

三种常见分布练习题

一、 两点分布

1. 设 X 是一个服从两点分布的离散型随机变量，其分布列为：

X	0	1
P	$\frac{3}{2}m$	$\frac{1}{2}$

则 m 的值为 () .

- A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{3}$

【答案】 A

【解析】 $\frac{3}{2}m + \frac{1}{2} = 1$,
 $\therefore \frac{3}{2}m = \frac{1}{2}$,
 $\therefore m = \frac{1}{3}$.

故选A .

【标注】 【知识点】 离散型随机变量的数学期望；离散型随机变量的分布列

2. 袋中有红球10个，白球5个，从中摸出2个球，如果只关心摸出两个红球的情形，问如何定义随机变量 X ，才能使 X 满足两点分布，并求分布列 .

【答案】 $X = \begin{cases} 0, & \text{两球非全红} \\ 1, & \text{两球全红} \end{cases}$, $P(X=1) = \frac{C_{10}^2}{C_{15}^2} = \frac{3}{7}$, $P(X=0) = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$.

【解析】 从含有10个红球，5个白球的口袋中摸出2个球，其结果是随机的，可能是一红一白，两红，两白三种情况，

为此我们定义随机变量如下： $X = \begin{cases} 0, & \text{两球非全红} \\ 1, & \text{两球全红} \end{cases}$,

则 X 显然服从两点分布，且 $P(X=1) = \frac{C_{10}^2}{C_{15}^2} = \frac{3}{7}$,

$\therefore P(X=0) = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$.

故答案为： $X = \begin{cases} 0, & \text{两球非全红} \\ 1, & \text{两球全红} \end{cases}$, $P(X=1) = \frac{C_{10}^2}{C_{15}^2} = \frac{3}{7}$,

$P(X=0) = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$.

二、二项分布

3. 一款击鼓小游戏的规则如下：每盘游戏都需击鼓三次，每次击鼓要么出现一次音乐，要么不出现音乐；每盘游戏击鼓三次后，出现一次音乐获得10分，出现两次音乐获得20分，出现三次音乐获得100分，没有出现音乐则扣除200分（即获得-200分）. 设每次击鼓出现音乐的概率为 $\frac{1}{2}$ ，且各次击鼓出现音乐相互独立.

(1) 设每盘游戏获得的分数为 X ，求 X 的分布列.

(2) 玩三盘游戏，至少有一盘出现音乐的概率是多少？

【答案】(1)

X	10	20	100	-200
P	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

(2) $\frac{511}{512}$.

【解析】(1) X 可能的取值为10, 20, 100, -200. 根据题意，有

$$P(X=10) = C_3^1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \times \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8},$$

$$P(X=20) = C_3^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(1 - \frac{1}{2}\right)^1 = \frac{3}{8},$$

$$P(X=100) = C_3^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(1 - \frac{1}{2}\right)^0 = \frac{1}{8},$$

$$P(X=-200) = C_3^0 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \times \left(1 - \frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}.$$

以 X 的分布列为：

X	10	20	100	-200
P	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

(2) 设“第 i 盘游戏没有出现音乐”为事件 $A_i (i=1, 2, 3)$ ，则

$$P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = P(X=-200) = \frac{1}{8},$$

所以“三盘游戏中至少有一盘出现音乐”的概率为

$$1 - P(A_1 A_2 A_3) = 1 - \left(\frac{1}{8}\right)^3 = \frac{511}{512}.$$

因此，玩三盘游戏至少有一盘出现音乐的概率是 $\frac{511}{512}$.

