

【答案】 B

【解析】 $X \sim B(n, p)$,

$$\begin{cases} E(X) = np = 2.4 \\ D(X) = np(1-p) = 1.44 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} n = 6 \\ p = 0.4 \end{cases}.$$

故选B.

【标注】 【知识点】 离散型随机变量的数学期望；离散型随机变量的方差；n次独立重复试验与二项分布

4. 已知随机变量 $X + \xi = 8$, 若 $X \sim B(10, 0.6)$, 则 $E(\xi)$, $D(\xi)$ 分别为 ().

A. 6和2.4

B. 6和5.6

C. 2和2.4

D. 2和5.6

【答案】 C

【解析】 由已知随机变量 $X + \xi = 8$, 则

$$\xi = 8 - X, \text{ 所以 } E(\xi) = 8 - E(X) = 8 - 10 \times 0.6 = 2,$$

$$D(\xi) = (-1)^2 \times D(X) = 10 \times 0.6 \times 0.4 = 2.4.$$

故选C.

【标注】 【知识点】 离散型随机变量的数学期望；离散型随机变量的方差；n次独立重复试验与二项分布

5. 已知一个袋子中装有1个黑球、2个白球、3个红球, 假设每一个球被摸到的可能性是相等的, 若从袋子中摸出3个球, 则摸出白球比黑球多一个的概率为 _____; 记摸到的白球的个数为 X , 则随机变量 X 的数学期望是 _____.

【答案】 $\frac{7}{20}$; 1

【解析】 白1, 黑0,

白2, 黑1,

$$\frac{C_2^1 C_3^2 + C_2^2 \cdot C_1^1}{C_6^3} = \frac{7}{20},$$

$X = 0, 1, 2$,

$$P(X=0) = \frac{C_4^3}{C_6^3} = \frac{4}{20},$$

$$P(X=1) = \frac{C_2^1 \cdot C_4^2}{C_6^3} = \frac{12}{20},$$

$$P(X=2) = \frac{C_4^1}{C_6^3} = \frac{4}{20},$$

$$E(X) = 1.$$

【标注】【知识点】离散型随机变量的数学期望；超几何分布

6. 某城市为鼓励人们绿色出行，乘坐地铁，地铁公司决定按照乘客经过地铁站的数量实施分段优惠政策，不超过30站的地铁票价如下表：

乘坐站数 x	$0 < x \leq 10$	$10 < x \leq 20$	$20 < x \leq 30$
票价（元）	3	6	9

现有甲、乙两位乘客同时从起点乘坐同一辆地铁，已知他们乘坐地铁都不超过30站．甲、乙乘坐不超过10站的概率分别为 $\frac{1}{4}$ ， $\frac{1}{3}$ ；甲、乙乘坐超过20站的概率分别为 $\frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{3}$ ．

（1）求甲、乙两人付费相同的概率．

（2）设甲、乙两人所付费用之和为随机变量 X ，求 X 的分布列和数学期望．

【答案】（1） $\frac{1}{3}$ ．

（2）分布列为：

X	6	9	12	15	18
P	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$

数学期望为： $E(X) = \frac{51}{4}$ ．

【解析】（1）要使甲乙两人所付费用相同，则两人乘车所到站数在同一区间，

$$\text{①当两人乘坐站数在0到10之间时，} P_1 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12},$$

$$\text{②当两人乘坐站数在10到20之间时，} P_2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12},$$

$$\text{③当两人乘坐站数在20到30之间时，} P_3 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6},$$

$$\therefore \text{甲乙两人付费相同的概率 } P = P_1 + P_2 + P_3 = \frac{1}{3}.$$

（2）由题可知随机变量 X 的取值可能为6，9，12，15，18，

$$\text{故 } P(X=6) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12},$$

$$P(X=9) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{6},$$

$$P(X=12) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times 2 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3},$$

$$P(X=15) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4},$$

$$P(X=18) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6},$$

$\therefore$ 其分布列为：

X	6	9	12	15	18

P	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$
-----	----------------	---------------	---------------	---------------	---------------

$$\begin{aligned} \text{数学期望为: } E(X) &= 6 \times \frac{1}{12} + 9 \times \frac{1}{6} + 12 \times \frac{1}{3} + 15 \times \frac{1}{4} + 18 \times \frac{1}{6} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{3}{2} + 4 + \frac{15}{4} + 3 \\ &= \frac{51}{4} . \end{aligned}$$

【标注】【知识点】离散型随机变量的数学期望；离散型随机变量的分布列；相互独立事件的概率乘法公式

7. 袋中装有8个大小相同的小球，其中1个黑球，3个白球，4个红球．

(1) 若从袋中一次摸出2个小球，求恰为异色球的概率．

(2) 若从袋中一次摸出3个小球，且3个小球中，黑球与白球的个数都没超过红球的个数，记此时红球的个数为 X ，求 X 的分布及数学期望 $E(X)$ ．

【答案】 (1) $\frac{19}{28}$.

