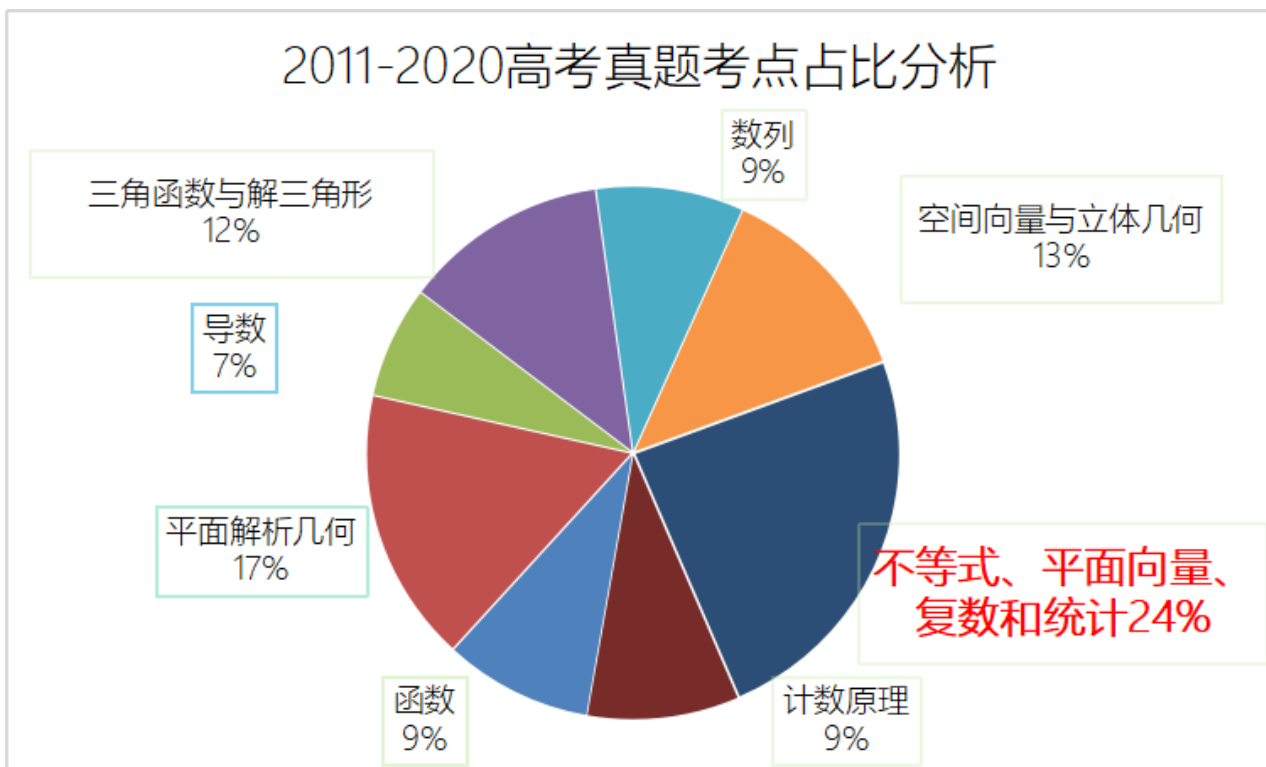


第一讲-基本不等式

1. 考点分析

📍 考点占比



📍 考点分析

2011-2020高考真题考点分析						
考点	平面向量	基本不等式	集合	简易逻辑	复数	统计
2011	14 (理)、14 (文)	12 (文)	13 (理)、9 (文)	2 (理)、4 (文)	1 (理)、1 (文)	9 (理)
2012	7 (理)、8 (文)		11 (理)、10 (文)	2 (理)、5 (文)	1 (理)、1 (文)	9 (理)
2013	12 (理)、12 (文)	14 (理)、14 (文)	1 (理)、1 (文)	4 (文)	9 (理)、9 (文)	
2014	8 (理)、13 (文)			7 (理)、3 (文)	1 (理)、1 (文)	9 (理)、9 (文)
2015	14 (理)、13 (文)	12 (文)	1 (理)、1 (文)	4 (理)、4 (文)	9 (理)、9 (文)	
2016	7 (理)、7 (文)		1 (理)、1 (文)	5 (理)、5 (文)	9 (理)、9 (文)	
2017	13 (理)、14 (文)	12 (理)、13 (文)	1 (理)、1 (文)	4 (理)、2 (文)	9 (理)、9 (文)	
2018	8 (理)、8 (文)	13 (理)、13 (文)	1 (理)、1 (文)	4 (理)、3 (文)	9 (理)、9 (文)	
2019	14 (理)、14 (文)	13 (理)、13 (文)	1 (理)、1 (文)	3 (理)、3 (文)	9 (理)、9 (文)	
2020	15	14	1	2	10	4
频次	19	10	17	17	19	5

2. 知识梳理



一、基本不等式基础应用

1. 真题分析

1. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a - 3b + 6 = 0$, 则 $2^a + \frac{1}{8^b}$ 的最小值为 _____ .
2. 已知 $\log_2 a + \log_2 b \geq 1$, 则 $3^a + 9^b$ 的最小值为 _____ .
3. 已知 $a > 0, b > 0, ab = 8$, 则当 a 的值为 _____ 时, $\log_2 a \cdot \log_2(2b)$ 取得最大值 .
4. 设 $x > 0, y > 0, x + 2y = 5$, 则 $\frac{(x+1)(2y+1)}{\sqrt{xy}}$ 的最小值为 _____ .

2. 思路总结

题型总结：

基本不等式基础题型：1、在已知和为定值的情况下可求乘积的最大值；2、在已知乘积为定值的情况下可求和的最小值，我们在处理过程中需要进行一定的恒等变换得出和为定值或者乘积为定值，需要的意识是在求解和的最小值时要优先考虑乘积是否为定值，在求解乘积的最大值的时候优先考虑乘积是否为定值。

3. 模拟演练

5. 若 a, b 均为大于1的正数, 且 $ab = 100$, 则 $\lg a \cdot \lg b$ 的最大值是 () .