【标注】【知识点】 n 次独立重复试验与二项分布

乒乓球单打比赛在甲乙两名运动员间进行，比赛采取7局4胜制（即先胜4局者获胜，比赛结束），假设两人在每一局比赛中获胜的可能性相同．

- (1) 求甲以4比1获胜的概率．
 (2) 求乙获胜且比赛局数多于5局的概率．
 (3) 求比赛局数的分布列和数学期望．

【答案】 (1) $\frac{1}{8}$
 (2) $\frac{5}{16}$
 (3) $\frac{93}{16}$

【解析】 (1) $P_{4:1} = C_4^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ ．

(2) ①乙以4:2胜出：

$$P_1 = C_5^2 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{32} ,$$

乙以4:3胜出：

$$P_2 = C_6^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{32} ,$$

$$\therefore P = P_1 + P_2 = \frac{5}{16} .$$

(3)

X	4	5	6	7
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{16}$

$$P_{(X=4)} = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{8} ,$$

$$P_{(X=5)} = 2 \times C_4^1 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} ,$$

$$P_{(X=6)} = 2 \times C_5^2 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{16} ,$$

$$P_{(X=7)} = 2 \times C_6^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{16} ,$$

$$\therefore E(X) = 4 \times \frac{1}{8} + 5 \times \frac{1}{4} + 6 \times \frac{5}{16} + 7 \times \frac{5}{16} = \frac{93}{16} .$$

【标注】【知识点】n次独立重复试验与二项分布

5. 某商场举行有奖促销活动，顾客购买一定金额的商品后即可抽奖，每次抽奖都是从装有4个红球、6个白球的甲箱和装有5个红球、5个白球的乙箱中，各随机摸出一个球，在摸出的2个球中，若都是红球，则获得一等奖；若只有1个红球，则获得二等奖；若没有红球，则不获奖．

- (1) 求顾客抽奖1次能获奖的概率．
 (2)

若某顾客有3次抽奖机会，记该顾客在3次抽奖中获一等奖的次数为 ξ ，求 ξ 的分布列和数学期望。

【答案】 (1) $\frac{7}{10}$.

(2) 分布列如下：

ξ	0	1	2	3
$P(\xi)$	$\frac{64}{125}$	$\frac{48}{125}$	$\frac{12}{125}$	$\frac{1}{125}$

$$E(\xi) = \frac{3}{5} .$$

【解析】 (1) 记事件 $A_1 = \{\text{从甲箱中摸出一个球是红球}\}$ ，事件 $A_2 = \{\text{从乙箱中摸出一个球是红球}\}$ ，事件 $B_1 = \{\text{顾客抽奖1次获一等奖}\}$ ，事件 $B_2 = \{\text{顾客抽奖1次获二等奖}\}$ ，事件 $C = \{\text{顾客抽奖1次能获奖}\}$ ，由题意 A_1, A_2 相互独立， $A_1\bar{A}_2, A_2\bar{A}_1$ 互斥， B_1, B_2 互斥，且 $B_1 = A_1A_2, B_2 = A_1\bar{A}_2 + A_2\bar{A}_1, C = B_1 + B_2$ ，

$$\text{因为 } P(A_1) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}, P(A_2) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2},$$

$$\text{所以, } P(B_1) = P(A_1)P(A_2) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{5},$$

$$P(B_2) = P(A_1\bar{A}_2) + P(A_2\bar{A}_1) = P(A_1)P(\bar{A}_2) + P(\bar{A}_1)P(A_2) = \frac{2}{5} \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{2}{5}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} .$$

$$\text{故所求概率为: } P(C) = P(B_1 + B_2) = P(B_1) + P(B_2) = \frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{7}{10} .$$

$$(2) \text{ 获一等奖的概率: } P = \frac{C_4^1}{C_{10}^1} \cdot \frac{C_5^1}{C_{10}^1} = \frac{1}{5} .$$

$$P(\xi = 0) = \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{64}{125}$$

$$P(\xi = 1) = C_3^1 \left(\frac{1}{5}\right) \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{48}{125},$$

$$P(\xi = 2) = C_3^2 \left(\frac{1}{5}\right)^2 \left(\frac{4}{5}\right) = \frac{12}{125},$$

$$P(\xi = 3) = \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{125},$$

分布列：

ξ	0	1	2	3
$P(\xi)$	$\frac{64}{125}$	$\frac{48}{125}$	$\frac{12}{125}$	$\frac{1}{125}$

$$E(\xi) = \frac{48 \times 1 + 12 \times 2 + 1 \times 3}{125} = \frac{3}{5} \text{ (次)} .$$

