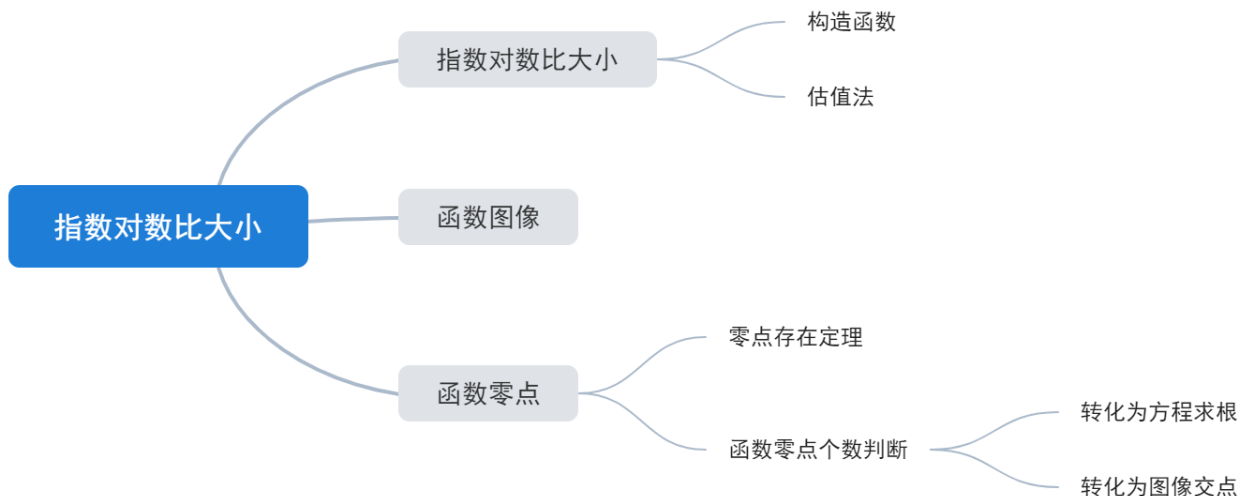


第二讲-指数对数比大小

1. 考点梳理



一、指数对数比大小

1. 真题分析

1. 已知 $a = 5^{\log_2 3.4}$, $b = 5^{\log_4 3.6}$, $c = \left(\frac{1}{5}\right)^{\log_3 0.3}$, 则().
A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $a > c > b$ D. $c > a > b$
2. 已知 $a = \log_2 e$, $b = \ln 2$, $c = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$, 则 a, b, c 的大小关系为().
A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $c > b > a$ D. $c > a > b$
3. 已知 $a = \log_5 2$, $b = \log_{0.5} 0.2$, $c = 0.5^{0.2}$, 则 a, b, c 的大小关系为().
A. $a < c < b$ B. $a < b < c$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$
4. 设 $a = 3^{0.7}$, $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{-0.8}$, $c = \log_{0.7} 0.8$, 则 a, b, c 的大小关系为().
A. $a < b < c$ B. $b < a < c$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$

2. 思路总结

通过上面三道真题的总结, 我们处理指数对数比大小的问题的常用思路有两种: 对于可以化成同底对数或者同底指数的数值, 可以借助于函数单调性比较大小; 对于没法化成同底指数或者同底对数的数值,

我们需要估算出来这些数值所在的区间。常用的临界值为 $-2, -1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, 2$ 等等。

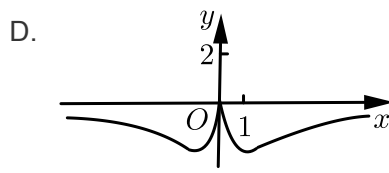
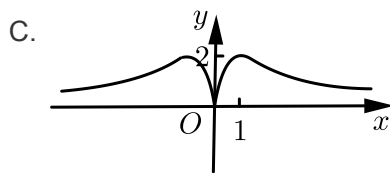
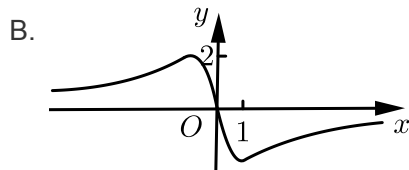
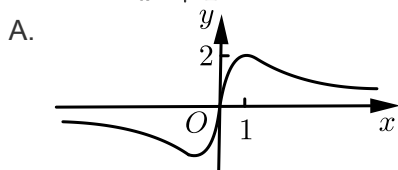
3. 模拟演练

