

随机变量及其分布练习题

一、条件概率

1. 把一枚硬币抛掷两次，事件 A “第一次出现正面”，事件 B “第二次出现反面”，则 $P(B|A) = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{1}{2}$

【解析】 $P(A) = \frac{1}{2} P(AB) = \frac{1}{4} P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{1}{2}$.

【标注】 【知识点】 条件概率

2. 某电子管正品率 $\frac{3}{4}$ ，次品率为 $\frac{1}{4}$ ，现对该批电子管进行测试，设第 X 次首次测到正品，则

$P(X=3) = (\quad)$.

- A. $C_3^2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \frac{3}{4}$
B. $C_3^2 \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \frac{1}{4}$
C. $\left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \frac{3}{4}$
D. $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \frac{1}{4}$

【答案】 C

【解析】 第3次首次测到正品，则前2次为次品，

$$\therefore P(x=3) = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \frac{3}{4} .$$

故选C .

【标注】 【知识点】 相互独立事件的概率乘法公式

3. 已知甲、乙两人独立出行，各租用共享单车一次（假定费用只可能为1、2、3元）. 甲、乙租车费用为1元的概率分别是0.5、0.2，甲、乙租车费用为2元的概率分别是0.2、0.4，则甲、乙两人所扣租车费用相同的概率为（ ） .

- A. 0.18 B. 0.3 C. 0.24 D. 0.36

【答案】 B

【解析】 由题意可知，

甲乙租车费用为3元的概率分别是0.3、0.4，

则所扣车费相同的概率 $P = 0.5 \times 0.2 + 0.2 \times 0.4 + 0.3 \times 0.4 = 0.3$.

故选B .

【标注】 【知识点】 相互独立事件的概率乘法公式

4. 袋中有5个红球，3个白球，不放回地抽取2次，每次抽1个. 已知第一次抽出的是红球，则第2次抽出的是白球的概率为 () .

A. $\frac{3}{7}$

B. $\frac{3}{8}$

C. $\frac{4}{7}$

D. $\frac{15}{56}$

【答案】 A

【解析】 设 $A = \{ \text{第一次抽出的是红球} \}$

$B = \{ \text{第二次抽出的是白球} \}$

则第一次抽出的红球，第二次抽出的是白球的取法， $n(AB) = 5 \times 3 = 15$ 种 .

第一次抽出的是红球的取法： $n(A) = 5 \times 7 = 35$ ，

$$\text{则 } P(B|A) = \frac{n(AB)}{n(A)} = \frac{15}{35} = \frac{3}{7} .$$

$\therefore$ 已知第一次抽出的是红球，则第二次抽出的是白球的概率为 $\frac{3}{7}$.

故选A .

【标注】 【知识点】 条件概率

5. 从1, 2, 3, 4, 5中任取2个不同的数，事件 $A = \text{“取到的2个数之和为偶数”}$ ，事件 $B = \text{“取到的2个数均为偶数”}$ ，则 $P(B|A) = ()$.

A. $\frac{1}{8}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{2}{5}$

D. $\frac{1}{2}$

【答案】 B

【解析】 方法一： $P(A) = \frac{C_3^2 + C_2^2}{C_5^2} = \frac{2}{5}$ ， $P(B) = \frac{1}{10}$ ， $P(AB) = \frac{1}{10}$ ，

$$\text{故 } P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{1}{4} .$$

方法二：5个数字取出两个总共有 C_5^2 种方法，

事件 A ：“取到的2个数之和为偶数”所包含的基本事件有：(1, 3)、(1, 5)、(3, 5)、(2, 4)，

$$\therefore P(A) = \frac{2}{5},$$

事件 B ：“取到的2个数均为偶数”所包含的基本事件有 $(2, 4)$,

$$\therefore P(AB) = \frac{1}{10},$$

$$\therefore P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{1}{4}.$$

故选B.

【标注】【知识点】条件概率

6. 某地区空气质量监测资料表明，一天的空气质量为优良的概率是0.8，连续两天为优良的概率是0.6，已知某天的空气质量为优良，则随后一天的空气质量为优良的概率是（ ）.

