

A. $\frac{\pi}{2}$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\frac{\pi}{6}$

【答案】 B**【解析】**

根据余弦定理： $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{2^2 + 1^2 - (\sqrt{3})^2}{2 \times 2 \times 1} = \frac{1}{2}$ ，解得 $A = \frac{\pi}{3}$ ，故选B

【标注】【知识点】SSS类三角形（利用余弦定理）

4. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，若 $a = \sqrt{6}, b = \sqrt{2}, A = \frac{\pi}{3}$ ，则边 c 的值为（ ）。

A. 2

B. $2\sqrt{2}$

C. $\sqrt{3}$

D. $\sqrt{3} + 1$

【答案】 B**【解析】**

$$\begin{aligned} \frac{a}{\sin A} &= \frac{b}{\sin B}, \\ \therefore \frac{\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} &= \frac{\sqrt{2}}{\sin B}, \\ \therefore \sin B &= \frac{1}{2}, \\ \because b &< a, \\ \therefore \angle B &= \angle A = \frac{\pi}{3}, \\ \therefore B &= 30^\circ, \\ \therefore C &= 90^\circ, \\ \therefore c^2 &= a^2 + b^2 = 6 + 2 = 8, \\ \therefore c &= 2\sqrt{2}. \end{aligned}$$

【标注】【知识点】正余弦定理综合求解边角；正弦定理

5. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对边分别是 a, b, c ，若 $a = 3, b = \sqrt{3}, A = \frac{\pi}{3}$ ，则 $B =$ （ ）。

A. $\frac{\pi}{6}$

B. $\frac{5\pi}{6}$

C. $\frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{5\pi}{6}$

D. $\frac{2\pi}{3}$

【答案】 A**【解析】** $\because a = 3, b = \sqrt{3}, A = \frac{\pi}{3}$,

【标注】 【知识点】 SSA类三角形（利用正弦定理）

- 【答案】 C

故选C.

【标注】【知识点】正余弦定理综合求解边角；正弦定理

- 3

【答案】D

【解析】由正弦定理知, $\frac{2\sin^2 B - \sin^2 A}{\sin^2 A} = \frac{2b^2 - a^2}{a^2} = \frac{2b^2}{a^2} - 1$,

又知 $3a = 2b$, 所以 $a = \frac{2}{3}b$,

$$\text{故 } \frac{2b^2}{a^2} - 1 = \frac{2b^2}{\frac{4}{9}b^2} - 1 = \frac{7}{2}.$$

故选D.

【标注】【知识点】正弦定理

8. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A 、 B 、 C 对边分别为 a 、 b 、 c , $A = 60^\circ$, $b = 1$, 这个三角形的面积为 $\sqrt{3}$, 则 $\triangle ABC$ 外接圆的直径是().

A. $\sqrt{39}$

B. $\frac{\sqrt{39}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{39}}{6}$

D. $\frac{2\sqrt{39}}{3}$

【答案】D

【解析】 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A = \sqrt{3}$ 且 $b = 1$, $A = 60^\circ$,

$$\therefore c = 4,$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 13,$$

$$\therefore a = \sqrt{13},$$

$$\therefore 2R = \frac{a}{\sin A} = \frac{2\sqrt{39}}{3}.$$

【标注】【知识点】三角形外接圆相关问题; SAS类三角形(利用余弦定理)

9. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $b = 6$, $c = 10$, $B = 30^\circ$, 则解此三角形的结果有().

A. 无解

B. 一解

C. 两解

D. 一解或两解

【答案】C

【解析】由正弦定理知 $\sin C = \frac{c \cdot \sin B}{b} = \frac{5}{6}$, 又由 $c > b > c \sin B$ 知, C 有两解. 也可依已知条件, 画出 $\triangle ABC$, 由图知有两解.

【标注】【知识点】三角形解的个数判断

10. 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = 2\sqrt{3}$, $AC = 2$, $S_{\triangle ABC} = \sqrt{6}$, 则 $\angle C$ 等于().

A. $\frac{\pi}{4}$
C. $\frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{3\pi}{4}$

B. $\frac{\pi}{3}$
D. $\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$

【答案】 C

【解析】 $\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AC \cdot \sin C = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 2 \cdot \sin C = \sqrt{6}$,
 $\therefore \sin C = \frac{\sqrt{2}}{2}$,
 $\because 0 < \angle C < \pi$,
 $\therefore \angle C = \frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{3\pi}{4}$.

