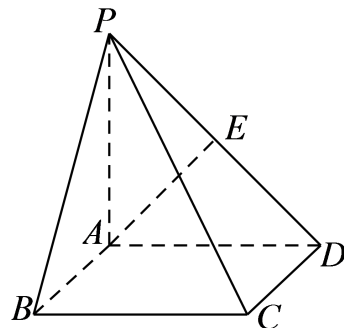


3线面平行与面面平行练习题

|| 线面平行的判定

1. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为矩形， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ， $PA = AD$ ， E 为 PD 中点。



证明： $AB \parallel$ 平面 PCD 。

【答案】（1）证明过程见解析。

【解析】（1）因为底面 $ABCD$ 为矩形，

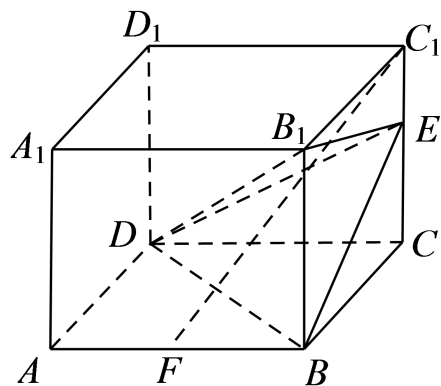
所以 $AB \parallel CD$ 。

又因为 $AB \not\subset$ 平面 PCD ， $CD \subset$ 平面 PCD ，

所以 $AB \parallel$ 平面 PCD 。

【标注】【知识点】线面平行的证明问题；线面垂直的证明问题

2. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB = 3$ ， $CE = 2EC_1$ 。



若 F 是 AB 的中点，求证： $C_1F \parallel$ 平面 BDE 。

【答案】(1) 见解析.

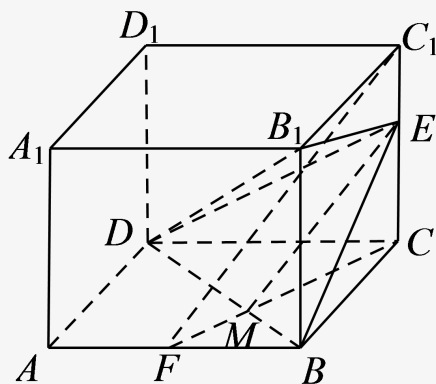
【解析】(1) 连接 CF , 交 BD 于点 M , 连接 ME .

因为 F 是 AB 的中点, 所以 $\frac{MF}{MC} = \frac{BF}{DC} = \frac{1}{2}$.

$\triangle CFC_1$ 中, $\frac{MF}{MC} = \frac{EC_1}{EC} = \frac{1}{2}$, 所以 $EM \parallel C_1F$.

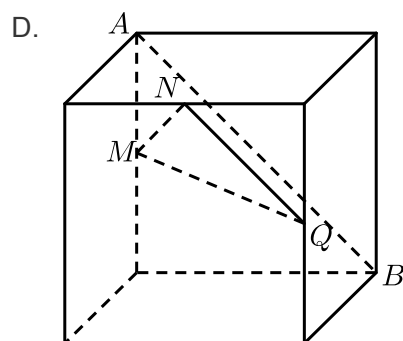
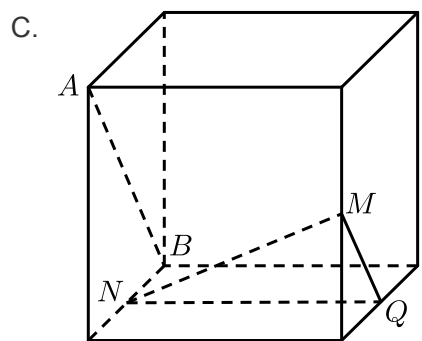
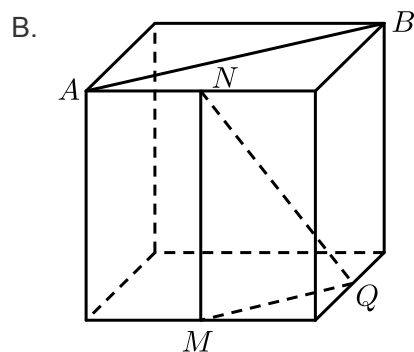
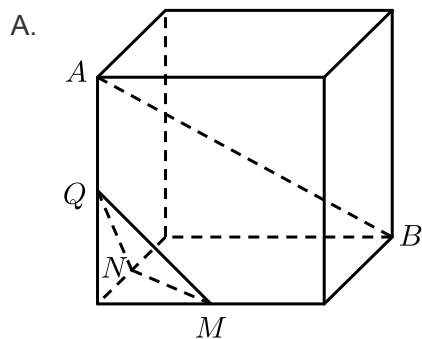
因为 $EM \subset \text{平面}BDE$, $C_1F \not\subset \text{平面}BDE$,

所以 $C_1F \parallel \text{平面}BDE$.