A. 0.48 B. 0.12 C. 0.75 D. 0.32

【答案】 C

【解析】 设 A 表示一天的空气质量为优良，

B 表示随后一天的空气质量为优良，

由题意知 $P(A) = 0.8$ ， $P(AB) = 0.6$ ，

$$\therefore P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0.6}{0.8} = \frac{3}{4} = 0.75.$$

故选C.

【标注】【知识点】条件概率

7. 在10件产品中有8件一等品和2件二等品，如果不放回地依次抽取2件产品，则在第一次抽到一等品条件下，第二次抽到一等品的概率是（ ）.

A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{28}{45}$ C. $\frac{7}{9}$ D. $\frac{5}{9}$

【答案】 C

【解析】 方法一：设事件 A 为第一次抽到一等品，

事件 B 为第二次抽到一等品，

$$\therefore P(A) = \frac{8}{10} = \frac{4}{5},$$

$$P(AB) = \frac{A_8^2}{A_9^2} = \frac{28}{45},$$

$$\therefore P(B|A) = \frac{\frac{28}{45}}{\frac{4}{5}} = \frac{7}{9}.$$

方法二：第一次抽到一等品后，
共有9件产品，7件一等品，2件二等品，
 $\therefore$ 第二次又抽到一等品的概率为 $\frac{7}{9}$.

【标注】【知识点】条件概率

二、随机变量定义及其分布

8. 某居民小区有两个相互独立的安全防范系统A和B，系统A和系统B在任意时刻发生故障的概率分别为 $\frac{1}{5}$ 和 p ，若在任意时刻恰有一个系统不发生故障的概率为 $\frac{7}{30}$ ，则 $p = (\quad)$.
- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{18}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{5}$

【答案】B

【解析】由题意得： $\frac{1}{5}(1-p) + \frac{4}{5}p = \frac{7}{30}$ ，
 $\therefore p = \frac{1}{18}$ ，
故选：B .

【标注】【知识点】相互独立事件的概率乘法公式

9. 若某公司从五位大学毕业生甲、乙、丙、丁、戊中录用三人，这五人被录用的机会均等，则甲或乙被录用的概率为 $(\quad)$.
- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{9}{10}$

【答案】D

【解析】事件“甲或乙被录用”的对立事件是“甲和乙都未被录用”，从五位学生中选三人的基本事件个数为10，“甲和乙都未被录用”只有1种情况，
根据古典概型和对立事件的概率公式可得，甲或乙被录用的概率 $P = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$.

【标注】【素养】数学运算

10. 若离散型随机变量 ξ 的概率分布如表所示，则 a 的值为 $(\quad)$.

ξ	-1	1
P	$4a - 1$	$3a^2 + a$

- A. $\frac{1}{3}$ B. -2
C. $\frac{1}{3}$ 或-2 D. $\frac{1}{2}$

【答案】 A

【解析】 由离散型随机变量 ξ 的概率分布表知：

$$\begin{cases} 0 \leq 4a - 1 \leq 1 \\ 0 \leq 3a^2 + a \leq 1 \\ 4a - 1 + 3a^2 + a = 1 \end{cases},$$

$$\text{解得 } a = \frac{1}{3}.$$

故选A.

【标注】 【知识点】 离散型随机变量的分布列

11. 设随机变量 X 的概率分布列如表，则 $P(|X - 2| = 1) = ()$.

X	1	2	3	4
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	m	$\frac{1}{3}$

- A. $\frac{7}{12}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{1}{6}$

【答案】 C

【解析】 由 $|X - 2| = 1$ 可解得 $X = 3$ 或 $X = 1$ ，再由分布列的性质可得

$$m = 1 - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{4},$$

$$\therefore P(|X - 2| = 1) = P(X = 1) + P(X = 3) = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12}, \text{ 故选C.}$$

【标注】 【知识点】 离散型随机变量的数学期望；离散型随机变量的分布列

12. 设离散型随机变量 X 的分布列为：

X	-1	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$1 - 2q$	q^2

则 $q = ()$.

- A. $\frac{1}{2}$ B. $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$
C. $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

【答案】 B

【解析】 解：由分布列性质知
$$\begin{cases} 0 \leq 1-2q \leq 1 \\ 0 \leq q^2 \leq 1 \\ \frac{1}{2} + 1 - 2q + q^2 = 1 \end{cases}, \text{解得 } q = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

故选B.