5. 已知 $a = 2^{\log_3 4.1}$, $b = 2^{\log_3 2.7}$, $c = \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_3 0.1}$, 则 a, b, c 的大小关系为() .
 A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $a > c > b$ D. $c > a > b$
6. 已知 $a = 2^{\ln 3}$, $b = 2^{\ln 2}$, $c = \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}}$, 则() .
 A. $c > a > b$ B. $a > b > c$ C. $a > c > b$ D. $b > c > a$
7. 若 $a = \log_2 3$, $b = \log_4 7$, $c = 0.7^4$, 则实数 a, b, c 的大小关系为() .
 A. $a > b > c$ B. $c > a > b$ C. $b > a > c$ D. $c > b > a$
8. 已知 $a = \log_2 3.4$, $b = \log_4 3.6$, $c = \log_3 0.3$, 则() .
 A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $a > c > b$ D. $c > a > b$
9. 设 $a = \log_3 6$, $b = \log_5 10$, $c = \log_7 14$, 则() .
 A. $c > b > a$ B. $b > c > a$ C. $a > b > c$ D. $a > c > b$
10. 设 x_1, x_2, x_3 为实数, $\left(\frac{1}{3}\right)^{x_1} = \log_2(x_1 + 1)$, $\left(\frac{1}{3}\right)^{x_2} = \log_3 x_2$, $\left(\frac{1}{3}\right)^{x_3} = \log_2 x_3$, 则() .
 A. $x_2 < x_1 < x_3$ B. $x_3 < x_2 < x_1$
 C. $x_3 < x_1 < x_2$ D. $x_1 < x_3 < x_2$

二、 函数图像

1. 真题分析

11. 函数 $y = \frac{4x}{x^2 + 1}$ 的图象大致为() .

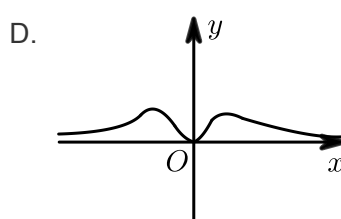
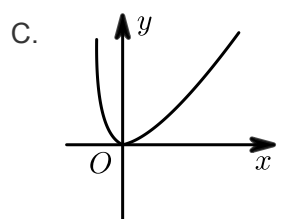
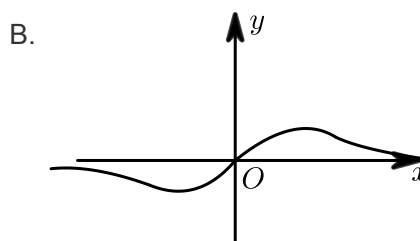
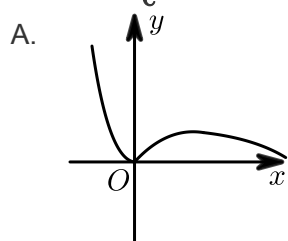


2. 思路总结

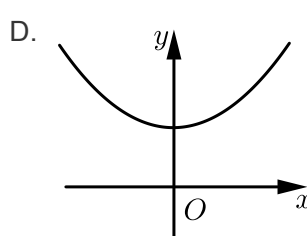
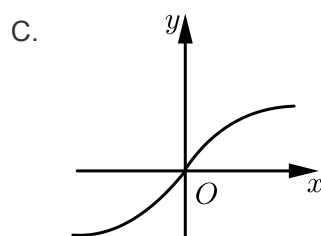
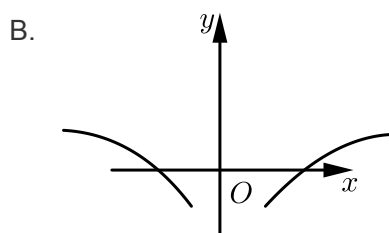
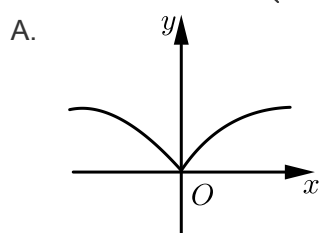
我们判断函数图像的依据主要是根据函数的性质（单调性与奇偶性）以及零点、纵截距、最值或者极值点等特殊位置，题目中主要以选择题的形式呈现，故而要采取边判断边排除的策略。

3. 模拟演练

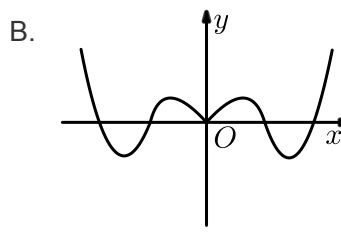
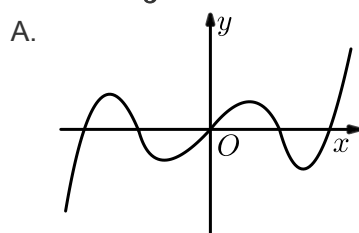
12. 函数 $y = \frac{x^2}{e^x}$ 的图象大致是 () .



