

三角与向量 (小题)

一、三角与向量



三角函数与解三角形

- 1 已知函数 $f(x) = \sin \omega x - \sqrt{3} \cos \omega x$ ($\omega > 0$) 的图象与 x 轴的两个相邻交点的距离等于 $\frac{\pi}{2}$, 若将函数 $y = f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位得到函数 $y = g(x)$ 的图象, 则 $y = g(x)$ 是减函数的区间为 ().
 A. $(-\frac{\pi}{3}, 0)$ B. $(0, \frac{\pi}{3})$ C. $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3})$ D. $(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$
- 2 将函数 $f(x) = \sin 2x$ 的图象向右平移 φ ($0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 个单位后得到函数 $g(x)$ 的图象, 若 $g(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{6}]$ 上单调递增, 且函数 $g(x)$ 的最大负零点在区间 $(-\frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{6})$ 上, 则 φ 的取值范围是 ().
 A. $[\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{4}]$ B. $[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{12}]$ C. $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ D. $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}]$
- 3 将函数 $y = \sin x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再将图象上每个点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{\omega}$ ($\omega > 0$) 倍 (纵坐标不变), 得到函数 $y = f(x)$ 的图象, 若函数 $y = f(x)$ 的图象, 若函数 $y = f(x)$ 在区间 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上有且仅有一个零点, 则 ω 的取值范围为 ().
 A. $[\frac{3}{11}, \frac{3}{5}]$ B. $(\frac{5}{3}, \frac{11}{3}]$ C. $(1, 2]$ D. $(\frac{3}{5}, \frac{5}{3})$
- 4 已知函数 $f(x) = \cos(2x - \frac{\pi}{3}) - 2 \sin(x + \frac{\pi}{4}) \cos(x + \frac{\pi}{4})$, $x \in \mathbf{R}$, 给出下列四个命题: ①函数 $f(x)$ 的最小正周期为 2π ; ②函数 $f(x)$ 的最大值为 1;
 ③函数 $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ 上单调递增; ④将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度, 得到的函数解析式为 $g(x) = \sin 2x$. 其中正确命题的个数是 ().
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 5 设 $f(x) = \sin 3x - \cos 3x$, 把 $y = f(x)$ 的图象向左平移 φ ($\varphi > 0$) 个单位长度后, 恰好得到函数 $g(x) = -\sin 3x + \cos 3x$ 的图象, 则 φ 的值可以为 ().

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. π

6 已知函数 $f(x) = \sin x - \cos x$ ，把函数 $f(x)$ 的图象上每个点的横坐标扩大到原来的2倍，再向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度，得到函数 $g(x)$ 的图象，则函数 $g(x)$ 的对称轴方程为 _____ .

7 将函数 $y = \sqrt{3} \cos x + \sin x (x \in \mathbf{R})$ 的图象上各点的横坐标伸长到原来的2倍，再向左平移 $m (m > 0)$ 个单位长度后，所得到的图象关于原点对称，则 m 的最小值是 () .

- A. $\frac{4\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{5\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{6}$

8 已知函数 $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$ 的图象关于直线 $x = a$ 对称，则最小正实数 a 的值为 () .

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

9 将函数 $f(x) = \sqrt{3} \cos 2x - \sin 2x (x \in \mathbf{R})$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到函数 $y = g(x)$ ，则函数 $y = g(x)$ () .

- A. 是奇函数 B. 是偶函数
C. 既是奇函数，又是偶函数 D. 既不是奇函数，又不是偶函数

10 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin \omega x + \cos \omega x (\omega > 0)$ 的图象与 x 轴交点的横坐标构成一个公差为 $\frac{\pi}{2}$ 的等差数列，把函数 $f(x)$ 的图象沿 x 轴向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，得到函数 $g(x)$ 的图象. 关于函数 $g(x)$ 的命题中正确的是 () .

