

1空间几何体练习题

|| 空间几何体的概念与性质

1. 下列命题中正确的是（ ）.

- A. 有两个面平行，其余各面都是四边形的几何体叫棱柱
- B. 有两个面平行，其余各面都是平行四边形的几何体叫棱柱
- C. 有两个面平行，其余各面都是四边形，并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行的几何体叫棱柱
- D. 用一个平面去截棱锥，底面和截面之间的部分组成的几何体叫棱台

【答案】 C

【解析】 对于A，它的每相邻两个四边形的公共边不一定互相平行，故错；
对于B，也是它的每相邻两个四边形的公共边不一定互相平行，故错；
对于C，它符合棱柱的定义，故对；
对于D，它的截面与底面不一定互相平行，故错．

【标注】【知识点】棱柱、棱锥、棱台的结构特征；空间几何体概念辨析问题

2. 下列说法正确的是（ ）.

- A. 棱柱的底面一定是平行四边形
- B. 底面是矩形的平行六面体是长方体
- C. 棱锥的底面一定是三角形
- D. 棱柱被平面分成的两部分可以都是棱柱

【答案】 D

【解析】 A选项：三棱柱底面为三角形，故A错误；
B选项：底面为矩形，侧面为平行四边形，可为斜棱柱，故B错误；
C选项：四棱锥底面为四边形，故C错误；
D选项：以平行底面平面棱锥，分为2个棱柱，故D正确；
故选 D．

【标注】【知识点】空间几何体概念辨析问题；棱柱、棱锥、棱台的结构特征

3. 一个棱柱是正四棱柱的条件是（ ）.

- A. 底面是正方形，有两个侧面是矩形
- B. 底面是正方形，有两个侧面垂直于底面
- C. 底面是菱形，且有一个顶点处的三条棱两两垂直
- D. 每个侧面都是全等矩形的四棱柱

【答案】 C

【解析】 底面的菱形，且有一个顶点处的三条棱两两垂直，说明底面是正方形，侧棱垂直于底面，正确．

【标注】【知识点】空间几何体的概念

4. 斜四棱柱的侧面最多可有几个面是矩形（ ）．

- A. 0个
- B. 1个
- C. 2个
- D. 3个

【答案】 C

【解析】 侧面最多有两个相对的面是矩形．

【标注】【知识点】棱柱、棱锥、棱台的结构特征；空间几何体概念辨析问题

5. 设 $M = \{\text{正四棱柱}\}$ ， $N = \{\text{长方体}\}$ ， $P = \{\text{直四棱柱}\}$ ， $Q = \{\text{正方体}\}$ ，则这些集合间的关系是（ ）．

- A. $M \supseteq P \supseteq N \supseteq Q$
- B. $Q \subseteq N \subseteq M \subseteq P$
- C. $Q \supseteq N \supseteq M \supseteq P$
- D. $Q \subseteq M \subseteq N \subseteq P$

【答案】 D

【解析】 直四棱柱的底面如果是矩形就是长方体；长方体的底面如果是正方形就是正四棱柱；正四棱柱的侧面如果是正方形就是正方体，故选D．

【标注】【知识点】棱柱、棱锥、棱台的结构特征

6. 下列关于棱柱与棱锥的命题，其中真命题的序号是 _____ ．

- ①棱长相等的直四棱柱是正方体；

- ②若有两个侧面垂直于底面，则该四棱柱为直四棱柱；
- ③若两个过相对棱的截面都垂直于底面，则该四棱柱为直四棱柱；
- ④若侧面两两全等，则该四棱柱为直四棱柱；
- ⑤若四棱柱的四条体对角线两两相等，则该四棱柱为直四棱柱；
- ⑥若底面是正方形，且有两个侧面垂直于底面，则该四棱柱为正四棱柱；
- ⑦若每个侧面都是全等的矩形，则该四棱柱为正四棱柱；
- ⑧若底面是正方形，且有一个顶点处的三条棱两两垂直，则该四棱柱为正四棱柱；
- ⑨棱锥被平面分成的两部分不可能都是棱锥；
- ⑩有一个面是多边形，其余各面都是三角形的几何体是棱锥．