13. 函数 $f(x) = 1 + \ln\left(\frac{x^2 + 2}{e}\right)$ 的图象大致是 () .

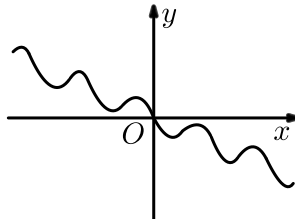
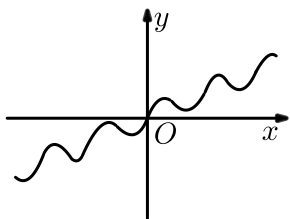


14. 函数 $y = \frac{x}{3} + \sin x$ 的图象大致是 () .

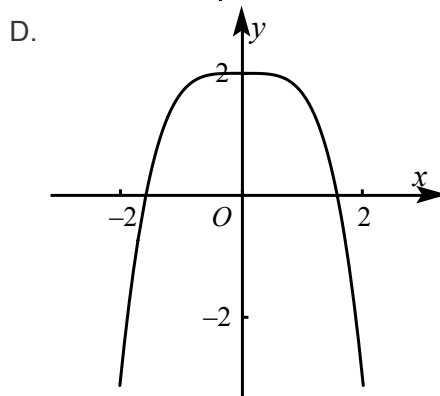
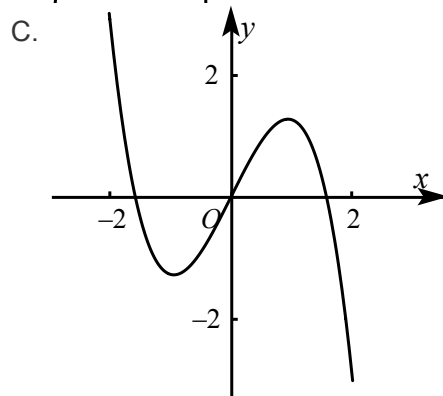
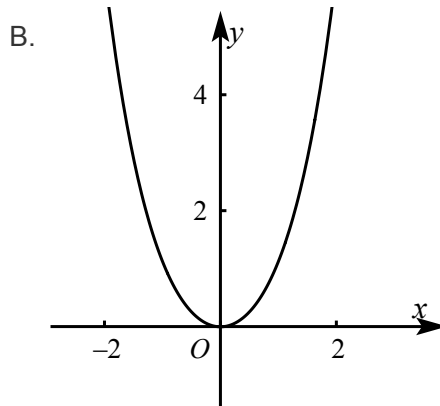
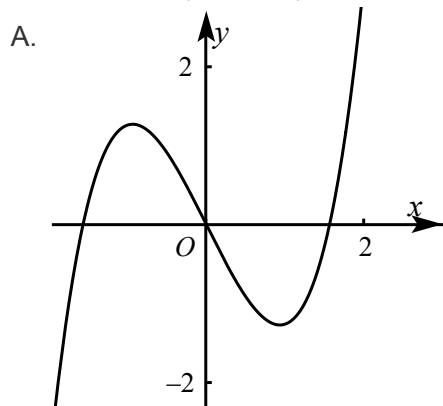


C.

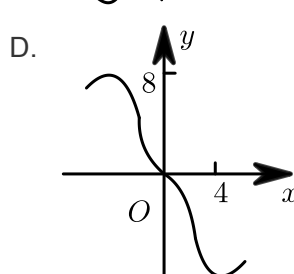
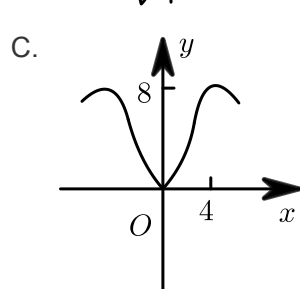
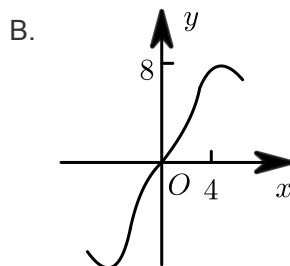
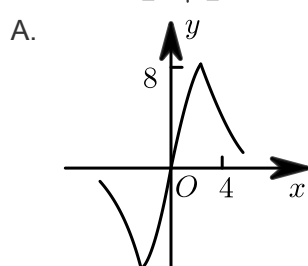
D.



