

2020河西高二上期末

一、单选

1 数列 $-\frac{1}{5}, \frac{1}{7}, -\frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \dots$ 的通项公式可能是 $a_n = (\quad)$.

A. $\frac{(-1)^n}{3n+2}$

B. $\frac{(-1)^{n-1}}{2n+3}$

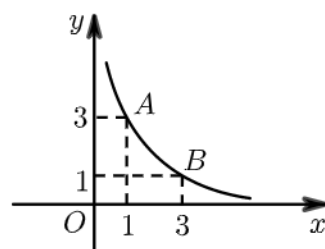
C. $\frac{(-1)^n}{2n+3}$

D. $\frac{(-1)^{n-1}}{3n+2}$

答案 C

解析 $\because a_1 = -\frac{1}{5} = (-1)^1 \cdot \frac{1}{2 \times 1 + 3}$,
 $a_2 = \frac{1}{7} = (-1)^2 \cdot \frac{1}{2 \times 2 + 3}$,
 $a_3 = -\frac{1}{9} = (-1)^3 \cdot \frac{1}{2 \times 3 + 3}$,
 $a_4 = \frac{1}{11} = (-1)^4 \cdot \frac{1}{2 \times 4 + 3}$,
 $\therefore a_n = (-1)^n \cdot \frac{1}{2n+3}$.
 故选C.

2 如图, 函数 $y = f(x)$ 在 A, B 两点间的平均变化率是 $(\quad)$.



A. 1

B. -1

C. 2

D. -2

答案 B

解析 由图可知 $f(3) = 1$, $f(1) = 3$, 所以 $f(3) - f(1) = 1 - 3 = -2$,
 所以函数 $y = f(x)$ 在 A, B 两点间的平均变化率是 $\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = -1$. 故选B.

3 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n + \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$, 则 $a_n =$ () .

- A. $2 + \ln n$ B. $2 + (n-1) \ln n$ C. $2 + n \ln n$ D. $1 + n + \ln n$

答案 A

解析 方法一: 由 $a_{n+1} = a_n + \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$, 得 $a_{n+1} - a_n = \ln \frac{n+1}{n} = \ln(n+1) - \ln n$.

$$\text{则 } a_n = a_1 + (a_2 - a_1) + (a_3 - a_2) + \cdots + (a_n - a_{n-1})$$

$$= 2 + (\ln 2 - \ln 1) + (\ln 3 - \ln 2) + \cdots + [\ln n - \ln(n-1)] = 2 + \ln n.$$

方法二: $a_{n+1} = a_n + \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right) = a_n + \ln(n+1) - \ln n$, 即 $a_{n+1} - a_n = \ln(n+1) - \ln n$,

$$a_n - a_{n-1} = \ln n - \ln(n-1), \dots, a_2 - a_1 = \ln 2 - \ln 1,$$

$$a_n = (a_n - a_{n-1}) + (a_{n-1} - a_{n-2}) + \cdots + (a_2 - a_1) + a_1,$$

将其相加得到 $a_n = \ln n + a_1 = 2 + \ln n (n \geq 2)$,

此式对 $n=1$ 也成立, $\therefore a_n = 2 + \ln n$.

方法三: $\because a_{n+1} = a_n + \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$, $\therefore$ 当 $n \geq 2$ 时,

$$a_n = a_n - a_{n-1} + a_{n-1} - a_{n-2} + a_{n-2} - \cdots + a_2 - a_1 + a_1$$

$$= \ln\left(1 + \frac{1}{n-1}\right) + \ln\left(1 + \frac{1}{n-2}\right) + \cdots + \ln\left(1 + \frac{1}{1}\right) + 2$$

$$= \ln\left(\frac{n}{n-1} \cdot \frac{n-1}{n-2} \cdots \frac{2}{1}\right) + 2$$

$$= 2 + \ln n,$$

又 $\because 2 + \ln 1 = 2 = a_1$, $\therefore a_n = 2 + \ln n (n \in \mathbf{N}^*)$.

故选A.

4 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 若 $\frac{a_{11}}{a_{10}} < -1$, 且它们的前 n 项和 S_n 有最大值, 则使得 $S_n > 0$ 的 n 的最大值为 () .

