

第一讲-基本不等式练习题

一、基本不等式基础应用

1. 已知 $a > 0, b > 0, b = \frac{1-a}{3}$, 若 $y = 3^a + 27^b$, 则 y 的最小值 _____ .
2. 已知 $x, y \in \mathbf{R}$ 且 $x - 2y - 4 = 0$, 则 $2^x + \frac{1}{4^y}$ 的最小值为 () .
A. 4 B. 8 C. 16 D. 256
3. 已知 $3a^2 + 2b^2 = 5$, 则 $y = (2a^2 + 1) \cdot (b^2 + 2)$ 的最大值为 _____ .
4. 若实数 x, y 满足 $x > 0, y > 0$, 且 $x + 4y = 40$, 则 $\lg x + \lg y$ 的最大值为 _____ .

二、“1”的替换

5. 若实数 $a, b \in \mathbf{R}^+$, 且 $a + b = 1$, 则 $\frac{1}{1-a} + \frac{2}{1-b}$ 的最小值为 _____ .
6. 已知 $a > 0, b > 0$, 且 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$, 则 $\frac{4}{a-1} + \frac{16}{b-1}$ 的最小值为 _____ .
7. 已知实数 x, y 满足 $x > y > 0$ 且 $x + y = 1$, 则 $\frac{4}{x+3y} + \frac{1}{x-y}$ 的最小值是 _____ .
8. 已知实数 x, y 满足 $x^2 + y^2 = 3$, 则 $\frac{1}{(2x+y)^2} + \frac{4}{(x-2y)^2}$ 的最小值为 _____ .
9. 设 $a + b = 2020, b > 0$, 则当 $a =$ _____ 时, $\frac{1}{2020|a|} + \frac{|a|}{b}$ 取得最小值 .
10. 设 $x > 0, y > 0$ 且 $x + y = 4$, 则 $\frac{x^2}{x+1} + \frac{y^2}{y+2}$ 的最小值是 () .
A. $\frac{16}{7}$ B. $\frac{7}{3}$ C. $\frac{23}{10}$ D. $\frac{9}{4}$
11. 已知 $a > b$, 二次三项式 $ax^2 + 2x + b \geq 0$ 对一切实数恒成立, 又 $\exists x_0 \in \mathbf{R}$, 使 $ax_0^2 + 2x_0 + b = 0$, 则 $\frac{a^2 + b^2}{a-b}$ 的最小值为 _____ .
12. 已知 a, b 均为正数, 且 $a + b = 1$, 则当 $a =$ _____ 时, 代数式 $\frac{a^2 + 1}{2ab} - 1$ 的最小值为 _____ .

三、二次均值

13. 已知 $a > 0, b > 0$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + 2\sqrt{ab}$ 的最小值是 ()

A. 2

B. $2\sqrt{2}$

C. 4

D. 5

14. 设 $a > b > 0$, 则 $a^2 + \frac{1}{ab} + \frac{1}{a(a-b)}$ 的最小值是 _____ .

15. 若 $a, b \in \mathbf{R}^+$, 则 $\frac{a^2 + b^2 + 9}{\sqrt{2a+b}}$ 的最小值为 _____ .

16. 若 x, y 是正数, 则 $\left(x + \frac{1}{2y}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2x}\right)^2$ 的最小值为 ()

A. 3

B. $\frac{7}{2}$

C. 4

D. $\frac{9}{2}$

17. 已知 $a > 0, b > 0$, 则 $\frac{(b+1)^2}{a} + \frac{(a+1)^2}{b}$ 的最小值为 _____ .

四、综合创新

18. 若 $a, b > 0$, 且 $b > 2a$, 则 $\frac{b^2 - 2ab + a^2}{ab - 2a^2}$ 的最小值为 () .

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

19. 已知 $a + b = 4$, 且 $a > 0, b > 0$, 则 $\frac{a}{a^2 + 1} + \frac{b}{b^2 + 1}$ 的最小值为 _____ .

20. 若 a, b 均为正实数, 则 $\frac{ab+b}{a^2+b^2+1}$ 的最大值为 _____ .

21. 已知关于 x 的不等式 $\frac{1}{a}x^2 + bx + c < 0$ ($ab > 1$) 的解集为空集, 则 $T = \frac{1}{2(ab-1)} + \frac{a(b+2c)}{ab-1}$ 的最小值为 () .

A. $\sqrt{3}$

B. 2

C. $2\sqrt{3}$

D. 4

22. 若正实数 a, b 满足 $(2a+b)^2 = 1 + 6ab$, 则 $\frac{ab}{2a+b+1}$ 的最大值为 _____, 此时 $a+b =$ _____ .

23. 设 a, b 为正实数 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq 2\sqrt{2}$, $(a-b)^2 = 4(ab)^3$, 则 $\log_a b =$ _____ .