导函数以及切点处的导数作为切线斜率；
 - 2、计算切点函数值；
 - 3、点斜式写出切线方程；

二、已知切线方程求参数：

- 1、切线斜率等于切点处导数；
- 2、切点处函数值等于切线在切点处函数值；

3. 模拟演练

10. 设点 P 为函数 $f(x) = \frac{1}{2}\left(x^3 - \frac{1}{x}\right)$ 图象上任一点，且 $f(x)$ 在点 P 处的切线的倾斜角为 α ，则 α 的取值范围为_____。
11. 已知曲线 $y = \frac{1}{x} + \frac{e^x}{a}$ 在 $x = 1$ 处的切线 l 与直线 $2x + 3y = 0$ 垂直，则实数 a 的值为_____。
12. 设曲线 $y = \frac{1 + \cos x}{\sin x}$ 在点 $\left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$ 处的切线与直线 $x - ay + 1 = 0$ 平行，则实数 $a =$ _____。
13. 曲线 $y = x(3 \ln x + 1)$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线方程为_____。
14. 已知曲线 $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}$ ，则过点 $P(2, 4)$ 的切线方程是_____。
15. 已知 $f(x)$ 为奇函数，当 $x < 0$ 时， $f(x) = \ln(-x) + 2x$ ，则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程是_____。
16. 已知 a, b 为正实数，直线 $y = x - a$ 与曲线 $y = \ln(x + b)$ 相切，则 $\frac{2}{a} + \frac{3}{b}$ 的最小值为_____。
17. 直线 $y = kx + b$ 与曲线 $y = ax^2 + 2 + \ln x$ 相切于点 $P(1, 4)$ ，则 b 的值为_____。

三、 单调区间与极值

1. 真题分析

18. 已知函数 $f(x) = a^x$ ， $g(x) = \log_a x$ ，其中 $a > 1$ 。
求函数 $h(x) = f(x) - x \ln a$ 的单调区间。
19. 设 $a \in \mathbf{Z}$ ，已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x) = 2x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 6x + a$ 在区间 $(1, 2)$ 内有一个零点 x_0 ， $g(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数。
求 $g(x)$ 的单调区间。
20. 设 $a \in [-2, 0]$ ，已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^3 - (a+5)x, & x \leq 0 \\ x^3 - \frac{a+3}{2}x^2 + ax, & x > 0 \end{cases}$ 。
证明 $f(x)$ 在区间 $(-1, 1)$ 内单调递减，在区间 $(1, +\infty)$ 内单调递增；
21. 设函数 $f(x) = (x - t_1)(x - t_2)(x - t_3)$ ，其中 $t_1, t_2, t_3 \in \mathbf{R}$ ，且 t_1, t_2, t_3 是公差为 d 的等差数列。

若 $d = 3$ ，求 $f(x)$ 的极值．

22. 已知函数 $f(x) = x^3 + k \ln x$ ($k \in \mathbf{R}$)， $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数．

当 $k = 6$ 时，

① 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程．

② 求函数 $g(x) = f(x) - f'(x) + \frac{9}{x}$ 的单调区间和极值．

2. 思路总结

单调区间以及极值求解步骤：

- 1、确定函数的定义域；
- 2、计算导函数以及导函数零点，并且根据导数零点写出区间；
- 3、判断导数在各个区间里面的正负；
- 4、根据导函数正负确定单调区间以及极值情况。

3. 模拟演练

23. 已知函数 $f(x) = x^2 \ln x$

求函数 $f(x)$ 的单调区间；

24. 已知函数 $f(x) = x^2 e^x$ ．

求 $f(x)$ 的单调区间与极值．

25. 设函数 $f(x) = e^x \cos x$ ， $g(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数．

求 $f(x)$ 的单调区间．

26. 已知函数 $f(x) = e^x(x + a) - x^2 + bx$ ，曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为 $y = x - 2$ ．

(1) 求 a, b 的值．

(2) 求 $f(x)$ 的单调区间及极值．

四、综合创新

已知含参函数单调性确定参数范围

27. 若函数 $f(x) = e^x(\sin x + a \cos x)$ 在 $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ 上单调递增，则实数 a 的取值范围是()．

A. $(-\infty, 1]$

B. $(-\infty, 1)$

C. $[1, +\infty)$

D. $(1, +\infty)$

28. 若 $f(x) = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + b \ln x$ 在 $(1, +\infty)$ 上是减函数，则实数 b 的取值范围 _____．

29. 函数 $f(x) = x(\ln x - ax)$ 有两个极值点, 则实数 a 的取值范围为 () .

A. $(0, +\infty)$

B. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

C. $(0, 1)$

D. $(-\infty, 0)$

构造函数解不等式

30. 若函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = x(f'(x) - \ln x)$, 且 $f\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e}$, 则 $ef(e^x) < f'\left(\frac{1}{e}\right) + 1$ 的解集是 () .

A. $(-\infty, -1)$

B. $(-1, +\infty)$

C. $\left(0, \frac{1}{e}\right)$

D. $\left(\frac{1}{e}, +\infty\right)$

31. 设定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$, 满足 $f(x) > 1$, $y = f(x) - 3$ 的奇函数, 且 $f(x) + f'(x) > 1$, 则不等式 $\ln(f(x) - 1) > \ln 2 - x$ 的解集为 () .

A. $(1, +\infty)$

B. $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$

C. $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$

D. $(0, +\infty)$

32. 已知奇函数 $f(x)$ 定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, $f'(x)$ 为其导函数, 且满足以下条件① $x > 0$ 时, $f'(x) < \frac{3f(x)}{x}$; ② $f(1) = \frac{1}{2}$; ③ $f(2x) = 2f(x)$, 则不等式 $\frac{f(x)}{4x} < 2x^2$ 的解集为 _____ .