【标注】【知识点】离散型随机变量的分布列；n次独立重复试验与二项分布

集成电路 E 由3个不同的电子元件组成，现由于元件老化，三个电子元件能正常工作的概率分别降为 $\frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{2}$ ， $\frac{2}{3}$ ，且每个电子元件能否正常工作相互独立，若三个电子元件中至少有2个正常工作，则 E 能正常工作，否则就需要维修，且维修集成电路 E 所需费用为100元。

(1) 求集成电路 E 需要维修的概率。

(2) 若某电子设备共由2个集成电路 E 组成，设 X 为该电子设备需要维修集成电路所需的费用，求 X 的分布列和期望。

【答案】 (1) $\frac{5}{12}$ 。

(2) X 的分布列为：

X	0	100	200
P	$\frac{49}{144}$	$\frac{35}{72}$	$\frac{25}{144}$

$$\therefore EX = \frac{250}{3}.$$

【解析】 (1) 三个电子元件能正常工作分别记为事件 A, B, C ，则 $P(A) = \frac{1}{2}$ ， $P(B) = \frac{1}{2}$ ， $P(C) = \frac{2}{3}$ 。

依题意，集成电路 E 需要维修有两种情形：

① 3个元件都不能正常工作，概率为

$$P_1 = P(\overline{ABC}) = P(\overline{A})P(\overline{B})P(\overline{C}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}.$$

② 3个元件中的2个不能正常工作，

$$\begin{aligned} \text{概率为 } P_2 &= P(\overline{A}\overline{B}C) + P(\overline{A}B\overline{C}) + P(A\overline{B}\overline{C}) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

$$\text{所以，集成电路 } E \text{ 需要维修的概率为 } P_1 + P_2 = \frac{1}{12} + \frac{1}{3} = \frac{5}{12}.$$

(2) 设 ξ 为维修集成电路的个数，则 ξ 服从 $B\left(2, \frac{5}{12}\right)$ ，而 $X = 100\xi$ ，

$$P(X = 100\xi) = P(\xi = k) = C_2^k \cdot \left(\frac{5}{12}\right)^k \cdot \left(\frac{7}{12}\right)^{2-k}, k = 0, 1, 2.$$

X 的分布列为：

X	0	100	200
P	$\frac{49}{144}$	$\frac{35}{72}$	$\frac{25}{144}$

$$\therefore EX = 0 \times \frac{49}{144} + 100 \times \frac{35}{72} + 200 \times \frac{25}{144} = \frac{250}{3}.$$

【标注】【知识点】 n 次独立重复试验与二项分布

7. 现有10道题，其中6道甲类题，4道乙类题，张同学从中任取3道题解答。

(1) 求张同学至少取到1道乙类题的概率；

- (2) 已知所取的3道题中有2道甲类题, 1道乙类题. 设张同学答对甲类题的概率都是 $\frac{3}{5}$, 答对每道乙类题的概率都是 $\frac{4}{5}$, 且各题答对与否相互独立. 用 X 表示张同学答对题的个数, 求 X 的分布列和数学期望.

【答案】 (1) $\frac{5}{6}$

(2) X 的分布列为:

X	0	1	2	3
P	$\frac{4}{125}$	$\frac{28}{125}$	$\frac{57}{125}$	$\frac{36}{125}$

$$E(X) = 2.$$

【解析】 (1) 设事件 A = “张同学所取的3道题至少有1道乙类题”, 则有 $\bar{A}$ = “张同学所取的3道题都是甲类题”.

$$\text{因为 } P(\bar{A}) = \frac{C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{6}, \text{ 所以 } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{5}{6}.$$

(2) X 所有的可能取值为0, 1, 2, 3.

$$P(X=0) = C_2^0 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \frac{1}{5} = \frac{4}{125};$$

$$P(X=1) = C_2^1 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^1 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^1 \cdot \frac{1}{5} + C_2^0 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \frac{4}{5} = \frac{28}{125};$$

$$P(X=2) = C_2^2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^0 \cdot \frac{1}{5} + C_2^1 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^1 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^1 \cdot \frac{4}{5} = \frac{57}{125};$$

$$P(X=3) = C_2^2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^0 \cdot \frac{4}{5} = \frac{36}{125}.$$