【答案】 ③⑤⑧

【解析】 ①不正确，底面可能不是正方形，是菱形；

②不正确，相对的两个侧面垂直于底面不能得到直四棱柱；

③正确；

④不正确，底面是菱形，其中一个对角面垂直于底面；

⑤正确；

⑥不正确，两个相对的侧面垂直于底面不能得到正四棱柱；

⑦不正确，底面是菱形的直四棱柱满足题意；

⑧正确；

⑨不正确，若这个平面正好过棱锥的顶点，可以将一个棱锥分成两个小棱锥；

⑩不正确，将两个相同棱锥的底面重合即可．

【标注】【知识点】空间几何体概念辨析问题；棱柱、棱锥、棱台的结构特征

7. 下面的描述中，不正确的是（ ）．

- A. 三棱锥有四个面是三角形
- B. 棱锥都有两个面是互相平行的多边形
- C. 棱锥的侧面都是三角形
- D. 棱锥的侧棱交于一点

【答案】 B

【解析】 棱锥的任意两个面都是相交的．

【标注】【知识点】棱柱、棱锥、棱台的结构特征；空间几何体概念辨析问题

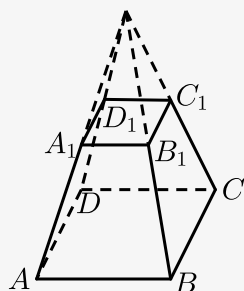
8. 下列三个命题中，正确的有：（ ）

①用一个平面去截棱锥，棱锥底面和截面之间的部分是棱台；②两个底面平行且相似，其余各面都是梯形的多面体是棱台；③有两个面互相平行，其余各面都是等腰梯形的六面体是棱台．

- A. 0个 B. 1个 C. 2个 D. 3个

【答案】 A

【解析】 ①中的平面不一定平行于底面；②③可用下图去检验，故不正确．



【标注】【知识点】棱柱、棱锥、棱台的结构特征

9. 下列说法不正确的是（ ）．

- A. 圆柱沿母线展开的侧面展开图是一个矩形
B. 圆锥的轴截面是一个等腰三角形
C. 直角三角形绕它的一条边旋转一周形成的曲面围成的几何体是圆锥
D. 圆台平行于底面的截面是圆面

【答案】 C

【解析】 A 选项：圆柱的侧面积是矩形，故A正确；

B 选项：圆锥的轴截面是等腰三角形，故B正确；

C 选项：直角三角形应绕直角边旋转形成圆锥，故C错误；

D 选项：圆台平行于底面的面是圆，故D正确．

故选 C．

【标注】【知识点】圆柱、圆锥、圆台和球的结构特征；空间几何体概念辨析问题

|| 空间几何体的表面积与体积

10. 将一个正方形绕着它的一边所在的直线旋转一周，所得几何体的体积为 $27\pi\text{cm}^3$ ，则该几何体的侧面积为 cm^2 ．

【答案】 18π

【解析】 将一个正方形绕着它的一边所在的直线旋转一周，所得几何体是圆柱体，

设正方形的边长为 $a\text{cm}$ ，则圆柱体的体积为

$$V = \pi a^2 \cdot a = 27\pi,$$

解得 $a = 3\text{cm}$ ；

$\therefore$ 该圆柱的侧面积为 $S = 2\pi \times 3 \times 3 = 18\pi\text{cm}^2$.

故答案为： 18π .

【标注】 【知识点】 空间几何体的表面积

11. 已知圆柱的上、下底面的中心分别为 O_1, O_2 ，过直线 O_1O_2 的平面截该圆柱所得的截面是面积为8的正方形，则该圆柱的表面积为（ ） .

A. $12\sqrt{2}\pi$

B. 12π

C. $8\sqrt{2}\pi$

D. 10π

【答案】 B

【解析】 设圆柱的底面直径为 $2R$ ，则高为 $2R$ ，

圆柱的上、下底面的中心分别为 O_1, O_2 ，

过直线 O_1O_2 的平面截该圆柱所得的截面是面积为8的正方形，

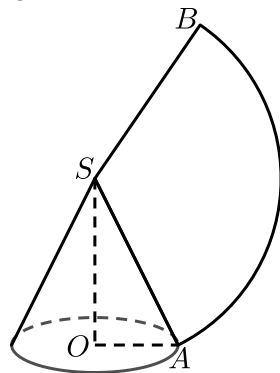
可得： $4R^2 = 8$ ，解得 $R = \sqrt{2}$ ，

则该圆柱的表面积为： $\pi \cdot (\sqrt{2})^2 \times 2 + 2\sqrt{2}\pi \times 2\sqrt{2} = 12\pi$.

故选B .

【标注】 【知识点】 空间几何体的表面积

12. 如图所示，圆锥 SO 的底面圆半径 $|OA| = 1$ ，其侧面展开图是一个圆心角为 $\frac{2\pi}{3}$ 的扇形 .



(1) 求此圆锥的表面积 .

(2) 求此圆锥的体积.

【答案】 (1) 圆锥的表面积 = 4π

(2) 圆锥的体积 $V = \frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$.

【解析】 (1) 因为 $|OA| = 1$, 所以底面圆周长为 2π ,

所以底面圆的面积为 π ,

所以弧 AB 长为 2π ,

又因为 $\angle BSA = \frac{2\pi}{3}$, 则有 $SA \cdot \frac{2\pi}{3} = 2\pi$, 所以 $SA = 3$.

扇形 ASB 的面积为 $S = \frac{1}{2} \times 2\pi \times 3 = 3\pi$,

所以圆锥的表面积 = $\pi + 3\pi = 4\pi$

(2) 在 $\text{Rt}\triangle SOA$ 中, $|OA| = 1, h = SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = 2\sqrt{2}$,

所以圆锥的体积 $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$.