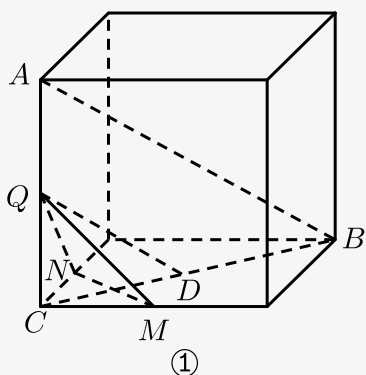
【标注】【知识点】线面平行的证明问题

3. 如图, 在下列四个正方体中, A, B 为正方体的两个顶点, M, N, Q 为所在棱的中点, 则在这四个正方体中, 直线 AB 与平面 MNQ 不平行的是().



【答案】 A

【解析】 A. 作如图①所示的辅助线, 其中 D 为 BC 的中点, 则 $QD \parallel AB$,

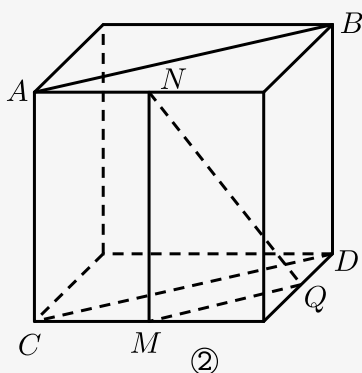


$\therefore QD \cap \text{平面} MNQ = Q$,

$\therefore QD$ 与平面 MNQ 相交,

$\therefore$ 直线 AB 与平面 MNQ 不平行, 故A符合题意;

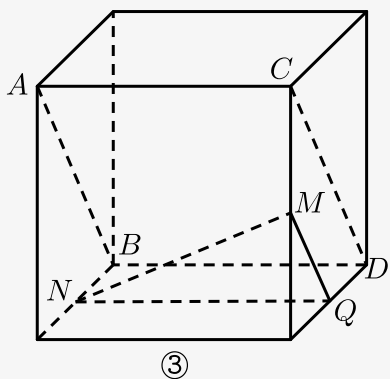
B. 作如图②所示的辅助线, 则 $AB \parallel CD$, $CD \parallel MQ$,



$\therefore AB \parallel MQ$. 又 $AB \not\subset \text{平面} MNQ$, $MQ \subset \text{平面} MNQ$,

$\therefore AB \parallel \text{平面} MNQ$, 故B不符合题意;

C. 作如图③所示的辅助线, 则 $AB \parallel CD$, $CD \parallel MQ$,

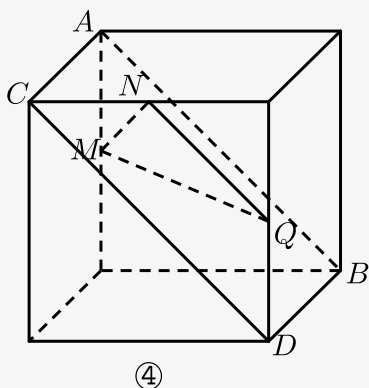


$\therefore AB \parallel MQ$,

又 $AB \not\subset \text{平面} MNQ$, $MQ \subset \text{平面} MNQ$,

$\therefore AB \parallel \text{平面} MNQ$, 故C不符合题意;

D. 作如图④所示的辅助线, 则 $AB \parallel CD$, $CD \parallel NQ$,



$\therefore AB \parallel NQ$,

又 $AB \not\subset$ 平面 MNQ , $NQ \subset$ 平面 MNQ ,

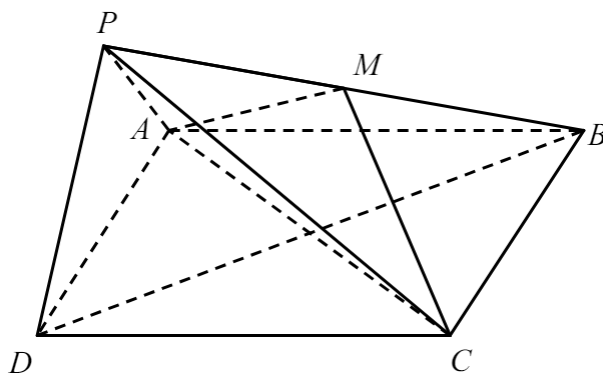
$\therefore AB \parallel$ 平面 MNQ , 故D不符合题意.