(2)

X	1	2	3
P	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$

$$E(X) = \frac{9}{5} .$$

【解析】 (1) 摸出的2个小球为异色球的种数为：

$$C_1^1 C_7^1 + C_3^1 C_4^1 = 19 .$$

8个球中任意摸出2个小球的种数为：

$$\text{故所求概率 } P = \frac{19}{28} .$$

(2) 由题意得，红球个数最少为1．

随机变量 X 的所有可能值为1, 2, 3．

$X = 1$ 时，共有 $C_4^1 \cdot C_1^1 \cdot C_3^1 = 12$ 种．

$X = 2$ 时，共有 $C_4^2 \cdot C_4^1 = 24$ 种．

$X = 3$ 时，共有 $C_4^3 = 4$ 种．

故符合条件的不同摸出共有40种．

$$P(X = 1) = \frac{12}{40} = \frac{3}{10} .$$

$$P(X = 2) = \frac{24}{40} = \frac{3}{5} .$$

$$P(X = 3) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10} .$$

$\therefore X$ 的分布列为：

X	1	2	3
P			

	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$
--	----------------	---------------	----------------

$$E(X) = 1 \times \frac{1}{10} + 2 \times \frac{2}{5} + 3 \times \frac{1}{10} = \frac{9}{5}.$$

【标注】【知识点】古典概型的概率计算（涉及计数原理）；离散型随机变量的数学期望

8. 共享单车因绿色、环保、健康的出行方式，在国内得到迅速推广.最近，某机构在某地区随机采访了10名男士和10名女士，结果男士、女士中分别有7人、6人表示“经常骑共享单车出行”，其他人表示“较少或不选择骑共享单车出行”.

- (1) 从这些男士和女士中各抽取一人，求至少有一人“经常骑共享单车出行”的概率；
 (2) 从这些男士中抽取一人，女士中抽取两人，记这三人中“经常骑共享单车出行”的人数为 X ，求 X 的分布列与数学期望.

【答案】 (1) $\frac{22}{25}$.

(2) 分布列为：

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{25}$	$\frac{19}{75}$	$\frac{71}{150}$	$\frac{7}{30}$

$$\therefore E(X) = \frac{19}{10}.$$

【解析】 (1) 记“从这些男士和女士中各抽取一人，至少有一人经常骑共享单车出行”为事件 A

$$\therefore P(A) = \frac{7}{10} \cdot \frac{4}{10} + \frac{3}{10} \cdot \frac{6}{10} + \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{10} = \frac{22}{25}.$$

(2) X 的取值为 0, 1, 2, 3,

$$P(X=0) = \frac{C_3^1}{C_{10}^1} \times \frac{C_4^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{25},$$

$$P(X=1) = \frac{C_7^1}{C_{10}^1} \times \frac{C_4^2}{C_{10}^2} + \frac{C_3^1}{C_{10}^1} \times \frac{C_6^1 C_4^1}{C_{10}^2} = \frac{19}{75},$$

$$P(X=2) = \frac{C_7^1}{C_{10}^1} \times \frac{C_6^1 C_4^1}{C_{10}^2} + \frac{C_3^1}{C_{10}^1} \times \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{71}{150},$$

$$P(X=3) = \frac{C_7^1}{C_{10}^1} \times \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{7}{30},$$

所以分布列为：

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{25}$	$\frac{19}{75}$	$\frac{71}{150}$	$\frac{7}{30}$

$$\begin{aligned} \therefore E(X) &= 0 \times \frac{1}{25} + 1 \times \frac{19}{75} + 2 \times \frac{71}{150} + 3 \times \frac{7}{30} \\ &= \frac{19}{10}. \end{aligned}$$

【标注】【知识点】超几何分布

二、综合问题

9. 现有4个人去参加某娱乐活动，该活动有甲、乙两个游戏可供参加者选择．为增加趣味性，约定：每个人通过掷一枚质地均匀的骰子决定自己去参加哪个游戏，掷出点数为1或2的人去参加甲游戏，掷出点数大于2的人去参加乙游戏．