 A. 0 B. 1 C. 2 D. $\frac{5}{2}$
6. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a + 2b - 4 = 0$, 则 $2^a + 4^b$ 的最小值为 () .
 A. 2 B. 4 C. 8 D. 16
- 7.

已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a - 2b + 2 = 0$, 则 $2^a + \frac{1}{4^b}$ 的最小值为 () .

A. 2

B. 1

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{4}$

8. 设 $x > 0, y > 0, x + 2y = 4$, 则 $\frac{(x+1)(2y+1)}{xy}$ 的最小值为 _____ .

二、“1”的替换

1. 真题分析

9. 已知 $a > 0, b > 0$, 且 $ab = 1$, 则 $\frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} + \frac{8}{a+b}$ 的最小值为 _____ .

10. 设 $a + b = 2, b > 0$, 则 $\frac{1}{2|a|} + \frac{|a|}{b}$ 的最小值为 _____ .

2. 思路总结

题型总结：

常见的“1”的替换模型：已知 $ax + by = c \left[\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = c \left(\frac{ay}{x} + \frac{bx}{y} = cxy \right) \right]$ 的情况下，求解

$\frac{\lambda}{x} + \frac{\mu}{y}, \frac{\lambda y}{x} + \frac{\mu}{y}, \frac{\lambda}{x} + \frac{\mu x}{y} (\lambda x + \mu y)$ 的最小值，这个过程中可能会将 x 或者 y 复杂化，例如令

$x = 3m + 2n, y = 2m + 5n, a = 1, b = 2, c = 2, \lambda = 2, \mu = 3$ 则问题变化为已知 $7m + 12n = 2$

，求解 $\frac{2}{3m+2n} + \frac{3}{2m+5n}$ 的最小值。我们在处理过程中需要将 λ 和 μ 替换成

$\frac{\lambda}{c}(ax + by), \frac{\mu}{c}(ax + by)$ 。

3. 模拟演练

11. 已知正实数 x, y 满足 $xy = 1$, 则 $\left(\frac{x}{y} + y \right) \left(\frac{y}{x} + x \right)$ 的最小值为 _____ .