- A. 在 $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上是增函数 B. 其图象关于点 $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ 对称
C. 函数 $g(x)$ 是奇函数 D. 当 $x \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{2}{3}\pi\right]$ 时，函数的值域是 $[-2, 1]$

11 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $\frac{c-b}{c-a} = \frac{\sin A}{\sin C + \sin B}$ ，则 $\angle B =$ () .

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{3\pi}{4}$

- 12 在 $\triangle ABC$ 中, $(a+b+c)(b+c-a) = 3bc$, 且 $\sin A = 2\sin B \cos C$, 则 $\triangle ABC$ 为 ().
 A. 等腰三角形 B. 等边三角形 C. 直角三角形 D. 钝角三角形
- 13 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $\triangle ABC$ 的面积为 S , 且 $6S = (a+b)^2 - c^2$, 则 $\tan C$ 等于 ().
 A. $\frac{5}{12}$ B. $-\frac{5}{12}$ C. $\frac{12}{5}$ D. $-\frac{12}{5}$
- 14 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $b^2 = a^2 + bc$, $A = \frac{\pi}{6}$, 则内角 $C = ()$.
 A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{3\pi}{4}$
- 15 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , $(a+b+c)(b+c-a) = 3bc$, $a = \sqrt{3}$, $\tan B = \frac{\sqrt{2}}{4}$, 则 b 的值为 _____.

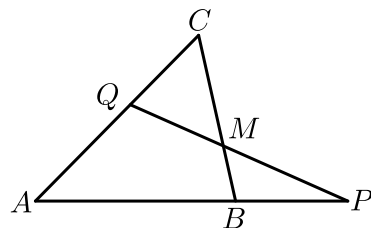


平面向量

- 16 在等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = BC = 2$, M, N (不与 A, C 重合) 为 AC 边上的两个动点, 且满足 $|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{2}$, 则 $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{BN}$ 的取值范围为 ().
 A. $\left[\frac{3}{2}, 2\right]$ B. $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$ C. $\left[\frac{3}{2}, 2\right)$ D. $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$
- 17 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 1$, $AC = 2$, $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, DE 的延长线交 CA 的延长线于点 F , 则 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AF}$ 的值为 _____.
- 18 设 D, E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB, BC 上的点, $AD = \frac{1}{2}AB$, $BE = \frac{2}{3}BC$, 若 $\overrightarrow{DE} = \lambda_1 \overrightarrow{AB} + \lambda_2 \overrightarrow{AC}$ (λ_1, λ_2 为实数), 则 $\lambda_1 + \lambda_2$ 的值为 _____.
- 19 在 $\triangle ABC$ 中, 点 E 是中线 AD 上一点, MN 经过点 E , 与边 AB, AC 分别交于 M, N , 若 $\overrightarrow{AB} = m\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AC} = n\overrightarrow{AN}$, 且 $m+n=5$, $\overrightarrow{AE} = \lambda\overrightarrow{AD}$, 则实数 $\lambda =$ _____.

- 20 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 1$, $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{NC}$, $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AN} = -\frac{1}{4}$, 则 $\angle ABC = ()$.
- A. $\frac{5\pi}{12}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$

- 21 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{MB}$, 过点 M 的直线分别交射线 AB 、 AC 于不同的两点 P 、 Q , 若 $\overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AQ} = n\overrightarrow{AC}$, 则 $mn + m$ 的最小值为 $()$.



- A. $6\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 6 D. 2

- 22 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4$, $|\overrightarrow{BC}| = 3$, M, N 分别是 BC 边上的三等分点, 则 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN}$ 的值是 $()$.
- A. 5 B. $\frac{21}{4}$ C. 6 D. 8

- 23 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 3$, $AC = 1$, $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}$, $\overrightarrow{AD} = \lambda \left(\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} + \frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|} \right)$ 且 D 在 BC 上, 则线段 AD 的长为_____.