- A. 11 B. 19 C. 20 D. 21

答案 B

解析 由 $\frac{a_{11}}{a_{10}} < -1$ 可得 $\frac{a_{11} + a_{10}}{a_{10}} < 0$,

由它们的前 n 项和 S_n 有最大值, 可得数列的 $d < 0$,

$$\therefore a_{10} > 0, a_{11} + a_{10} < 0, a_{11} < 0,$$

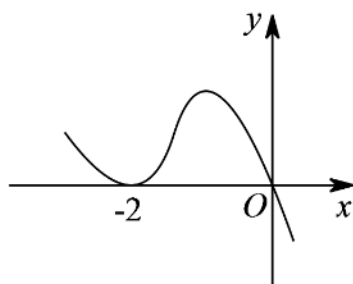
$$\therefore a_1 + a_{19} = 2a_{10} > 0, a_1 + a_{20} = a_{11} + a_{10} < 0,$$

使得 $S_n > 0$ 的 n 的最大值 $n = 19$.

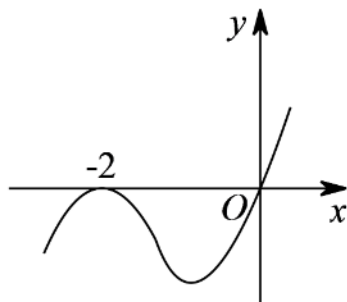
故选B.

- 5 设函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上可导, 其导函数为 $f'(x)$, 且函数 $f(x)$ 只在 $x = -2$ 处取得极小值, 则函数 $y = xf'(x)$ 的图象可能是 ().

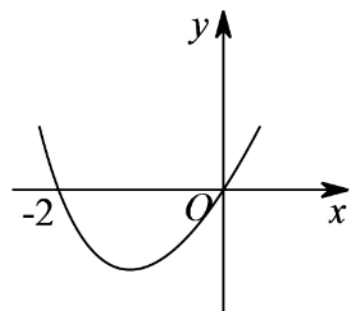
A.



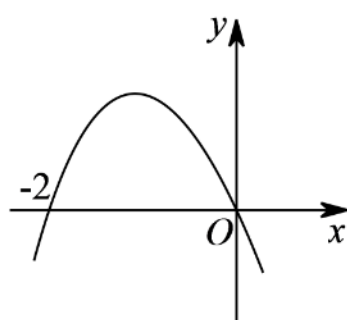
B.



C.



D.



答案 C

解析 $f(x)$ 只在 $x = -2$ 处取得极小值, 则 $f'(-2) = 0$, 且 $f'(x)$ 在 $x = -2$ 两侧的符号为“左负右正”.

故 $g(x) = xf'(x)$ 在 $x = -2$ 两侧的符号为“左正右负”, 只有C选项满足.

- 6 《九章算术》中有如下问题: 今有蒲生一日, 长四尺, 莞生一日, 长一尺. 蒲生日自半, 莞生日自倍. 意思是: 今有蒲第一天长高四尺, 莞第一天长高一尺, 以后蒲每天长高前一天的一半, 莞每天长高前一天的两倍. 请问第几天, 莞的长度是蒲的长度的4倍 ().

A. 4天

B. 5天

C. 6天

D. 7天

答案 B

解析 蒲生长构成 $a_1 = 4, q_1 = \frac{1}{2}$ 的等比数列，
 则其总长为 $S_n = \frac{4 \times \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right]}{1 - \frac{1}{2}} = 8 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-3}$.
 莞生长构成 $b_1 = 4, q_2 = 2$ 的等比数列，
 则其总长 $T_n = \frac{1 \times (1 - 2^n)}{1 - 2} = 2^n - 1$ ，
 $T_n = 4S_n$ 时，
 $2^n - 1 = 4 \times \left[8 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-3}\right]$ ，
 $n = 5$ ，
 $\therefore$ 故选：B.

7 下列求导运算正确的是 () .

