

第1讲三角形和多边形

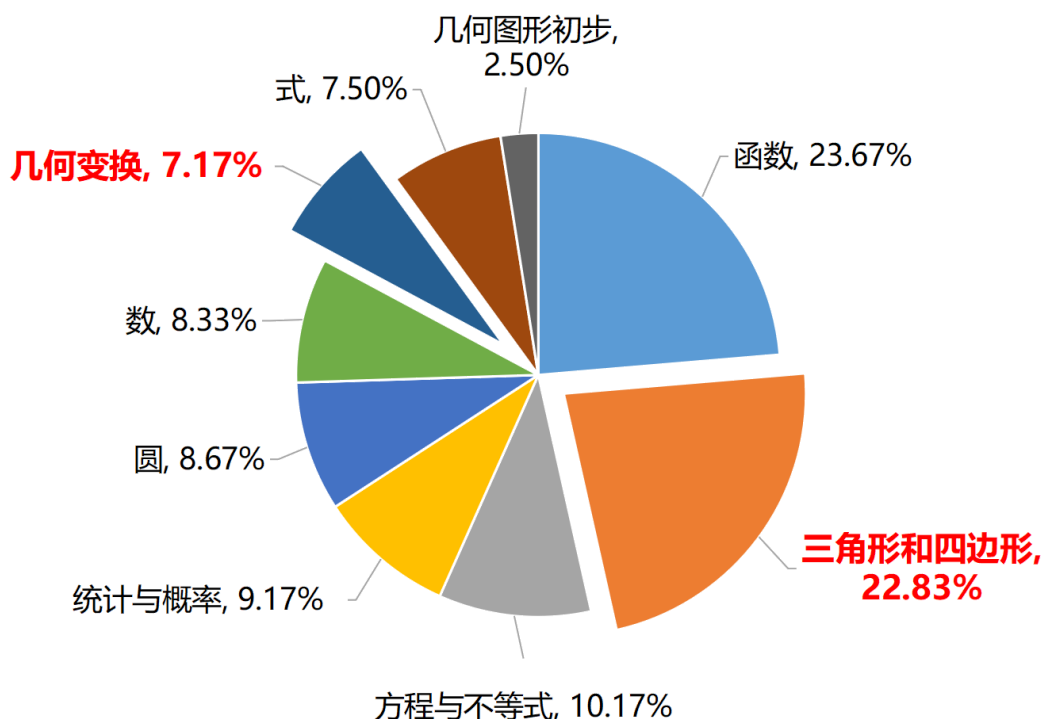
模块介绍:

《三角形基础》属于整个初中数学几何部分的基础知识，对这部分知识的巩固将有助于后面对《三角形和四边形提高》、《直角坐标系中的几何变换》等模块的学习，本模块的内容在中考中有一定占比，往往在选择或填空题中考察，在解答题中常利用全等三角形、相似三角形等知识，难度比较适中，需要学生打好基础。

本模块侧重于三角形的基本概念和基础知识，适用于一轮复习，三角形专项的查漏补缺，本模块分为三角形与多边形、特殊三角形、全等与相似基础 3 讲内容，配套练习册共 62 题，配合讲义中的习题，巩固各类题型的解题技巧，规范书写过程。

🧠 知己知彼

16-20年天津中考考点占比



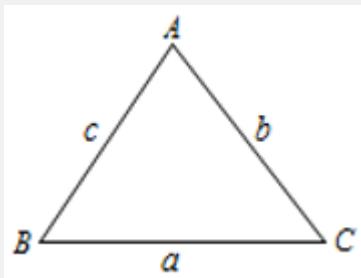
年份	分值	占比	题号
2020年	28	23%	2、8、11、17、18、 22、24
2019年	26	22%	2、8、17、18、22、 24
2018年	27	23%	2、11、17、18、22、 24
2017年	31	26%	2、11、17、18、22、 24
2016年	25	21%	2、10、17、18、22、 24