- 24 已知三角形 ABC 外接圆 O 的半径为1 (O 为圆心), 且 $2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$, $|\overrightarrow{OA}| = 2|\overrightarrow{AB}|$, 则 $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BC}$ 等于 $()$.
- A. $-\frac{15}{4}$ B. $-\frac{\sqrt{15}}{2}$ C. $\frac{15}{4}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{2}$

- 25 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 5$, $AC = 7$, $BC = 3$. P 为 $\triangle ABC$ 内一点 (含边界), 若满足 $\overrightarrow{BP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BA} + \lambda\overrightarrow{BC}$ ($\lambda \in \mathbf{R}$), 则 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BP}$ 的取值范围为_____.

- 26 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $CA=4$, $CB=3$, M, N 是斜边 AB 上的两个动点, 且 $MN=2$, 则 $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CN}$ 的取值范围为() .

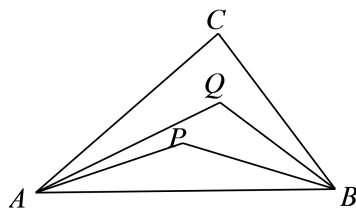
A. $\left[2, \frac{5}{2}\right]$ B. $[4, 6]$ C. $\left[\frac{119}{25}, \frac{48}{5}\right]$ D. $\left[\frac{144}{25}, \frac{53}{5}\right]$

- 27 已知 $\triangle ABC$ 为等边三角形, $AB=2$, 设点 P, Q 满足 $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AQ} = (1-\lambda)\overrightarrow{AC}$, $\lambda \in \mathbf{R}$, 若 $\overrightarrow{BQ} \cdot \overrightarrow{CP} = -\frac{3}{2}$, 则 $\lambda = ()$.

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{1 \pm \sqrt{10}}{2}$ D. $\frac{-3 \pm 2\sqrt{2}}{2}$

- 28 在 $\triangle ABC$ 所在平面内一点 P , 满足 $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$, 延长 BP 交 AC 于点 D , 若 $\overrightarrow{AD} = \lambda \overrightarrow{AC}$, 则 $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$.

- 29 如图, 设 P, Q 为 $\triangle ABC$ 内的两点, 且 $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AQ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$, 则 $\triangle ABP$ 的面积与 $\triangle ABQ$ 的面积之比为() .



A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{3}$

- 30 O 是平面上一定点, A, B, C 是平面上不共线的三个点, 动点 P 满足

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \lambda \left(\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}| \sin B} + \frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}| \sin C} \right), \lambda \in [0, +\infty), \text{ 则 } P \text{ 的轨迹一定通过 } \triangle ABC \text{ 的 } () .$$

A. 外心 B. 内心 C. 重心 D. 垂心

二、限时训练

本章节分两部分，每部分共9个选择题，分别限时25分钟.

训练1

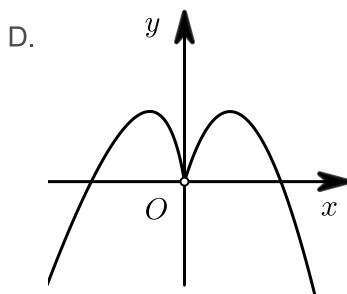
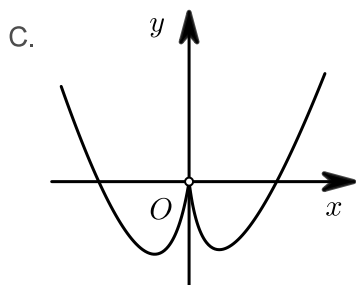
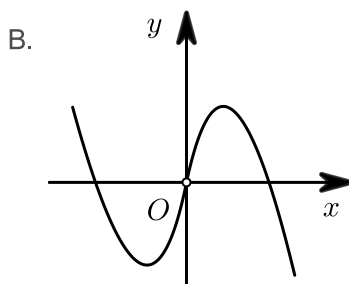
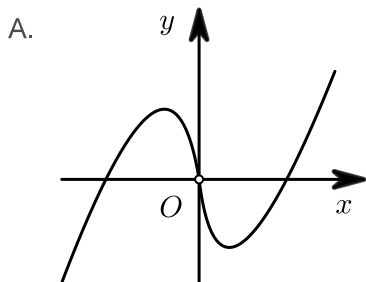
31 设集合 $A = \{x | 2 \leq x \leq 6\}$, $B = \{x | 2a \leq x \leq a + 3\}$. 若 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围是 ().