【标注】【知识点】组合体求体积、表面积问题；空间几何体的体积；空间几何体的表面积

【素养】直观想象

13. 若圆锥的侧面展开图的圆心角是 120° , 半径为 1 的扇形, 则这个圆锥的表面积和侧面积的比值是 _____.

【答案】 $\frac{4}{3}$

【解析】 由题意可知, 圆锥的侧面积 $S_1 = \frac{1}{2}|\alpha|r^2 = \frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{3} \times 1^2 = \frac{\pi}{3}$,

底面周长 = $\frac{2\pi}{3}$, 因此底面半径 = $\frac{1}{3}$, 底面积 $S_2 = \frac{\pi}{9}$,

所以该圆锥的表面积 $S = S_1 + S_2 = \frac{4\pi}{9}$,

圆锥的表面积和侧面积的比值是 $\frac{S}{S_1} = \frac{4}{3}$, 故答案为: $\frac{4}{3}$.

【标注】【知识点】空间几何体的表面积；组合体求体积、表面积问题；圆柱、圆锥、圆台和球的结构特征

14. 若圆锥的侧面积为 2π , 底面积为 π , 则该圆锥的体积为 _____.

【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$

【解析】 由题意, 设圆锥底面半径为 r , 母线长为 l ,

则 $\pi r^2 = \pi$, $r = 1$, $\pi r l = 2\pi$, $l = 2$,

所以圆锥的高为 $\sqrt{4-1} = \sqrt{3}$, 所以体积为 $V = \frac{1}{3}\pi\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi$.

【标注】【知识点】空间几何体的体积

15. 完成下列各题：

- (1) 若将一个棱长为 a 的正方体, 切成八个全等的小正方体, 则表面积增加了 _____.
- (2) 已知一个圆柱的底面半径和高相等, 且体积为 1000π , 那么此圆柱的侧面积 S 等于 _____.
- (3) 等体积的球和正方体, 表面积的大小关系是 $S_{\text{球}}$ _____ $S_{\text{正方体}}$ (填“<”, “>”或“=”).
- (4) 已知圆锥的侧面展开图是一个半圆, 且圆锥体积为 $\frac{8\sqrt{3}}{3}\pi$, 则这个圆锥的表面积为 _____.

【答案】 (1) $6a^2$

(2) 200π

(3) <

(4) 12π

【解析】 (1) $\left(\frac{a}{2}\right)^2 \times 6 \times 8 - 6a^2 = 6a^2$.

(2) 设底面半径为 r , 则 $V = \pi r^2 \cdot r = 1000\pi$, 则 $r = 10$, 所以 $S = 2\pi r \cdot r = 200\pi$.

(3) $\frac{4\pi}{3}R^3 = a^3$, 即 $a = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{\frac{1}{3}}R$, $S_{\text{球}} = 4\pi R^2$, $S_{\text{正方体}} = 6a^2 = 6\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{\frac{2}{3}}R^2$,
即比较 4π 与 $6\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{\frac{2}{3}}$ 的大小, 即 $(4\pi)^3$ 与 $216\left(\frac{4\pi}{3}\right)^2$ 的大小, 即 64π 与 24×16 ,
所以正方体表面积大.

(或由等周问题: 表面积相等时, 球的体积最大, 所以体积相等时, 球的表面积最小)

(4) 设圆锥的底面半径为 r , 高为 h , 则体积为 $\frac{\pi}{3}r^2h = \frac{8\sqrt{3}}{3}\pi$, 展开后的半圆的半径为 $\sqrt{r^2 + h^2}$,
于是半圆弧长为 $\pi\sqrt{r^2 + h^2} = 2\pi r$, 由上述两个方程可解得 $r = 2$, $h = 2\sqrt{3}$,
从而圆锥的表面积为: $\frac{\pi}{2}(r^2 + h^2) + \pi r^2 = 12\pi$.

【标注】【知识点】空间几何体的表面积; 空间几何体的体积; 组合体求体积、表面积问题

直观图

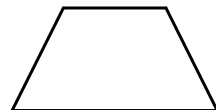
16. 如图, $\triangle O'A'B'$ 是水平放置的 $\triangle OAB$ 的直观图, 则 $\triangle OAB$ 的面积为 _____.

∴点 P' 在直角坐标系 xOy 中的坐标为 $(2\sqrt{2}, \sqrt{2})$.

故选C .

【标注】【知识点】斜二测画法

18. 如图所示，一个水平放置的平面图形的斜二测直观图是一个底角为 45° ，腰和上底长均为1的等腰梯形，则这个平面图形的面积是（ ） .



A. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $1 + \sqrt{2}$

D. $2 + \sqrt{2}$

【答案】 D

【解析】 ∵平面图形的直观图是一个底角为 45° ，

腰和上底长均为1的等腰梯形，

∴平面图形为直角梯形，

且直角腰长为2，上底边长为1，

∴梯形的下底边长为 $1 + \sqrt{2}$ ，

∴平面图形的面积：

$$S = \frac{1 + 1 + \sqrt{2}}{2} \times 2 = 2 + \sqrt{2} .$$

故选D .

【标注】【知识点】斜二测画法