A. $(2^x)' = x \cdot 2^{x-1}$

B. $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)' = 2x - \frac{1}{x^2}$

C. $\left(\frac{x}{\cos x}\right)' = \frac{\cos x - x \sin x}{(\cos x)^2}$

D. $(3e^x)' = 3e^x$

答案 D

解析 A : $(2x)' = 2^x \ln 2$.
 B : $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)' = 2x + \frac{1}{x^2}$.
 C : $\left(\frac{x}{\cos x}\right)' = \frac{\cos x + x \sin x}{\cos^2 x}$.
 D : $(3e^x)' = 3e^x$.
 故选D .

8 数列 $1 + \frac{1}{2}, 2 + \frac{1}{4}, 3 + \frac{1}{8}, 4 + \frac{1}{16}, \dots$ 的前 n 项和为 () .

A. $2 - \frac{1}{2^n} - \frac{n}{2^{n+1}}$

B. $2 - \frac{1}{2^{n-1}} - \frac{n}{2^n}$

C. $\frac{n}{2}(n+1) + 1 - \frac{1}{2^n}$

D. $\frac{n(n+1)}{2} + 1 - \frac{1}{2^{n-1}}$

答案 C

解析 设该数列通项为 a_n ，前 n 项和为 S_n ，

$$\text{则 } a_n = n + \left(\frac{1}{2}\right)^n,$$

由等差等比数列的性质可知：

$$\begin{aligned} S_n &= 1 + \frac{1}{2} + 2 + \frac{1}{4} + 3 + \frac{1}{8} + 4 + \frac{1}{16} + \cdots + n + \frac{1}{2^n} \\ &= (1 + 2 + 3 + \cdots + n) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2^n}\right) \\ &= \frac{(1+n)n}{2} + \frac{\frac{1}{2}\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)}{1 - \frac{1}{2}} \\ &= \frac{n}{2}(n+1) + 1 - \frac{1}{2^n}. \end{aligned}$$

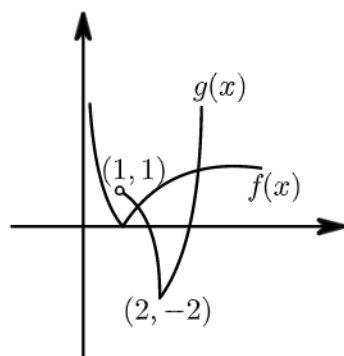
故选C.

9 已知函数 $f(x) = |\ln x|$ ， $g(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x \leq 1 \\ |x^2 - 4| - 2, & x > 1 \end{cases}$ ，若关于 x 的方程 $f(x) + m = g(x)$ 恰有三个不相等的实数解，则 m 的取值范围是（ ）.

- A. $[0, \ln 2]$ B. $(-2 - \ln 2, 0)$ C. $(-2 - \ln 2, 0]$ D. $[0, 2 + \ln 2)$

答案 C

解析 由图可知，



$f(x)$ 向下平移 $[0, 2 + \ln 2)$ 个单位有3个交点，

$$\therefore m \in (-2 - \ln 2, 0].$$

故选C.

二、填空

- 10 已知公差不为0的等差数列 $\{a_n\}$ ，若 $a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{2n} = a_5 a_7$ ，
 $a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{2n-1} = a_5 a_6$ ，且 $S_{2n} = 240$ ，则公差 $d =$ _____。

答案 $\frac{28}{3}$

解析 在等差数列 $\{a_n\}$ 中，

由 $a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{2n} = a_5 a_7$ ， $a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{2n-1} = a_5 a_6$ ，

两式相加可得 $S_{2n} = a_5 a_6 + a_5 a_7 = 240$ ，

两式相减可得 $nd = a_5 d$ ， $\because d \neq 0$ ， $\therefore n = a_5$ ，

由 $a_5(a_6 + a_7) = 240$ ，得 $n(a_6 + a_7) = 240$ ，

又 $\because S_{2n} = n(a_1 + a_{2n}) = 240$ ， $\therefore a_1 + a_{2n} = a_6 + a_7$ ，

可得 $2n + 1 = 6 + 7 = 13$ ，则 $n = 6$ ，

$\therefore a_5 = 6$ ，得 $6(a_1 + a_{12}) = 240$ ，

$\therefore a_1 + a_{12} = a_5 + a_8 = 40$ ，则 $2a_5 + 3d = 2 \times 6 + 3d = 40$ ，