故选A.

【标注】【知识点】直线和平面平行的判定；线面平行的证明问题

|| 线面平行的性质

4. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, 点 M 在线段 PB 上, $PD \parallel$ 平面 MAC , $PA = PD = \sqrt{6}$, $AB = 4$.



求证: M 为 PB 的中点.

【答案】(1) 答案见解析.

【解析】(1) 取 AC 、 BD 交点为 N , 连结 MN .

$\because PD \parallel$ 面 MAC

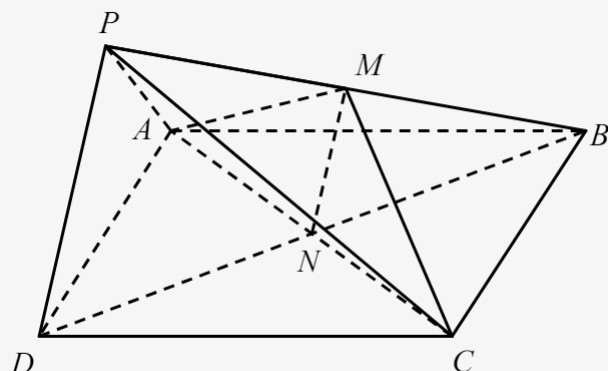
$PD \subset$ 面 PBD

面 $PBD \cap$ 面 $MAC = MN$

$$\therefore PD \parallel MN$$

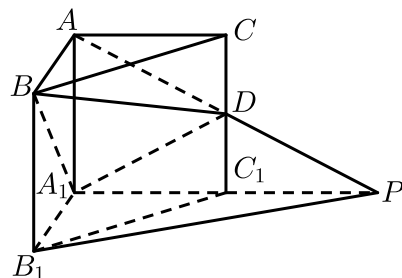
$\therefore$ 在 $\triangle PBD$ 中, N 为 BD 中点

$\therefore M$ 为 PB 中点



【标注】【知识点】向量法解决二面角问题；向量法解决空间中的平行问题；向量法解决线面角问题；直线和平面平行的判定；平行的探索性问题

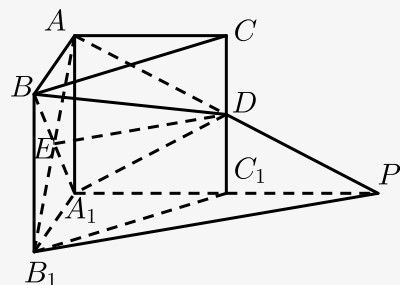
5. 如图：在直棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC = AA_1 = 1$, D 是棱 CC_1 上一点, P 是 AD 的延长线与 A_1C_1 的延长线的交点, 且 $PB_1 \parallel$ 平面 BDA_1 .



求证: $CD = C_1D$.

【答案】 (1) 证明见解析.

【解析】 (1) 连接 AB , 设 $AB_1 \cap A_1B = E$, 连 ED ,



$\therefore PB_1 \parallel$ 面 BDA_1 , $PB_1 \subset$ 面 APB_1 ,

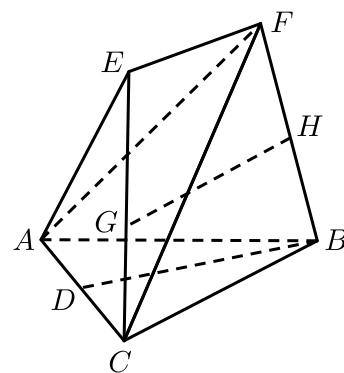
而 $APB_1 \cap$ 面 $BDA_1 = ED$,

$$\begin{aligned}
 &\therefore PB_1 // ED, \\
 &\therefore AE = EB_1, \\
 &\therefore AD = DP, \\
 &\therefore AC // A_1P, \\
 &\therefore CD = DC_1.
 \end{aligned}$$

