

D. 既不充分也不必要条件

D. 存在两条异面直线 $a, b, a \subset \alpha, b \subset \beta, a // \beta, b // \alpha$

其中所有正确命题的序号为_____.

D. 既不充分也不必要条件

10 设 O 是空间一点, a, b, c 是空间三条直线, α 是空间两个平面, 则下列命题中, 逆命题不成立的是().

- A. 当 $a \cap b = O$ 且 $a \subset \alpha, b \subset \alpha$ 时, 若 $c \perp a, c \perp b$, 则 $c \perp \alpha$
- B. 当 $a \cap b = O$ 且 $a \subset \alpha, b \subset \alpha$ 时, 若 $a // \beta, b // \beta$, 则 $\alpha // \beta$
- C. 当 $b \subset \alpha$ 时, 若 $b \perp \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$
- D. 当 $b \subset \alpha$ 时, 且 $c \not\subset \alpha$ 时, 若 $c // \alpha$, 则 $b // c$

11 已知下列三个命题:

- ①棱长为2的正方体外接球的体积为 $4\sqrt{3}\pi$.
- ②如果将一组数据中的每一个数都加上同一个非零常数, 那么这组数据的平均数和方差都改变.
- ③直线 $x - \sqrt{3}y + 1 = 0$ 被圆 $(x - 1)^2 + y^2 = 4$ 截得的弦长为 $2\sqrt{3}$.

其中真命题的序号是().

- A. ①②
- B. ②③
- C. ①③
- D. ①②③

12 已知下列三个命题:

- ①一个球的半径缩小到原来的 $\frac{1}{2}$, 则其体积缩小到原来的 $\frac{1}{8}$;
- ②两组数据的平均数相等, 则它们的标准差也相等;
- ③直线 $x + y + 1 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$ 相切.

其中真命题的序号是: ().

- A. ①②③
- B. ①②
- C. ①③
- D. ②③

13 已知下列四个命题:

- ①底面积和高均相等的柱体体积是锥体体积的3倍;
- ②正方体的截面是一个 n 边形, 则 n 的最大值是6;
- ③在棱长为1的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 三棱锥 $A_1 - ABC$ 的体积是 $\frac{1}{4}$;
- ④4条棱均为 $\sqrt{2}$ 的四面体的体积是 $\frac{1}{3}$.

其中真命题的序号是().

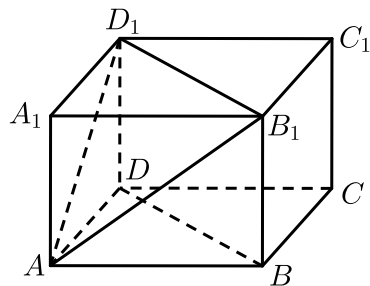
- A. ①②③
- B. ①②④
- C. ①③④
- D. ②③④

二、空间几何体表面积和体积



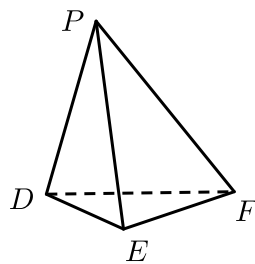
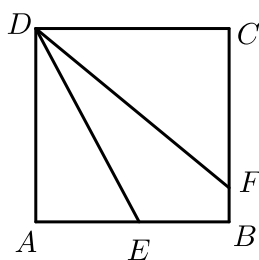
柱锥台表面积体积

- 14 如图，在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB = AD = 3\text{cm}$ ， $AA_1 = 2\text{cm}$ ，则四棱锥 $A - BB_1D_1D$ 的体积为 _____ cm^3 。



- 15 已知四棱锥的底面是边长为 $\sqrt{2}$ 的正方形，侧棱长均为 $\sqrt{5}$ 。若圆柱的一个底面的圆周经过四棱锥四条侧棱的中点，另一个底面的圆心为四棱锥底面的中心，则该圆柱的体积为 _____。

- 16 正方形 $ABCD$ 的边长为 2，点 E 、 F 分别在边 AB 、 BC 上，且 $AE = 1$ ， $BF = \frac{1}{2}$ ，将此正方形沿 DE 、 DF 折起，使点 A 、 C 重合于点 P ，则三棱锥 $P - DEF$ 的体积是 ()。



A. $\frac{1}{3}$

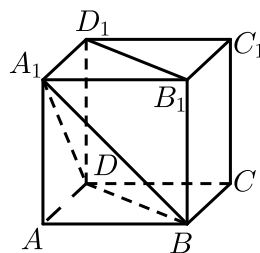
B. $\frac{\sqrt{5}}{6}$

C. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

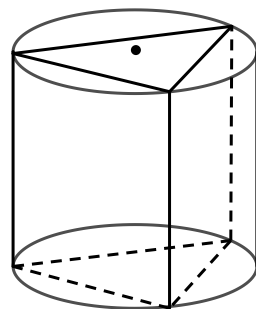
- 17 设甲、乙两个圆柱的底面积分别为 S_1 ， S_2 ，体积分别为 V_1 ， V_2 ，若它们的侧面积相等，且 $\frac{S_1}{S_2} = \frac{9}{4}$ ，则 $\frac{V_1}{V_2}$ 的值是 _____。

- 18 如图，已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1，则四棱锥 $A_1 - BB_1D_1D$ 的体积为 _____ .