得 $d = \frac{28}{3}$ 。

故答案为： $\frac{28}{3}$ 。

- 11 曲线 $y = xe^x + 2x + 1$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线方程为_____。

答案 $y = 3x + 1$

解析 函数 $f(x) = xe^x + 2x + 1$ 求导得，

$f'(x) = e^x + xe^x + 2$ ，

所以在点 $(0, 1)$ 处的切线方程得斜率 $k = f'(0) = e^0 + 0 \cdot e^0 + 2 = 3$ ，

故切线方程为 $y - 1 = 3(x - 0)$ ，即 $y = 3x + 1$ 。

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，满足 $2S_n = n^2 + n (n \in \mathbf{N}^*)$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n =$

_____，

设 $b_n = (-1)^n \frac{a_{2n+1}}{a_n \cdot a_{n+1}}$ ，则数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $T_n =$ _____。

答案

1: n

2: $-1 + \frac{(-1)^n}{n+1}$

解析

$$2S_n = n^2 + n,$$

$$2S_{n-1} = (n-1)^2 + (n-1) (n \geq 2),$$

$$2a_n = 2n,$$

$$a_n = n (n \geq 2),$$

$$n=1 \text{ 时, } a_1 = S_1 = \frac{2}{2} = 1,$$

$$\therefore a_n = n,$$

$$b_n = (-1)^n \cdot \frac{2n+1}{n(n+1)} \\ > (-1)^n \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} \right),$$

$\therefore n$ 奇时,

$$T_n = - \left(1 + \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) - \cdots - \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} \right) \\ = -1 - \frac{1}{n+1} \\ = -\frac{n+2}{n+1},$$

n 偶时,

$$T_n = -1 + \frac{1}{n+1} = -\frac{n}{n+1}, \\ \therefore T_n = -1 + \frac{(-1)^n}{n+1}.$$

13 函数 $f(x) = \sqrt{x} - \frac{3}{4} \ln x$ 的单调递减区间是_____。

答案

$$\left(0, \frac{9}{4} \right]$$

解析

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{3}{4x} = \frac{4x - 6\sqrt{x}}{8x\sqrt{x}} = \frac{2x - 3\sqrt{x}}{8x\sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x} - 3}{8x},$$

定义域 $x \in (0, +\infty)$,

令 $f'(x) = 0$, 即 $2\sqrt{x} - 3 = 0$, $x = \frac{9}{4}$,

由 $f'(x) \leq 0$,

$\therefore x \leq \frac{9}{4}$,

$\therefore f(x)$ 单调递减区间为 $\left(0, \frac{9}{4}\right]$.

故答案为 : $\left(0, \frac{9}{4}\right]$.

- 14 设 $\{a_n\}$ 是等比数列 , 公比 $q = \sqrt{2}$, S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 . 记 $T_n = \frac{17S_n - S_{2n}}{a_{n+1}}$, $n \in \mathbf{N}^*$. 设 T_{n_0} 为数列 $\{T_n\}$ 的最大项 , 则 $n_0 =$ _____ .

答案 4

解析

$$T_n = \frac{\frac{17a_1[1-(\sqrt{2})^n]}{1-\sqrt{2}} - \frac{a_1[1-(\sqrt{2})^{2n}]}{1-\sqrt{2}}}{a_1(\sqrt{2})^n} = \frac{1}{1-\sqrt{2}} \cdot \frac{(\sqrt{2})^{2n} - 17(\sqrt{2})^n + 16}{(\sqrt{2})^n}$$

$$= \frac{1}{1-\sqrt{2}} \cdot \left[(\sqrt{2})^n + \frac{16}{(\sqrt{2})^n} - 17 \right] .$$

因为 $(\sqrt{2})^n + \frac{16}{(\sqrt{2})^n} \geq 8$, 当且仅当 $(\sqrt{2})^n = 4$, 即 $n = 4$ 时取等号 ,

所以 T_4 为 $\{T_n\}$ 的最大项 .

故 $n_0 = 4$.

- 15 用长为 18cm 的钢条围成一个长方体形状的框架 , 要求长方体的长与宽之比为 2 : 1 , 则该长方体的长为 _____ , 宽为 _____ , 高为 _____ 时 , 其体积最大 .