【标注】【知识点】线线平行的证明问题；向量法解决二面角问题

|| 线面平行综合

6. 在如图所示的几何体中， D 是 AC 的中点， $EF // DB$ 。已知 G, H 分别是 EC 和 FB 的中点，求证： $GH // \text{平面} ABC$ 。

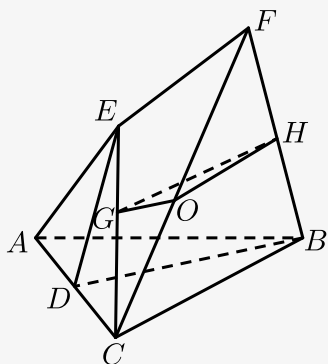


【答案】证明见解析。

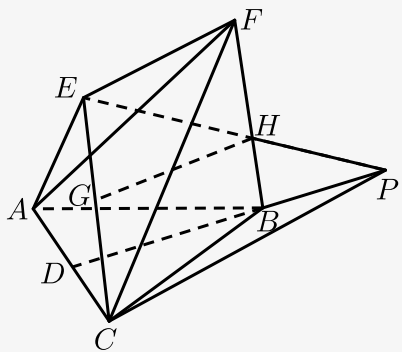
【解析】方法一：证明：已知 G, H 分别是 EC 和 FB 的中点，再取 CF 的中点 O ，
 则 $OG // EF$ ， $\therefore EF // BD$ ， $\therefore OG // BD$ ，而 $BD \subset \text{平面} ABC$ ， $OG \not\subset \text{平面} ABC$ ，
 $\therefore OG // \text{平面} ABC$ 。

同理， $OH // BC$ ，而 $BC \subset \text{平面} ABC$ ， $\therefore OH // \text{平面} ABC$ 。

$\therefore OG \cap OH = O$ ， $\therefore \text{平面} OGH // \text{平面} ABC$ ， $\therefore GH // \text{平面} ABC$ 。



方法二：连接 EH 并延长，交 DB 的延长线于点 P 连接 CP ，

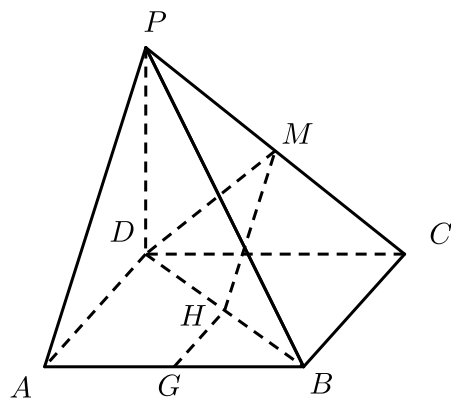


$\therefore EF \parallel DB$, 即 $EF \parallel BP$, 又 H 是 FB 的中点,
 $\therefore H$ 是 PE 的中点,
 又 G 是 CE 的中点,
 $\therefore GH \parallel CP$,
 又 $GH \not\subset$ 平面 ABC , $CP \subset$ 平面 ABC ,
 $\therefore GH \parallel$ 平面 ABC .

【标注】【知识点】棱柱、棱锥、棱台的结构特征；平面图形、空间几何体的直观图认识；直线和平面平行的判定；线面平行的证明问题

面面平行的判定

7. 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为平行四边形， M 为 PC 的中点， H 为 BD 中点， G 为 AB 中点。



求证：面 $GHM \parallel$ 平面 PAD 。

【答案】 (1) 证明见解析。

【解析】 (1) 连接 AC ，交 BD 于点 H ，连接 MH 。



又 $\because M$ 为 PC 的中点.

可得 $MH \parallel PA$.

$\therefore H$ 为 BD 中点, G 为 AB 中点,

$$\therefore GH \parallel AD .$$
$$\because MH \subset \text{面}GHM, GH \subset \text{面}GHM,$$
$$PA \subset \text{面}GHM, AD \subset \text{面}GHM,$$
$$AD \cap PD = D, HM \cap GH = H,$$
 $\therefore$ 面 $GHM \parallel$ 平面 PAD .
$$\therefore MH \parallel \text{平面} PAD, GH \parallel \text{平面} PAD,$$
$$\because MH \subset \text{面} GHM, GH \subset \text{面} GHM, \text{ 且 } MH \cap GH = H,$$

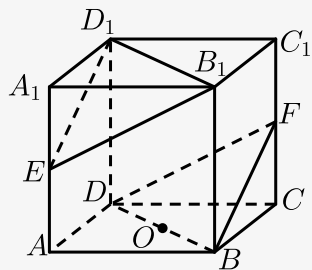
$\therefore$ 平面 $GHM \parallel$ 平面 PAD .