所以 X 的分布列为:

X	0	1	2	3
P	$\frac{4}{125}$	$\frac{28}{125}$	$\frac{57}{125}$	$\frac{36}{125}$

$$\text{所以 } E(X) = 0 \times \frac{4}{125} + 1 \times \frac{28}{125} + 2 \times \frac{57}{125} + 3 \times \frac{36}{125} = 2.$$

【标注】【知识点】 n 次独立重复试验与二项分布

三、超几何分布

8. 盒内有大小相同的9个球, 其中2个红色球, 3个白色球, 4个黑色球. 规定取出1个红色球得1分, 取出1个白色球得0分, 取出1个黑色球得-1分. 现从盒内任取3个球.

- (1) 求取出的3个球中至少有一个红球的概率.
 (2) 求取出的3个球得分之和恰为1分的概率.
 (3) 设 ξ 为取出的3个球中白色球的个数, 求 ξ 的分布列和数学期望.

【答案】(1) $\frac{7}{12}$.

(2) $\frac{5}{42}$.

(3) 分布列为：

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{5}{21}$	$\frac{45}{84}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{1}{84}$

$$E\xi = 1.$$

【解析】(1) 取出的3个球中至少有一个红球的概率：

$$P = 1 - \frac{C_7^3}{C_9^3} = \frac{7}{12}.$$

(2) 记“取出1个红色球，2个白色球”为事件 B ，“取出2个红色球，1个黑色球”为事件 C

$$\text{则 } P(B+C) = P(B) + P(C) = \frac{C_2^1 C_3^2}{C_9^3} + \frac{C_2^2 C_4^1}{C_9^3} = \frac{5}{42}.$$

(3) ξ 可能的取值为0, 1, 2, 3.

$$P(\xi=0) = \frac{C_6^3}{C_9^3} = \frac{5}{21},$$

$$P(\xi=1) = \frac{C_3^1 C_6^2}{C_9^3} = \frac{45}{84},$$

$$P(\xi=2) = \frac{C_3^2 C_6^1}{C_9^3} = \frac{3}{14},$$

$$P(\xi=3) = \frac{C_3^3}{C_9^3} = \frac{1}{84}.$$

ξ 的分布列为：

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{5}{21}$	$\frac{45}{84}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{1}{84}$

$$\xi \text{ 的数学期望 } E\xi = 0 \times \frac{5}{21} + 1 \times \frac{45}{84} + 2 \times \frac{3}{14} + 3 \times \frac{1}{84} = 1.$$

【标注】【知识点】超几何分布

9. 某大学自主招生招生考试面试环节中，共设置两类考题， A 类题有4个不同的小题， B 类题有6个不同的小题，某考生从中任抽取四道题解答.

(1) 求该考生至少抽取到2道 B 类题的概率.

(2) 设所抽取的四道题中 B 类题的个数为 X ，求随机变量 X 的分布列与期望.

【答案】(1) $\frac{37}{42}$.

(2) 随机变量 X 的分布列为：

--	--	--	--	--	--

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{210}$	$\frac{24}{210}$	$\frac{90}{210}$	$\frac{80}{210}$	$\frac{15}{210}$

$\therefore$ 随机变量 X 的期望为： $EX = \frac{12}{5}$.

【解析】 (1) 设事件 A ：“该考生至少取到2道 B 类题”，

$$P(A) = 1 - \frac{C_4^4 + C_4^3 C_6^1}{C_{10}^4} = \frac{37}{42} .$$

(2) 随机变量 X 的取值分别为 0, 1, 2, 3, 4,

$$P(X=0) = 1 - \frac{C_4^4}{C_{10}^4} = \frac{1}{210} ,$$

$$P(X=1) = \frac{C_4^3 C_6^1}{C_{10}^4} = \frac{24}{210} ,$$

$$P(X=2) = \frac{C_4^2 C_6^2}{C_{10}^4} = \frac{90}{210} ,$$

$$P(X=3) = \frac{C_4^1 C_6^3}{C_{10}^4} = \frac{80}{210} ,$$

$$P(X=4) = 1 - \frac{C_6^4}{C_{10}^4} = \frac{15}{210} ,$$

$\therefore$ 随机变量 X 的分布列为：

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{210}$	$\frac{24}{210}$	$\frac{90}{210}$	$\frac{80}{210}$	$\frac{15}{210}$