- 19 三棱锥 $P - ABC$ 中， D, E 分别为 PB, PC 的中点，记三棱锥 $D - ABE$ 的体积为 V_1 ， $P - ABC$ 的体积为 V_2 ，则 $V_1 : V_2 =$ _____ .

- 20 如图，圆柱内有一个直三棱柱，三棱柱的底面在圆柱底面内，且底面是正三角形．如果三棱柱的体积为 $12\sqrt{3}$ ，圆柱的底面直径与母线长相等，则圆柱的侧面积为 _____ .



球的表面积体积

- 21 已知在四棱锥 $P - ABCD$ 中，平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$ ，且 $\triangle PAB$ 是边长为 $\sqrt{3}$ 的正三角形，底面 $ABCD$ 是边长为 $\sqrt{3}$ 的正方形，则该四棱锥的外接球的表面积为 () .

A. $\frac{7}{4}\pi$ B. 4π C. 7π D. 16π

- 22 已知四面体 $ABCD$ 的四个面都为直角三角形，且 $AB \perp$ 平面 BCD ， $AB = BD = CD = 2$ ，若该四面体的四个顶点都在球 O 的表面上，则球 O 的表面积为 () .

A. 3π B. $2\sqrt{3}\pi$ C. $4\sqrt{3}\pi$ D. 12π

23 已知 $\triangle ABC$ 是边长为2的等边三角形， D 为 BC 的中点，以 AD 为折痕，将 $\triangle ABC$ 折成直二面角 $B-AD-C$ ，则过 A, B, C, D 四点的球的表面积为（ ）.

- A. 3π B. 4π C. 5π D. 6π

24 已知边长为2的等边三角形 ABC ， D 为 BC 的中点，以 AD 为折痕，将 $\triangle ABC$ 折成直二面角 $B-AD-C$ ，则过 A, B, C, D 四点的球的表面积为（ ）.

- A. 3π B. 4π C. 5π D. 6π

25 设三棱柱的侧棱垂直于底面，所有棱长都为 a ，顶点都在一个球面上，则该球的表面积为（ ）.

- A. πa^2 B. $\frac{7}{3}\pi a^2$ C. $\frac{11}{3}\pi a^2$ D. $5\pi a^2$

26 已知圆锥的母线长为 $\sqrt{5}$ ，底面半径为2，则该圆锥的外接球表面积为（ ）.

- A. $\frac{25}{4}\pi$ B. 16π
C. 25π D. 32π

27 一个球与一个正三棱柱的三个侧面和两个底面都相切，已知这个球的体积是 $\frac{32}{3}\pi$ ，那么这个球的半径是 _____，三棱柱的体积是 _____.

28 已知三棱锥 $S-ABC$ 的所有顶点都在球 O 的球面上， SC 是球 O 的直径，若平面 $SCA \perp$ 平面 SCB ， $SA = AC$ ， $SB = BC$ ，三棱锥 $S-ABC$ 的体积为9，则球 O 的表面积为 _____.

29 球 O 是正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的外接球，若正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的表面积为 S_1 ，球 O 的表面积为 S_2 ，则 $\frac{S_1}{S_2} =$ _____.

三、限时训练

本部分共6个填空题，限时20分钟.

- 30 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, i 是虚数单位, 若 $(1+i)(1-bi) = a$, 则 $\frac{a}{b}$ 的值为 _____ .
- 31 若 $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right)^n$ 的二项展开式中各项的二项式系数之和是 64, 则展开式中的常数项为 _____ .
(用数字作答)
- 32 已知直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB = 3$, $AC = 4$, $AB \perp AC$, $AA_1 = 2$, 则该三棱柱内切球的表面积与外接球的表面积的和为 _____ .
- 33 已知 $a > 2b$ ($a, b \in \mathbf{R}$), 函数 $f(x) = ax^2 + x + 2b$ 的值域为 $[0, +\infty)$, 则 $\frac{a^2 + 4b^2}{a - 2b}$ 的最小值为 _____ .
- 34 口袋中装有大小质地都相同、编号为 1, 2, 3, 4, 5, 6 的球各一只. 现从中一次性随机地取出两个球, 设取出的两球中较小的编号为 X , 则随机变量 X 的数学期望是 _____ .
- 35 在等腰 $\triangle ABC$ 中, 已知 $BC = 4$, $\angle BAC = 120^\circ$, 若点 P 是 BC 边上的动点, 点 E 满足 $\overrightarrow{BE} = 3\overrightarrow{EC}$, 则 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AE}$ 的最大值和最小值之差是 _____ .