- A. $[1, 3]$ B. $[3, +\infty)$ C. $[1, +\infty)$ D. $(1, 3)$

32 若“ $x < a$ ”是“ $x^2 - x - 6 > 0$ ”的充分不必要条件, 则实数 a 的最大值为 ().

- A. 3 B. 2 C. -2 D. -3

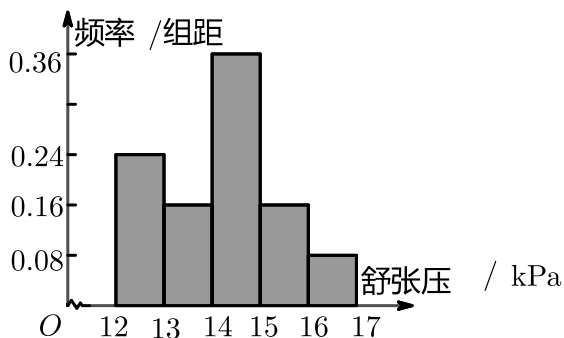
33 函数 $f(x) = x \ln |x|$ 的大致图象是 ().



34 长方体的长、宽、高分别是2、1、1, 其顶点都在同一个球面上, 则该球的表面积为 ().

- A. 3π B. 6π C. 12π D. 24π

- 35 为了研究某药品的疗效，选取若干名志愿者进行临床试验．所有志愿者的舒张压数据（单位：kPa）的分组区间为 $[12, 13)$ ， $[13, 14)$ ， $[14, 15)$ ， $[15, 16)$ ， $[16, 17]$ ，将其按从左到右的顺序分别编号为第一组，第二组，…，第五组．如图是根据试验数据制成的频率分布直方图，已知第一组与第二组共有20人，第三组中没有疗效的有6人，则第三组中有疗效的人数为（ ）．



- 36 已知偶函数 $f(x) = \log_a |x - b|$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$)在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减，则 $f(b - a)$ 与 $f(a^2 + 1)$ 的大小关系是（ ）．

- A. $f(b - a) > f(a^2 + 1)$ B. $f(b - a) < f(a^2 + 1)$
C. $f(b - a) = f(a^2 + 1)$ D. 无法确定

- 37 抛物线 $y^2 = ax$ ($a > 0$)的准线与双曲线 $C: \frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$ 的两条渐近线所围成的三角形面积为 $2\sqrt{2}$ ，则 a 的值为（ ）．

- A. 8 B. 6 C. 4 D. 2

- 38 已知函数 $f(x) = 3\sin(2x + \varphi) + a$ ，对任意实数 x 都有 $f(\frac{\pi}{3} + x) = f(\frac{\pi}{3} - x)$ ，且 $f(\frac{\pi}{3}) = -4$ ，则实数 a 的值是（ ）．

- A. -1 B. -7或-1 C. 7或1 D. -7或7

- 39 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |2x - 6|, & x > 0 \\ x^2 + 4x + a, & x \leq 0 \end{cases}$ ，若关于 x 的方程 $f(x) = m$ ($0 < m \leq 2$)恒有四个不相等的实数根，则 a 的取值范围是（ ）．

- A. $[2, 6)$ B. $(0, 4]$ C. $[2, 4]$ D. $[4, 6)$

训练2

40 设全集 $U = \mathbf{R}$ ，集合 $A = \{y|y = 3 - x^2\}$ ， $B = \{x|y = \log_2(x + 2)\}$ ，则 $(\complement_U A) \cap B = (\quad)$.

- A. $\{x|-2 < x \leq 3\}$ B. $\{x|x > 3\}$ C. $\{x|x \geq 3\}$ D. $\{x|x < -2\}$

41 已知 $a, b, c, d \in \mathbf{R}$ 且 $a \neq 0$ ，“ $b^2 - 3ac \leq 0$ ”是“函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调”的 () .