一、与三角形有关的线段



🔗 教法备注

1. 三角形的三边关系



(1) 定理：三角形两边之和大于第三边．

上述内容可以表示为： $a + b > c$ ， $b + c > a$ ， $c + a > b$ ．

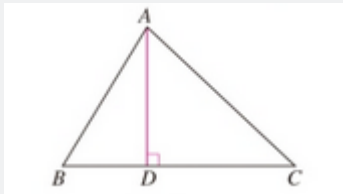
理论依据：两点之间，线段最短．

(2) 推论：三角形两边之差小于第三边．

理论依据：由 $a + b > c$ ，根据不等式的性质，得 $c - b < a$ ．

2. 高

(1) 定义：由三角形的一个顶点向它的对边所在的直线引垂线，顶点和垂足之间的线段叫做这个三角形的高线，简称三角形的高．



【注意】三角形边上的高是线段，而该边的垂线是直线．

(2) 高的叙述方法：

① AD 是 $\triangle ABC$ 的高；② $AD \perp BC$ ，垂足为 D ；③ D 点在 BC 上，且 $\angle BDA = \angle CDA = 90^\circ$ ．

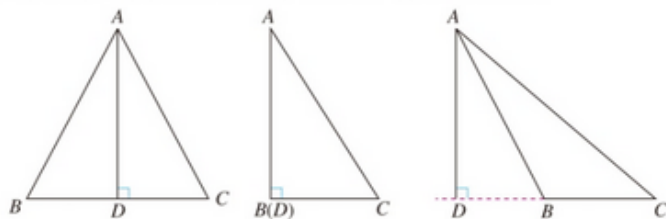
(3) 不同三角形的高线

锐角三角形、直角三角形、钝角三角形都有三条高．

锐角三角形的三条高在三角形内部，相交于一点；

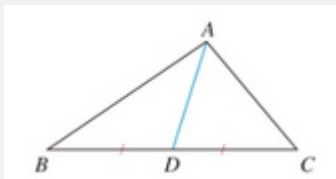
直角三角形有两条高与直角边重合，另一条高在三角形内部，它们的交点是直角顶点；

钝角三角形有两条高在三角形外部，一条高在三角形内部，三条高不相交，三条高所在直线相交于三角形外一点．



3.中线

(1) 定义：在三角形中，连接一个顶点和它的对边中点的线段，叫做三角形的中线。



三条中线都在三角形内部且交于一点，交点叫做三角形的重心。

(2) 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，则 $BD = CD$ ， $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD}$ 。

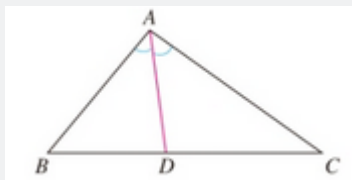
三角形的一条中线把三角形的面积平分。

【注意】

- ①三角形的三条中线是三条线段。
- ②三角形的三条中线位于三角形内部。

4.角平分线

三角形的一个内角的平分线和对边交点所形成的线段叫做三角形的角平分线。



【注意】

- ①三角形的角平分线是一条线段，而角的平分线是一条射线。
- ②三角形的角平分线位于三角形内部。

【注意】三角形三条角平分线的交点叫内心；三条中线的交点叫重心；三条高的交点叫垂心；三条垂直平分线的交点叫外心

|| 三边关系

💡 典题精练

1. 一个等腰三角形的两边长分别为2和5，则它的周长为（ ）。

- A. 9 B. 12 C. 9或12 D. 不确定

【答案】 B

【解析】 若2为腰，则3边长为2，2，5，无法构成三角形，舍；
若5为腰，则3边长为5，5，2，周长为 $2 + 5 + 5 = 12$ 。
故选B。

【标注】 【知识点】 已知两边求第三边或周长

【重点强调】

2017~2018学年天津河西区天津市新华中学初二上学期期中（第一学片）第5题3分

2. 一个三角形的三边长分别是3， $1 - 2m$ ，8，则 m 的取值范围 _____。

【答案】 $-5 < m < -2$

【解析】 由题意 $\begin{cases} 3 + 1 - 2m > 8 \\ 3 + 8 > 1 - 2m \end{cases}$ ，
解得 $-5 < m < -2$ 。

【标注】 【知识点】 求三角形第三边的取值范围

【重点强调】

2018~2019学年10月天津东丽区百华实验中学初二上学期月考第30题3分

3. 已知 a 、 b 、 c 是 $\triangle ABC$ 的三条边长，化简 $|a + b - c| + |b - a - c|$ 的结果为（ ）。

A. $2a + 2b$

B. $2a + 2b - 2c$

C. $2b - 2c$

D. $2a$

【答案】 D

【解析】 $\because a$ 、 b 、 c 为 $\triangle ABC$ 的三条边长，
 $\therefore a + b - c > 0$ ， $b - a - c < 0$ ，
 $\therefore$ 原式 $= a + b - c - (b - a - c)$
 $= a + b - c + c + a - b$
 $= 2a$ 。
故选D。