【标注】 【知识点】 三角形面积公式

二、解答题

11. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\sqrt{3}a \cdot \sin C = c \cdot \sin 2A$.

(1) 求 $\angle A$ 的大小 .

(2) 若 $a = \sqrt{7}$, $b = 2\sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 .

【答案】 (1) $\frac{\pi}{6}$.

(2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

【解析】 (1) 因为 $\sqrt{3}a \cdot \sin C = c \cdot \sin 2A$,

所以 $\sqrt{3} \frac{a}{c} \cdot \sin C = 2 \sin A \cos A$.

在 $\triangle ABC$ 中, 由正弦定理得 $\sqrt{3} \frac{\sin A}{\sin C} \cdot \sin C = 2 \sin A \cos A$.

所以 $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

因为 $0 < A < \pi$,

所以 $A = \frac{\pi}{6}$.

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理得 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$, 所以

$(\sqrt{7})^2 = (2\sqrt{3})^2 + c^2 - 2(2\sqrt{3}) \cdot c \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$, 整理得 $c^2 - 6c + 5 = 0$, 解得 $c = 1$
 , 或 $c = 5$, 均适合题意 .

当 $c = 1$ 时, $\triangle ABC$ 的面积为 $S = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

当 $c = 5$ 时, $\triangle ABC$ 的面积为 $S = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

【标注】【知识点】SSA类三角形（利用余弦定理）；三角形面积公式

12. 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边, $a = \sqrt{3}b \sin A - a \cos B$.

(1) 求角 B 的值.

(2) 若 $b = 2$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 求 a, c .

【答案】(1) $B = 60^\circ$.

(2) $a = c = 2$.

【解析】(1) $\because a = \sqrt{3}b \sin A - a \cos B$,

$$\therefore \sin A = \sqrt{3} \sin B \sin A - \sin A \cos B,$$

$$\because A \in (0, \pi),$$

$$\therefore \sin A \neq 0,$$

$$\therefore 1 = \sqrt{3} \sin B - \cos B,$$

$$\therefore 2 \sin(B - 30^\circ) = 1,$$

$$\therefore \sin(B - 30^\circ) = \frac{1}{2},$$

$$\therefore B - 30^\circ = 30^\circ, \text{ 或 } 150^\circ,$$

$$\therefore B = 60^\circ \text{ 或 } 180^\circ \text{ (舍)},$$

$$\therefore B = 60^\circ.$$

$$(2) \because S_{\triangle ABC} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \frac{1}{2}ac \sin B = \sqrt{3},$$

$$\therefore \frac{1}{2}ac \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3},$$

$$ac = 4,$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B,$$

$$4 = (a + c)^2 - 2ac - ac,$$

$$\therefore (a + c)^2 = 16,$$

$$\therefore a + c = 4,$$

$$\therefore a, c \text{ 为方程 } x^2 - 4x + 4 = 0 \text{ 的 2 根},$$

$$\therefore a = c = 2.$$

【标注】【知识点】三角形面积公式；余弦定理；正余弦定理综合求解边角；正弦定理

13. 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 所对的边, 且 $a \sin B = \sqrt{3}b \cos A$.

(1) 求 A .

(2) 若 $a = \sqrt{3}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 求 $b + c$ 的值 .

【答案】 (1) $A = \frac{\pi}{3}$.

(2) $b + c = 3$.

【解析】 (1) 由正弦定理得 :

$$\sin A \cdot \sin B = \sqrt{3} \sin B \cos A ,$$

$$\because B \neq 0 ,$$

$$\therefore \sin B \neq 0 ,$$

$$\therefore \sin A = \sqrt{3} \cos A ,$$

$$\therefore \tan A = \sqrt{3} .$$

$$\therefore A = \frac{\pi}{3} .$$

(2) 由题意得 $\frac{1}{2}bc \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

$$\text{解得 } bc = 2 ,$$

$$\text{由余弦定理得 } b^2 + c^2 - 2bc \cos A = a^2 ,$$

$$b^2 + c^2 - bc = 3 ,$$

$$b^2 + c^2 + 2bc = 3 + 3bc = 9 ,$$

$$\therefore (b + c)^2 = 9 ,$$

$$\therefore b + c = 3 .$$

【标注】【知识点】正弦定理；正余弦定理综合求解边角；余弦定理