- (1) 求这4个人中恰有2人去参加甲游戏的概率；
 (2) 求这4个人中去参加甲游戏的人数大于去参加乙游戏的人数的概率；
 (3) 用 X, Y 分别表示这4个人中去参加甲、乙游戏的人数，记 $\xi = |X - Y|$ ，求随机变量 ξ 的分布列与数学期望 $E\xi$ ．

【答案】(1) $\frac{8}{27}$ ．

(2) $\frac{1}{9}$ ．

(3) 分布列是

ξ	0	2	4
P	$\frac{8}{27}$	$\frac{40}{81}$	$\frac{17}{81}$

$$E\xi = \frac{148}{81}.$$

【解析】(1) 依题意，这4个人中，每个人去参加甲游戏的概率为 $\frac{1}{3}$ ，去参加乙游戏的概率为 $\frac{2}{3}$ ．

设“这4个人中恰有 i 人去参加甲游戏”为事件 $A_i (i = 0, 1, 2, 3, 4)$ ，

$$P(A_i) = C_4^i \left(\frac{1}{3}\right)^i \left(\frac{2}{3}\right)^{4-i}.$$

$$\text{这4个人中恰有2人去参加甲游戏的概率 } P(A_2) = C_4^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{8}{27}.$$

(2) 设“这4个人中去参加甲游戏的人数大于去参加乙游戏的人数”为事件 B ，

则 $B = A_3 \cup A_4$ ．由于 A_3 与 A_4 互斥，故

$$P(B) = P(A_3) + P(A_4) = C_4^3 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right) + C_4^4 \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{9}.$$

所以，这4个人中去参加甲游戏的人数大于去参加乙游戏的人数的概率为 $\frac{1}{9}$ ．

(3) ξ 的所有可能的取值为0, 2, 4．

由于 A_1 与 A_3 互斥， A_0 与 A_4 互斥，故

$$P(\xi = 0) = P(A_2) = \frac{8}{27},$$

$$P(\xi = 2) = P(A_1) + P(A_3) = \frac{40}{81},$$

$$P(\xi = 4) = P(A_0) + P(A_4) = \frac{17}{81}.$$

所以 ξ 的分布列是

ξ	0	2	4
P	$\frac{8}{27}$	$\frac{40}{81}$	$\frac{17}{81}$

$$\text{随机变量}\xi\text{的数学期望}E\xi = 0 \times \frac{8}{27} + 2 \times \frac{40}{81} + 4 \times \frac{17}{81} = \frac{148}{81}.$$

【标注】【知识点】离散型随机变量的数学期望

10. 某联欢晚会举行抽奖活动，举办方设置了甲、乙两种抽奖方案，方案甲的中奖率为 $\frac{2}{3}$ ，中奖可以获得2分；方案乙的中奖率为 $\frac{2}{5}$ ，中奖可以获得3分；未中奖则不得分。每人有且只有一次抽奖机会，每次抽奖中奖与否互不影响，晚会结束后凭分数兑换奖品。

- (1) 若小明选择方案甲抽奖，小红选择方案乙抽奖，记他们的累计得分为 X ，求 $X \leq 3$ 的概率；
 (2) 若小明、小红两人都选择方案甲或都选择方案乙进行抽奖，问：他们选择何种方案抽奖，累计得分的数学期望较大？

【答案】 (1) $\frac{11}{15}$

(2) 他们都选择方案甲进行抽奖时，累计得分的数学期望较大。

【解析】 (1) 解法一：(1) 由已知得，小明中奖的概率为 $\frac{2}{3}$ ，小红中奖的概率为 $\frac{2}{5}$ ，且两人中奖与否互不影响。

记“这2人的累计得分 $X \leq 3$ ”的事件为 A ，

则事件 A 的对立事件为“ $X = 5$ ”，

$$\text{因为 } PX = 5 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15},$$

$$\text{所以 } PA = 1 - PX = 5 = 1 - \frac{4}{15} = \frac{11}{15},$$

即这2人的累计得分 $X \leq 3$ 的概率为 $\frac{11}{15}$ 。

解法二：(1) 由已知得，小明中奖的概率为 $\frac{2}{3}$ ，小红中奖的概率为 $\frac{2}{5}$ ，且两人中奖与否互不影响。

记“这2人的累计得分 $X \leq 3$ ”的事件为 A ，

则事件 A 包含“ $X = 0$ ”“ $X = 2$ ”“ $X = 3$ ”三个两两互斥的事件，

$$\text{因为 } PX = 0 = \left(1 - \frac{2}{3}\right) \times \left(1 - \frac{2}{5}\right) = \frac{1}{5} \quad PX = 2 =$$