15. 函数 $f(x) = (e^x - e^{-x}) \cdot \cos x$ 在 $[-2, 2]$ 上的图象大致为 () .



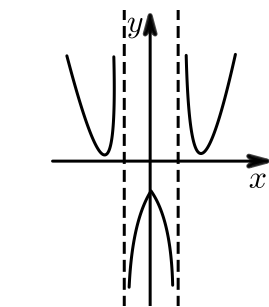
16. 函数 $y = \frac{2x^3}{2^x + 2^{-x}}$ 在 $[-6, 6]$ 的图象大致为 () .



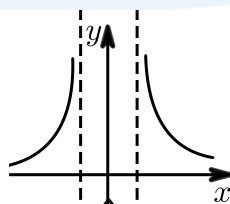
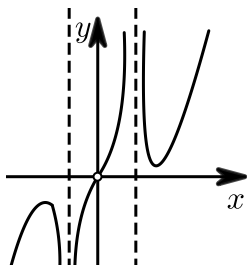
17. 函数 $y = \frac{e^x - e^{-x}}{x^3 - x}$ 的图象大致是 () .

A.

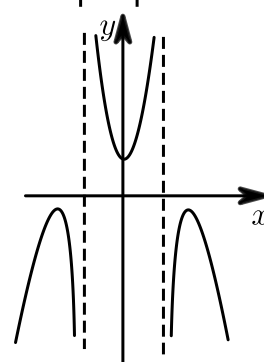
B.



C.



D.



三、函数零点

1. 真题分析

18. 函数 $f(x) = 2^x + x^3 - 2$ 在区间 $(0, 1)$ 内的零点个数是 () .

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

19. 函数 $f(x) = 2^x |\log_{0.5} x| - 1$ 的零点个数为 () .

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

20. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2 - |x|, & x \leq 2 \\ (x - 2)^2, & x > 2 \end{cases}$, 函数 $g(x) = 3 - f(2 - x)$, 则函数 $y = f(x) - g(x)$ 的零点个数为 () .

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

2. 思路总结

我们常见的函数零点问题有两种：一种是判断函数零点的区间，主要是考察零点存在定理的运用；一种是求解函数零点的个数，我们的处理思路可以是转化为方程求根、转化为函数图像和横轴交点以及转化为两个函数图像求交点，这三种转化方式的优先级是依次递减的。

3. 模拟演练

21. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3^x, & x \leq 1 \\ \log_{\frac{1}{3}} x, & x > 1 \end{cases}$, 则函数 $y = f(x) + x - 4$ 的零点个数为 () .

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

22. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 1 - |x + 1|, & x < 1, \\ x^2 - 4x + 2, & x \geq 1, \end{cases}$ 则函数 $g(x) = 2^{|x|} f(x) - 2$ 的零点个数为 _____ .

23. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |2^x - 1|, & x \leq 2 \\ \frac{7-2x}{x-1}, & x > 2 \end{cases}$, 则函数 $g(x) = f[f(x)] - \frac{1}{2}$ 的零点个数为 _____ .

24. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |\ln(x-1)|, & x > 1 \\ 2^{x-1} + 1, & x \leq 1 \end{cases}$, 则方程 $f(f(x)) - 2\left[f(x) + \frac{3}{4}\right] = 0$ 的实根个数为 () .

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

25. 已知函数 $f(x) = 2^x + \log_2 x$, $g(x) = 2^{-x} - \log_{\frac{1}{2}} x$, $h(x) = 2^x \log_2 x - 1$ 的零点分别为 a, b, c , 则 a, b, c 的大小关系为 () .

A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $c < a < b$ D. $b < a < c$

26. 函数 $f(x) = 2 \sin(\pi x) - \frac{1}{1-x}$, $x \in [-2, 4]$ 的所有零点之和为 () .

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8