答案 1:2cm

2:1cm

3:1.5cm

解析 略

三、解答

16 已知函数 $f(x) = ax^3 + bx + c$ 在点 $x = 2$ 处取得极值 $c - 16$.

- (1) 求 a, b 的值 ;
- (2) 若 $f(x)$ 有极大值 28 , 求 $f(x)$ 在 $[-3, 3]$ 上的最小值 .

答案

- (1) $a = 1, b = -12$.
- (2) -4 .

解析

- (1) 因 $f(x) = ax^3 + bx + c$, 故 $f'(x) = 3ax^2 + b$,

由于 $f(x)$ 在点 $x = 2$ 处取得极值 $c - 16$,

$$\text{故有} \begin{cases} f'(2) = 0, \\ f(2) = c - 16, \end{cases} \text{即} \begin{cases} 12a + b = 0, \\ 8a + 2b + c = c - 16, \end{cases} \text{化简得} \begin{cases} 12a + b = 0, \\ 4a + b = -8, \end{cases}$$

解得 $a = 1, b = -12$.

- (2) 由 (I) 知 $f(x) = x^3 - 12x + c$;

$$f'(x) = 3x^2 - 12 = 3(x - 2)(x + 2) .$$

$$\text{令 } f'(x) = 0, \text{ 得 } x_1 = -2, x_2 = 2 .$$

当 $x \in (-\infty, -2)$ 时, $f'(x) > 0$, 故 $f(x)$ 在 $(-\infty, -2)$ 上为增函数 ;

当 $x \in (-2, 2)$ 时, $f'(x) < 0$, 故 $f(x)$ 在 $(-2, 2)$ 上为减函数 ;

当 $x \in (2, +\infty)$ 时, $f'(x) > 0$, 故 $f(x)$ 在 $(2, +\infty)$ 上为增函数 .

由此可知 $f(x)$ 在 $x_1 = -2$ 处取得极大值 $f(-2) = 16 + c$,

$f(x)$ 在 $x_2 = 2$ 处取得极小值 $f(2) = c - 16$.

由题设条件知 $16 + c = 28$ 得 $c = 12$,

$f(x)$ 在 $[-3, 3]$ 上的最小值为 -4 .

17 已知函数 $f(x) = ax^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1 (x \in \mathbf{R})$, 其中 $a > 0$.

- (1) 若 $a = 1$, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程 .
- (2) 若在区间 $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ 上, $f(x) > 0$ 恒成立, 求 a 的取值范围 .

答案

- (1) $y = 6x - 9$.
- (2) $0 < a < 5$.

解析

(1) 当 $a = 1$ 时,

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1,$$

$$\therefore f(2) = 3,$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3x,$$

$$\therefore f'(2) = 6,$$

$$\therefore \text{切线方程为 } y = 6(x - 2) + 3,$$

$$\text{即 } y = 6x - 9.$$

(2) $f'(x) = 3ax^2 - 3x$

$$= 3x(ax - 1),$$

$$\text{令 } f'(x) = 0,$$

$$\text{得 } x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{a},$$

①若 $0 < a \leq 2$, 则 $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{2}$, 得

x	$\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$	0	$\left(0, \frac{1}{2}\right)$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$\nearrow$	极大值	$\searrow$

当 $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ 时,

$$f(x) > 0 \text{ 等价于 } \begin{cases} f\left(-\frac{1}{2}\right) > 0 \\ f\left(\frac{1}{2}\right) > 0 \end{cases},$$

$$\text{即 } \begin{cases} \frac{5-a}{8} > 0 \\ \frac{5+a}{8} > 0 \end{cases},$$

$$\text{解得 } -5 < a < 5,$$

$$\text{即 } 0 < a \leq 2.$$

②若 $a > 2$, 则 $0 < \frac{1}{a} < \frac{1}{2}$, 得

x	$\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$	0	$\left(0, \frac{1}{a}\right)$	$\frac{1}{a}$	$\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{2}\right)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	极大值	$\searrow$	极小值	$\nearrow$

当 $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ 时, $f(x) > 0$, 等价于 $\begin{cases} f\left(-\frac{1}{2}\right) > 0 \\ f\left(\frac{1}{a}\right) > 0 \end{cases},$

$$\text{即 } \begin{cases} \frac{5-a}{8} > 0 \\ 1 - \frac{1}{2a^2} > 0 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \frac{\sqrt{2}}{2} < a < 5 \text{ 或 } a < \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\text{即 } 2 < a < 5,$$

$$\text{综上 } 0 < a < 5.$$

18 已知数列的 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_n = 2 - 2S_n (n \in \mathbf{N}^*)$, 数列 $\{b_n\}$ 是等差数列, 且 $b_5 = 14$,

$$b_7 = 20.$$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式.

