

第一讲-三角恒等变换练习题

一、 逆向合并+知值求值

1. 已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边, 且 $\frac{a}{b} = \frac{\cos A}{2 - \cos B}$.
求 $\frac{a}{c}$.
2. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $3 \cos C(a \cos B + b \cos A) = c$.
(1) 求 $\cos C$ 的值.
(2) 求 $\sin\left(2C + \frac{\pi}{6}\right)$ 的值.
3. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{2a + c} = 0$.
求角 B 的大小.
4. 已知在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $c = 1$,
 $\cos B \sin C + (\sqrt{3}a - \sin B) \cos(A + B) = 0$.
(1) 求角 C 的大小.
(2) 若 $a = 3b$, 求 $\cos(2B - C)$ 的值.

二、 正向拆解

5. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且满足 $\frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{b} \cos B - \cos C$.
求角 C 的大小.

三、 化简+知值求值

6. 已知函数 $f(x) = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} + \sin x$.
当 $x_0 \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$, 且 $f(x_0) = \frac{4\sqrt{2}}{5}$, 求 $f\left(x_0 + \frac{\pi}{6}\right)$ 的值.
7. 已知函数 $f(x) = 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 2\cos^2 x - 1 (x \in \mathbf{R})$.
若 $f(x_0) = \frac{6}{5}$, $x_0 \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$, 求 $\cos 2x_0$ 的值.
8. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2} \sin x \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos^2 x + \frac{\sqrt{3}}{4}$.
若 $x_0 \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, 且 $f(x_0) = \frac{1}{2}$, 求 $f(2x_0)$ 的值.

9. 已知函数 $f(x) = \cos^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x$.

若 $f\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{13}{10}$, $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{3}\right)$, 求 $\cos \alpha$ 的值 .

10. 已知函数 $f(x) = 2 \sin x \cos x - 2\sqrt{3} \sin^2 x + \sqrt{3}$.

设 $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, $f\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{10}{13}$, 求 $\sin \alpha$ 的值 .

11. 若 $\tan\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = 4$, 则 $\sin \alpha \cos \alpha =$ _____ .

12. 已知 $\frac{\tan \alpha}{\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)} = -\frac{2}{3}$, 则 $\sin\left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ 的值是 _____ .