8. 在棱长为2的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别为 AA_1, CC_1 的中点.



8

【解析】(1) 连接 BD, FD ,



$$\therefore BD \parallel B_1D_1.$$

$$\text{又} \because D_1E \parallel BF,$$

$$\text{且 } B_1D_1 \cap D_1E = D_1,$$

$$BD \cap BF = B,$$

$$\text{且 } B_1D_1 \subset \text{平面 } B_1D_1E, D_1E \subset \text{平面 } B_1D_1E,$$

$$BD \subset \text{平面 } BDF, BF \subset \text{平面 } BDF,$$

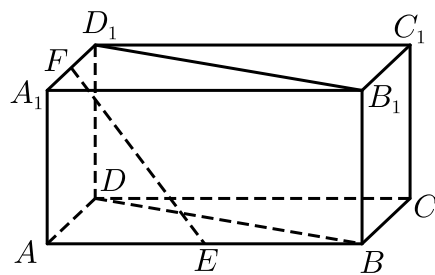
$\therefore$ 由面面平行的判定定理知:

$$\text{平面 } BFD \parallel \text{平面 } B_1D_1E.$$

【标注】【知识点】点、直线、平面之间的位置关系；线面平行的证明问题；直线和平面平行的判定；面面平行的证明问题；平面和平面平行的判定；几何法求空间角

|| 面面平行的性质

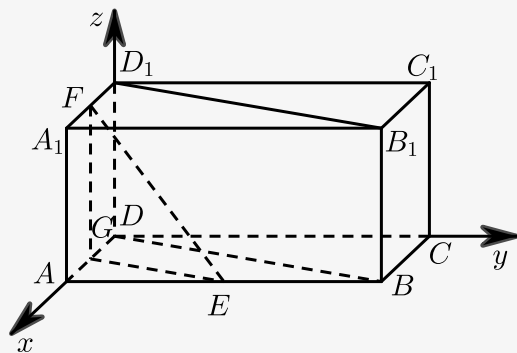
9. 已知长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AD = 2$, $AB = 4$, $AA_1 = 3$, E, F 分别是棱 AB, A_1D_1 的中点.



求证: 直线 $EF \parallel$ 平面 BB_1D_1D .

【答案】(1) 证明见解析.

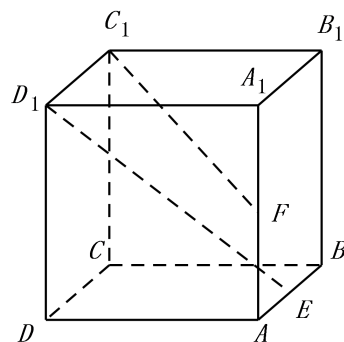
【解析】(1) 取 AD 中点 G , 连结 EG, FG ,



$\because E, F$ 分别是 AB, A_1D_1 的中点 ,
 $\therefore FG \parallel DD_1, EG \parallel BD$,
 $\because EG \cap FG = G, DD_1 \cap DB = D$,
 $\therefore$ 平面 $EFG \parallel$ 平面 BB_1D_1D ,
 $\therefore$ 直线 $EF \parallel$ 平面 BB_1D_1D .

【标注】 【知识点】 向量法解决线面角问题；向量法解决空间中的平行问题；平面和平面平行的性质；线面平行的证明问题

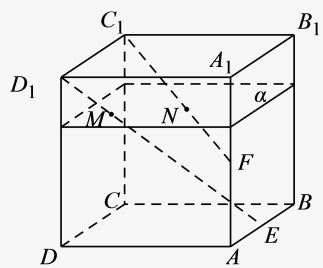
10. 已知点 E, F 分别是正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱 AB, AA_1 的中点，点 M, N 分别是线段 D_1E 与 C_1F 上的点，则与平面 $ABCD$ 平行的直线 MN 有 () .



- A. 0条 B. 1条 C. 2条 D. 无数条

【答案】 D

【解析】 如图，做平面 $\alpha \parallel$ 平面 $ABCD$ ， $\alpha \cap D_1E = M$ ， $C_1F \cap \alpha = N$ ，当 α 移动时知，这样的 MN 有无数条 .



【标注】【知识点】平行的探索性问题