(2) 设 $c_n = a_n \cdot b_n (n \in \mathbf{N}^*)$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 T_n .

答案

$$(1) a_n = 2 \left(\frac{1}{3} \right)^n,$$

$$b_n = 3n - 1.$$

$$(2) T_n = \frac{7}{2} - \frac{6n+7}{2 \cdot 3^n}.$$

解析

$$(1) \because a_n = 2 - 2S_n,$$

$$\therefore a_{n-1} = 2 - 2S_{n-1} (n \geq 2),$$

$$\therefore a_n - a_{n-1} = -2a_n, \text{ 即 } 3a_n = a_{n-1},$$

$$\text{当 } n=1 \text{ 时, } a_1 = 2 - 2S_1, \text{ 即 } a_1 = \frac{2}{3} \neq 0,$$

$$\therefore \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{1}{3} (n \geq 2),$$

$\therefore$ 数列 $\{a_n\}$ 是以 $\frac{2}{3}$ 为首项, $\frac{1}{3}$ 为公比的等比数列,

$$\therefore a_n = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{3} \right)^{n-1} = 2 \left(\frac{1}{3} \right)^n,$$

设数列 $\{b_n\}$ 的公差为 d ,

$$\text{由 } \begin{cases} b_1 + 4d = 14 \\ b_1 + 6d = 20 \end{cases},$$

$$\text{解得 } b_1 = 2, d = 3,$$

$$\therefore b_n = 3n - 1.$$

$$(2) \because c_n = a_n b_n = 2(3n-1) \left(\frac{1}{3} \right)^n,$$

$$\therefore T_n = 2 \left[2 \times \left(\frac{1}{3} \right) + 5 \times \left(\frac{1}{3} \right)^2 + 8 \times \left(\frac{1}{3} \right)^3 + \cdots + (3n-1) \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^n \right],$$

$$\frac{1}{3}T_n = 2 \left[2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 5 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 + 8 \times \left(\frac{1}{3}\right)^4 + \cdots + (3n-4) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n + (3n-1) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} \right]$$

两式相减得：

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}T_n &= 2 \left\{ \frac{2}{3} + 3 \left[\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \cdots + \left(\frac{1}{3}\right)^n \right] - (3n-1) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} \right\} \\ &= 2 \left\{ \frac{2}{3} + 3 \times \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \right]}{1 - \frac{1}{3}} - (3n-1) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} \right\} \\ &= 2 \left\{ \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \right] - (3n-1) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} \right\}, \\ \text{化简得 } T_n &= \frac{7}{2} - \frac{6n+7}{2 \cdot 3^n}. \end{aligned}$$

19 已知数列 $\{a_n\}$ ，满足 $a_1 = 4$ ， $a_{n+1} = 3a_n - 4$ ， $(n \in \mathbf{N}^*)$ ，求该数列的通项公式。

答案 $a_n = 2 \times 3^{n-1} + 2$ 。

解析 根据题意，由 $a_{n+1} = 3a_n - 4$ ，可得 $a_{n+1} - 2 = 3a_n - 6 = 3(a_n - 2)$ ，

即 $a_{n+1} - 2 = 3(a_n - 2)$ ， $a_1 - 2 = 2$ ，

则数列 $\{a_n - 2\}$ 是以 $a_1 - 2 = 2$ 为首项，公比 $q = 3$ 的等比数列，

则 $a_n - 2 = 2 \times 3^{n-1}$ ；

则 $a_n = 2 \times 3^{n-1} + 2$ ；

故答案为： $a_n = 2 \times 3^{n-1} + 2$ 。