$\therefore$ 随机变量 X 的期望为：

$$EX = 0 \times \frac{1}{210} + 1 \times \frac{24}{210} + 2 \times \frac{90}{210} + 3 \times \frac{80}{210} + 4 \times \frac{15}{210} = \frac{12}{5} .$$

【标注】【知识点】超几何分布

10. 某大学志愿者协会有6名男同学，4名女同学．在这10名同学中，3名同学来自数学学院，其余7名同学来自物理、化学等其他互不相同的七个学院．现从这10名同学中随机选取3名同学，到希望小学进行支教活动（每位同学被选到的可能性相同）．

(1) 求选出的3名同学是来自互不相同学院的概率．

(2) 设 X 为选出的3名同学中女同学的人数，求随机变量 X 的分布列和数学期望．

【答案】 (1) $\frac{49}{60}$.

(2) 随机变量 X 的分布列是

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

$$E(X) = \frac{6}{5} .$$

【解析】(1) 设“选出的3名同学来自互不相同的学院”为事件A, 则

$$P(A) = \frac{C_3^1 \cdot C_7^2 + C_3^0 \cdot C_7^3}{C_{10}^3} = \frac{49}{60}.$$

所以, 选出的3名同学来自互不相同学院的概率为 $\frac{49}{60}$.

(2) 随机变量X的所有可能值为0, 1, 2, 3.

$$P(x=k) = \frac{C_4^k \cdot C_6^{3-k}}{C_{10}^3} (k=0, 1, 2, 3).$$

所以, 随机变量X的分布列是

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

$$\text{随机变量 } X \text{ 的数学期望 } E(X) = 0 \times \frac{1}{6} + 1 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{3}{10} + 3 \times \frac{1}{30} = \frac{6}{5}.$$

【标注】【素养】数学运算

【知识点】离散型随机变量的数学期望; 超几何分布

11. 已知某单位甲、乙、丙三个部门的员工人数分别为24, 16, 16, 现采用分层抽样的方法从中抽取7人, 进行睡眠时间的调查.

(1) 应从7人甲、乙、丙三个部门的员工中分别抽取多少人?

(2) 若抽出的7人中有4人睡眠不足, 3人睡眠充足, 现从这7人中随机抽取3人做进一步的身体检查.

① 用X抽取的3人中睡眠不足的员工人数, 求随机变量X的分布列与数学期望.

② 设A为事件“抽取的3人中, 既有睡眠充足的员工, 也有睡眠不足的员工”, 求事件A发生的概率.

【答案】(1) 分别抽取3人, 2人, 2人.

(2) ①

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{4}{35}$

$$E(X) = \frac{12}{7}.$$

② $\frac{6}{7}.$

【解析】(1) 由已知, 甲、乙、丙三个部门的员工人数之比为3:2:2, 由于采用分层抽样的方法从中抽取7人, 因此应从甲、乙、丙三个部门的员工中分别抽取3人, 2人, 2人.

(2) ① 随机变量X的所有可能取值为0, 1, 2, 3.

$$P(X=k) = \frac{C_4^k \cdot C_3^{3-k}}{C_7^3} (k=0,1,2,3).$$

所以，随机变量 X 的分布列为：

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{4}{35}$

$$\text{随机变量 } X \text{ 的数学期望 } E(X) = 0 \times \frac{1}{35} + 1 \times \frac{12}{35} + 2 \times \frac{18}{35} + 3 \times \frac{4}{35} = \frac{12}{7}.$$