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

42 已知 $x = \ln \pi$ ， $y = \log_5 2$ ， $z = e^{-\frac{1}{2}}$ ，则 () .

- A. $x < y < z$ B. $z < x < y$ C. $z < y < x$ D. $y < z < x$

43 从甲、乙两种树苗中各抽测了10株树苗的高度（单位：cm），其茎叶图如图所示，则下列描述正确的是 () .

甲		乙
9	1	0 4 0
9 5 3 1 0	2	6 7
1 2 3 7	3	0
	4	4 6 6 7

- A. 甲种树苗的平均高度大于乙种树苗的平均高度，且甲种树苗比乙种树苗长得整齐
B. 甲种树苗的平均高度大于乙种树苗的平均高度，但乙种树苗比甲种树苗长得整齐
C. 乙种树苗的平均高度大于甲种树苗的平均高度，且乙种树苗比甲种树苗长得整齐
D. 乙种树苗的平均高度大于甲种树苗的平均高度，但甲种树苗比乙种树苗长得整齐

44 已知直线 $l_1: 2x + y - 4 = 0$ ，直线 l_2 经过点 $P(0, -5)$ 且不过第一象限，若直线 l_2 截圆 $x^2 + y^2 = 9$ 所得的弦长为4，则 l_1 与 l_2 的位置关系为 () .

- A. $l_1 // l_2$ B. $l_1 \perp l_2$ C. l_1 与 l_2 相交但不垂直 D. l_1 与 l_2 重合

45 已知 α, β 是两个不同的平面, m, n 是两条不同的直线,则下列命题不正确的是() .

A. 若 $m//n, m\perp\alpha$, 则 $n\perp\alpha$

B. 若 $m\perp\alpha, m\perp\beta$, 则 $\alpha//\beta$

C. 若 $m\perp\alpha, m\subset\beta$, 则 $\alpha\perp\beta$

D. 若 $m//\alpha, \alpha\cap\beta=n$, 则 $m//n$

46 已知函数 $f(x) = \sin^2 \frac{\omega x}{2} + \frac{1}{2} \sin \omega x - \frac{1}{2} (\omega > 0)$, $x \in \mathbf{R}$. 若 $f(x)$ 在区间 $(\pi, 2\pi)$ 内没有零点, 则 ω 的取值范围是() .

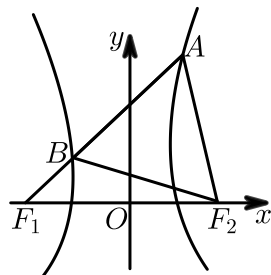
A. $(0, \frac{1}{8}]$

B. $(0, \frac{1}{4}] \cup [\frac{5}{8}, 1)$

C. $(0, \frac{5}{8}]$

D. $(0, \frac{1}{8}] \cup [\frac{1}{4}, \frac{5}{8})$

47 如图, F_1, F_2 分别是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, 过 $F_1(-\sqrt{7}, 0)$ 的直线 l 与双曲线分别交于点 A, B , 若 $\triangle ABF_2$ 为等边三角形, 则双曲线的方程为() .



A. $\frac{5x^2}{7} - \frac{5y^2}{28} = 1$

B. $\frac{x^2}{6} - y^2 = 1$

C. $x^2 - \frac{y^2}{6} = 1$

D. $\frac{5x^2}{28} - \frac{5y^2}{7} = 1$

48 已知函数 $f(x) = x^2 - x - a - 2$ 有零点 x_1, x_2 , 函数 $g(x) = x^2 - (a+1)x - 2$ 有零点 x_3, x_4 , 且 $x_3 < x_1 < x_4 < x_2$, 则实数 a 的取值范围是() .

A. $(-\frac{9}{4}, -2)$

B. $(-\frac{9}{4}, 0)$

C. $(-2, 0)$

D. $(1, +\infty)$