$$\frac{2}{3} \times \left(1 - \frac{2}{5}\right) = \frac{2}{5} \quad P(X = 3) = \left(1 - \frac{2}{3}\right) \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15},$$

$$\text{所以 } PA = PX = 0 + PX = 2 + PX = 3 = \frac{11}{15},$$

即这2人的累计得分 $X \leq 3$ 的概率为 $\frac{11}{15}$.

(2) 方法一：解法一：设小明、小红都选择方案甲抽奖中奖次数为 X_1 ，都选择方案乙抽奖中奖次数为 X_2 ，则这两人选择方案甲抽奖累计得分的数学期望为 $E2X_1$ ，选择方案乙抽奖累计得分的数学期望为 $E3X_2$.

由已知可得， $X_1 \sim B(2, \frac{2}{3})$, $X_2 \sim B(2, \frac{2}{5})$,

所以 $EX_1 = 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$, $EX_2 = 2 \times \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$,

从而 $E2X_1 = 2EX_1 = \frac{8}{3}$, $E3X_2 = 3EX_2 = \frac{12}{5}$.

因为 $E(2X_1) > E3X_2$,

所以他们都选择方案甲进行抽奖时，累计得分的数学期望较大 .

方法二：设小明、小红都选择方案甲所获得的累计得分为 X_1 ，都选择方案乙所获得的累计得分为 X_2 ，则 X_1, X_2 的分布列如下：

X_1	0	2	4
P	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$

X_2	0	3	6
P	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$

因为 $E(X_2) > EX_2$, $EX_2 = 0 \times \frac{9}{25} + 3 \times \frac{12}{25} + 6 \times \frac{4}{25} = \frac{12}{5}$. 所以

$EX_1 = 0 \times \frac{1}{9} + 2 \times \frac{4}{9} + 4 \times \frac{4}{9} = \frac{8}{3}$,

所以他们都选择方案甲进行抽奖时，累计得分的数学期望较大，

【标注】【知识点】离散型随机变量的数学期望

11. 甲、乙、丙均两次参加英语高考，取两次成绩中较高的为最终成绩，三人第一次成绩不低于130分的概率依次为 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{2}$. 甲若第一次成绩不低于130分，则第二次成绩不低于130分的概率为 $\frac{2}{3}$ ，若第一次成绩在130分以下，则第二次成绩不低于130分的概率为 $\frac{1}{3}$ ；乙若第一次成绩不低于130分，则第二次成绩不低于130的概率为 $\frac{1}{4}$ ，若第一次成绩在130分以下，则第二次成绩不低于130分的概率为 $\frac{1}{2}$ ；丙第二次成绩不受第一次成绩的影响，不低于130分的概率为 $\frac{2}{3}$.

(1) 设 A 为事件“甲的英语高考最终成绩不低于130分”， B 为事件“乙的英语高考最终成绩不低于130分”， C 为事件“丙的英语高考最终成绩不低于130分”，分别求出事件 A 、事件 B 、事件 C 发生的概率 .

(2) 设甲、乙、丙中英语高考最终成绩不低于130分的人数为 X ，求 X 的分布列与数学期望 .

【答案】 (1) $\frac{7}{12}$ 、 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{5}{6}$.

(2)

X	0	1	2	3

P	$\frac{1}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{17}{36}$	$\frac{10}{36}$
-----	----------------	----------------	-----------------	-----------------

$$E(X) = 2 .$$

【解析】(1) $P(A) = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2} .$

$$P(B) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{3} .$$

$$P(C) = \frac{1}{2} + \frac{2}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{6} .$$

(2) X 的可能取值为0、1、2、3.

$$P(X=0) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36} .$$

$$P(X=1) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{5}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{17}{36} .$$

$$P(X=1) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{5}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{10}{36} .$$

$$P(X=3) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{10}{36} .$$

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{17}{36}$	$\frac{10}{36}$

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{36} + 1 \times \frac{8}{36} + 2 \times \frac{17}{36} + 3 \times \frac{10}{36} = 2 .$$

【标注】【知识点】离散型随机变量的分布列；离散型随机变量的数学期望