② 设事件 B 为“抽取的3人中，睡眠充足的员工有1人，睡眠不足的员工有2人”。

事件 C 为“抽取的3人中，睡眠充足的员工有2人，睡眠不足的员工有1人”，

则 $A = B \cup C$ ，且 B 与 C 互斥，

$$\text{由(1)知, } P(A) = P(B \cup C) = P(X=2) + P(X=1) = \frac{6}{7}.$$

所以，事件 A 发生的概率为 $\frac{6}{7}$ 。

【标注】【知识点】互斥事件的概率加法公式；互斥事件与对立事件；超几何分布；分层随机抽样

12. 甲、乙两人参加某种选拔测试。在备选的10道题中，甲答对其中每道题的概率都是 $\frac{3}{5}$ ，乙能答对其中的5道题。规定每次考试都从备选的10道题中随机抽出3道题进行测试，答对一题加10分，答错一题（不答视为答错）减5分，至少得15分才能入选。

(1) 求乙得分的分布列和数学期望；

(2) 求甲、乙两人中至少有一人入选的概率。

【答案】(1) 乙得分的分布列如下：

X	-15	0	15	30
P	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$

$$EX = \frac{15}{2}.$$

$$(2) P = \frac{103}{125}.$$

【解析】(1) 设乙大题所得分数为 X ，

则 X 的可能取值为-15, 0, 15, 30。

$$P(X=-15) = \frac{C_5^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{12};$$

$$P(X=0) = \frac{C_5^2 C_5^1}{C_{10}^3} = \frac{5}{12};$$

$$P(X=15) = \frac{C_5^1 C_5^2}{C_{10}^3} = \frac{5}{12};$$

$$P(X=30) = \frac{C_5^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{12}.$$

乙得分的分布列如下：

X	-15	0	15	30
P	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$

$$EX = \frac{1}{12} \times (-15) + \frac{5}{12} \times 0 + \frac{5}{12} \times 15 + \frac{1}{12} \times 30 = \frac{15}{2}.$$

(2) 由已知甲、乙至少答对2题才能入选，记甲入选为事件 A ，乙入选为事件 B 。

$$P(A) = C_3^2 \left(\frac{3}{5}\right)^2 \left(\frac{2}{5}\right) + \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{81}{125},$$

$$P(B) = \frac{5}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{故甲乙两人至少有一人入选的概率 } P = 1 - P(\bar{A} \cdot \bar{B}) = 1 - \frac{44}{125} \times \frac{1}{2} = \frac{103}{125}.$$

【标注】【知识点】超几何分布

13. 国家旅游局确定2016年以“丝绸之路旅游年”为年度旅游宣传主题，甘肃武威为配合国家旅游局，在每张门票后印有不同的“丝绸之路徽章”。某人利用五一假期，在该地游览了文庙，白塔寺，沙漠公园，森林公园，天梯山石窟五处景点，并收集文庙纪念徽章3枚，白塔纪念徽章2枚，其余三处各1枚。现从中任取4枚。

(1) 求抽取的4枚中恰有3个景点的概率。

(2) 抽取的4枚徽章中恰有文庙纪念徽章的个数为 ξ 枚，求 ξ 的分布列和数学期望。

【答案】(1) $\frac{39}{70}$ 。

(2) ξ 的分布列为

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{1}{14}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{14}$

$$E\xi = \frac{3}{2}.$$

【解析】(1) 记“抽取的4枚徽章中恰有3个景点”为事件 A ，

$$P(A) = \frac{C_3^2 \cdot (C_2^1 \cdot C_3^1 + C_3^2) + C_2^2 \cdot (C_3^1 \cdot C_3^1 + C_3^2)}{C_8^4} = \frac{39}{70}.$$

(2) ξ 的可能取值为0, 1, 2, 3,

$$P(\xi = 0) = \frac{C_5^4}{C_8^4} = \frac{5}{70},$$

$$P(\xi = 1) = \frac{C_3^1 C_5^3}{C_8^4} = \frac{30}{70},$$

$$P(\xi = 2) = \frac{C_3^2 C_5^2}{C_8^4} = \frac{30}{70},$$

$$P(\xi = 3) = \frac{C_3^3 C_5^1}{C_8^4} = \frac{5}{70},$$

所以 ξ 的分布列为

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{1}{14}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{14}$

$$E\xi = 0 \times \frac{1}{14} + 1 \times \frac{3}{7} + 2 \times \frac{3}{7} + 3 \times \frac{1}{14} = \frac{21}{14} = \frac{3}{2} .$$

【标注】【知识点】超几何分布