

2020河北区高二上期末

一、选择

- 1 圆 $C: (x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$ 的圆心坐标和半径分别为 ().
 A. $(1, 2)$, 5 B. $(1, -2)$, 5 C. $(1, -2)$, $\sqrt{5}$ D. $(-1, 2)$, $\sqrt{5}$
- 2 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{1+a_n}{1-a_n}$, 则 a_{2019} 的值为 ().
 A. 2 B. -3 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$
- 3 以双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的右焦点为圆心, 且与其渐近线相切的圆的方程是 ().
 A. $x^2 + y^2 - 10x + 9 = 0$ B. $x^2 + y^2 - 10x + 16 = 0$
 C. $x^2 + y^2 + 10x + 16 = 0$ D. $x^2 + y^2 + 10x + 9 = 0$
- 4 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点为 F , 点 A 在双曲线的渐近线上, $\triangle OAF$ 是边长为 2 的等边三角形 (O 为原点), 则双曲线的方程为 ().
 A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ B. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$ C. $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ D. $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$
- 5 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 若 $\frac{a_{11}}{a_{10}} < -1$, 且它们的前 n 项和 S_n 有最大值, 则使得 $S_n > 0$ 的 n 的最大值为 ().
 A. 11 B. 19 C. 20 D. 21
- 6 若等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $\frac{S_8}{S_4} = 3$, 则 $\frac{S_{16}}{S_4} =$ ().
 A. 3 B. 7 C. 10 D. 15
- 7 已知点 P 是抛物线 $x = \frac{1}{4}y^2$ 上的一个动点, 则点 P 到点 $A(0, 2)$ 的距离与点 P 到 y 轴的距离之和的最小值为 ().

A. 2

B. $\sqrt{5}$

C. $\sqrt{5} - 1$

D. $\sqrt{5} + 1$

8 圆 $x^2 + y^2 = 4$ 与圆 $x^2 + y^2 + 2y - 6 = 0$ 的公共弦长为 () .

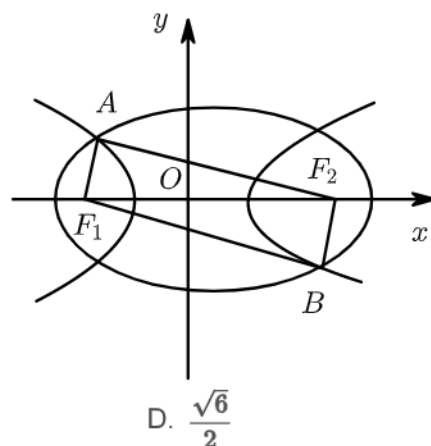
A. 1

B. 2

C. $\sqrt{3}$

D. $2\sqrt{3}$

9 如图, F_1, F_2 是椭圆 $C_1: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 与双曲线 C_2 的公共焦点, A, B 分别是 C_1, C_2 在第二、四象限的公共点, 若四边形 AF_1BF_2 为矩形, 则 C_2 的离心率为 () .



A. $\sqrt{2}$

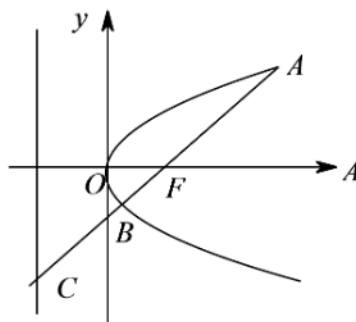
B. $\sqrt{3}$

C. $\frac{3}{2}$

D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

二、填空

10 如图, 过抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 的直线交抛物线于点 A, B , 交其准线 l 于点 C , 若 $|BC| = 2|BF|$, 且 $|AF| = 3$, 则此抛物线的方程为 _____ .



11 已知直线 $l_1: (a+2)x + (1-a)y - 1 = 0$ 与直线 $l_2: (a-1)x + (2a+3)y + 2 = 0$ 垂直, 则 $a =$ _____ .



12 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 向量 $\overrightarrow{AB} = (4, -2, 3)$, $\overrightarrow{AD} = (-4, 1, 0)$, $\overrightarrow{AP} = (-6, 2, -8)$, 则顶点 P 到底面 $ABCD$ 的距离为 _____ .

13 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 33$, $a_{n+1} - a_n = 2n$, 则 $\frac{a_n}{n}$ 的最小值为 _____ .

14 若直线 $x - y - m = 0$ 被圆 $x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$ 所截得的弦长为 $2\sqrt{2}$, 则实数 m 的值为 () .
A. 2或6 B. 0或8 C. 2或0 D. 6或8

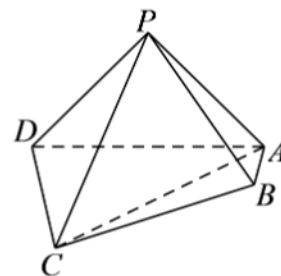
三、解答

15 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 已知 $a_n > 0$, $a_n^2 + 2a_n = 4S_n + 3$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

(2) 设 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

- 16 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$ ， $PA \perp PD$ ， $PA = PD$ ， $AB \perp AD$ ， $AB = 1$ ， $AD = 2$ ， $AC = CD = \sqrt{5}$.



- (1) 求证： $PD \perp$ 平面 PAB .
- (2) 求直线 PB 与平面 PCD 所成角的正弦值 .
- (3) 在棱 PA 上是否存在点 M ，使得 $BM \parallel$ 平面 PCD ？若存在，求 $\frac{AM}{AP}$ 的值；若不存在，说明理由.

17 已知双曲线 C 的渐近线方程为 $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$ ，右焦点坐标为 $(2, 0)$ ， O 为坐标原点．

(1) 求双曲线 C 的标准方程．

(2) 若直线 $l: y = kx + \sqrt{2}$ 与双曲线 C 恒有两个不同的交点 A 和 B ，且 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} > 0$ ，试求实数 k 的取值范围．

18 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列， S_n 为其前 n 项和，且 $a_5 = 3a_2$ ， $S_7 = 14a_2 + 7$ 。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式。

(2) 设数列 $\{a_n + b_n\}$ 的首项为1，公比为2的等比数列，求数列 $\{b_n(a_n + b_n)\}$ 的前 n 项和 T_n 。