12. 设 $a + b = -2, b < 0$, 则当 $a =$ _____ 时, $\frac{1}{2|a|} - \frac{|a|}{b}$ 取得最小值 .

13. 已知 $a + 2b = ab, b > 0$, 则 $3|a| + \frac{b}{|a|}$ 的取值的集合为 _____ .

14. 若正数 a, b 满足 $4a + 3b - 1 = 0$, 则 $\frac{1}{2a+b} + \frac{1}{a+b}$ 的最小值为 _____ .

15. 已知 x, y 为正实数, 若 $x + 2y = 1$, 则 $\frac{x^2 + y^2 + x}{xy}$ 的最小值为 _____ .

16. 已知 $\log_2(x+y) = \log_2 x + \log_2 y$, 则 $\frac{4x}{x-1} + \frac{9y}{y-1}$ 的最小值是 _____ .

17. 已知 $ab > 0, a + b = 3$, 则 $\frac{b^2}{a+2} + \frac{a^2}{b+1}$ 的最小值为 _____ .

18. 若实数 x, y 满足 $x > y > 0$, 且 $\log_2 x + \log_2 y = 1$, 则 $\frac{2}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值是 _____, $\frac{x-y}{x^2+y^2}$ 的最大值为 _____.

三、二次均值

1. 真题分析

19. 若 $a, b \in \mathbf{R}$, $ab > 0$, 则 $\frac{a^4 + 4b^4 + 1}{ab}$ 的最小值为 _____.

2. 模拟演练

20. 已知 $a > 0, b > 0$, 则 $\frac{a^2 + 4b^2 + a^3b^3}{a^2b^2}$ 的最小值为 _____.
21. 若 $a + b \neq 0$, 则 $a^2 + b^2 + \frac{1}{(a+b)^2}$ 的最小值为 _____.
22. 已知 $a > 2b > 0$, 则 $a^2 + \frac{1}{2ab} + \frac{1}{a(a-2b)}$ 的最小值为 _____.
23. 设正实数 x, y 满足 $x > \frac{1}{2}, y > 1$, 不等式 $\frac{4x^2}{y-1} + \frac{y^2}{2x-1} \geq m$ 恒成立, 则 m 的最大值为 () .
- A. $2\sqrt{2}$ B. $4\sqrt{2}$ C. 8 D. 16

四、综合创新

24. 已知实数 x, y 满足 $x > y \geq 0$, 则 $\frac{4x+2y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y}$ 的取值范围是 _____.
25. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, $a + b = 4$, 则 $\frac{1}{a^2+1} + \frac{1}{b^2+1}$ 的最大值为 _____.
26. 若 $x, y > 0$, 且 $x + 2y = 1$, 则 $\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(y + \frac{1}{4y}\right)$ 的最小值是 () .
- A. $\frac{25}{2}$ B. $\frac{25}{4}$ C. $\frac{25}{8}$ D. $\frac{25}{16}$
27. 已知 $x, y, z \in \mathbf{R}^+$, 求 $\frac{3xz+4yz}{x^2+y^2+z^2}$ 的最大值为 _____.
28. 已知二次函数 $f(x) = \frac{a}{3}x^3 + bx^2 + cx + d (a < b)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增, 则 $\frac{3a+2b+4c}{b-a}$ 的最小值为 _____.
29. 已知正实数 x, y 满足 $4x^2 + y^2 = 1 + 2xy$, 则当 $x =$ _____ 时, $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{xy}$ 的最小值是- _____.

30. 设 $x > 0$, $y > 0$, 且 $\left(x - \frac{1}{y}\right)^2 = \frac{16y}{x}$, 则当 $x + \frac{1}{y}$ 取最小值时 , $x^2 + \frac{1}{y^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.