【标注】 【知识点】 离散型随机变量的分布列

13. 下列随机试验的结果，不能用离散型随机变量表示的是（ ）.

- A. 将一枚均匀正方体骰子掷两次，所得点数之和
- B. 某篮球运动员6次罚球中投进的球数
- C. 电视机的使用寿命
- D. 从含有3件次品的50件产品中，任取2件，其中抽到次品的件数

【答案】 C

【解析】 随机取值的变量就是随机变量，随机变量分为离散型随机变量与连续型随机变量两种（变量分为定性和定量两类，其中定性变量又分为分类变量和有序变量；定量变量分为离散型和连续型），随机变量的函数仍为随机变量.

有些随机变量，它全部可能取到的不相同的值是有限个或可列无限多个，这种随机变量称为“离散型随机变量”.

题目中ABD都属于离散型随机变量，而C电视机的使用寿命既非有序变量，又非分类变量.

故选C.

【标注】 【知识点】 离散型随机变量的分布列；离散型随机变量的数学期望

14. 抛掷两枚骰子，取其中一枚的点数为点P的横坐标，另一枚的点数为点P的纵坐标，求连续抛掷这两枚骰子三次，点P在圆 $x^2 + y^2 = 16$ 内的次数X的分布列.

【答案】

X	0	1	2	3
P	$\frac{343}{729}$	$\frac{98}{243}$	$\frac{28}{243}$	$\frac{8}{729}$

【解析】 由题意可知，P点的坐标可能有 $6 \times 6 = 36$ 种情况，而符合题意的只有8种，即

$(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (1, 3), (2, 3), (3, 2)$ ，那么在抛掷骰子时，点P在圆 $x^2 + y^2 = 16$ 内的概率为 $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$.由题意可知 $X \sim B\left(3, \frac{2}{9}\right)$ ，所以

$$\begin{aligned}
 P(X=0) &= C_3^0 \left(\frac{2}{9}\right)^0 \times \left(\frac{7}{9}\right)^3 = \frac{343}{729}; \\
 P(X=1) &= C_3^1 \left(\frac{2}{9}\right)^1 \times \left(\frac{7}{9}\right)^2 = \frac{294}{729} = \frac{98}{243}; \\
 P(X=2) &= C_3^2 \left(\frac{2}{9}\right)^2 \times \left(\frac{7}{9}\right)^1 = \frac{84}{729} = \frac{28}{243}; \\
 P(X=3) &= C_3^3 \left(\frac{2}{9}\right)^3 \times \left(\frac{7}{9}\right)^0 = \frac{8}{729}. \text{ 故得 } X \text{ 的分布列为:}
 \end{aligned}$$

X	0	1	2	3
P	$\frac{343}{729}$	$\frac{98}{243}$	$\frac{28}{243}$	$\frac{8}{729}$

【标注】【知识点】离散型随机变量的数学期望；离散型随机变量的分布列

15. 某大学志愿者协会有6名男生，4名女同学，在这10名同学中，3名同学来自数学学院，其余7名同学来自物理，化学等其他互不相同的七个学院，现从这10名同学中随机抽取3名同学到希望小学进行支教活动（每位同学被选到的可能性相同）。

- (1) 求选出的3名同学是否来自互不相同的学院的概率。
- (2) 设 X 为选出的3名同学中女同学的人数，求随机变量 X 的分布列。

【答案】(1) 选出的3名同学来自互不相同学院的概率为 $\frac{49}{60}$ 。

(2) 随机变量 X 的分布列是

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

【解析】(1) 设“选出的3名同学来自互不相同的学院”为事件 A ，则

$$P(A) = \frac{C_3^1 \cdot C_7^2 + C_3^0 \cdot C_7^3}{C_{10}^3} = \frac{49}{60}.$$

所以，选出的3名同学来自互不相同学院的概率为 $\frac{49}{60}$ 。

(2) 随机变量 X 的所有可能值为0, 1, 2, 3。

$$P(x=k) = \frac{C_4^k \cdot C_6^{3-k}}{C_{10}^3} (k=0, 1, 2, 3).$$

所以，随机变量 X 的分布列是

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

【标注】【知识点】古典概型；离散型随机变量的分布列；超几何分布