【标注】 【知识点】 三角形的三边关系

【重点强调】

 过关斩将

4. 若一个三角形的三边长分别是 $x\text{cm}$ 、 $(x+5)\text{cm}$ 、 $(13-x)\text{cm}$ ，则 x 的取值范围是_____.

【答案】 $\frac{8}{3} < x < 8$

【解析】 由三角形两边之和大于第三边得 $\begin{cases} x + x + 5 > 13 - x \\ x + 5 - 13 + x < x \end{cases}$
解得： $\frac{8}{3} < x < 8$.

【标注】【知识点】与三边关系有关的证明

【重点强调】

2017~2018学年天津和平区天津市益中学校初二上学期期中第17题3分

5. 若 a, b, c 是三角形的三边，则代数式 $(a-b)^2 - c^2$ 的值是().
- A. 正数 B. 负数 C. 等于零 D. 不能确定

【答案】 B

【解析】 $\because (a-b)^2 - c^2 = (a-b+c)(a-b-c)$ ， a, b, c 是三角形的三边，
 $\therefore a+c-b > 0$ ， $a-b-c < 0$ ，
 $\therefore (a-b)^2 - c^2$ 的值是负数.
故选B.

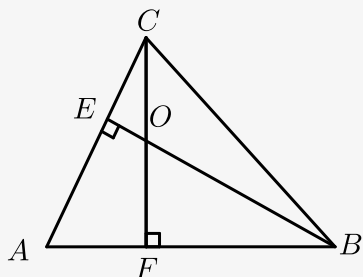
【标注】【知识点】因式分解的应用

 高中线角平分线 典题精练

6. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 50^\circ$ ，高 BE, CF 所在的直线交于点 O ，则 $\angle BOC =$ _____.

【答案】 130° 或 50°

【解析】 如图，



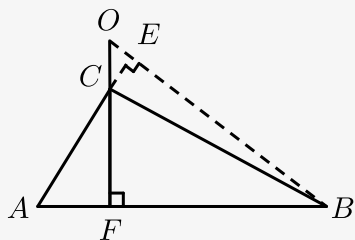
当 BE 、 CF 在 $\triangle ABC$ 内部时，

$$\therefore \angle OEA = \angle OFA = 90^\circ, \angle A = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle EOF = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 130^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 130^\circ.$$

如图，



当 BE 、 CF 在 $\triangle ABC$ 外部时，

$$\therefore \angle OEC = \angle AFC = 90^\circ, \angle ACF = \angle OCE,$$

$$\therefore \angle A = \angle BOC,$$

$$\therefore \angle A = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 50^\circ.$$

【标注】【知识点】三角形内角和的应用

【重点强调】

2018~2019学年9月天津河北区天津市汇森中学初二上学期月考第18题3分

7. 已知，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，周长为16cm， AC 边上的中线 BD 把 $\triangle ABC$ 分成周长差为2cm的两个三角形，则边 AB 的长为 _____ .

【答案】 6cm或 $\frac{14}{3}$ cm

【解析】 方法一：当 $BC - AB = 2$ 时， $BC = \frac{20}{3}$ ， $AB = \frac{14}{3}$

当 $AB - BC = 2$ 时， $BC = 4$ ， $AB = 6$.

方法二：设 AB 长为 x cm， BC 长为 y cm，

$\therefore D$ 为 AC 中点,

$$\therefore AD = DC = \frac{x}{2},$$

由题意可知, 当 $\triangle ABD$ 的周长大于 $\triangle BCD$ 的周长时, 可列二元一次方程组

$$\begin{cases} 2x + y = 16 \\ x + \frac{x}{2} - \left(\frac{x}{2} + y\right) = 2 \end{cases}$$

解得方程组的解为 $\begin{cases} x = 6 \\ y = 4 \end{cases}$;

当 $\triangle BCD$ 的周长大于 $\triangle ABC$ 的周长时, 可列二元一次方程组

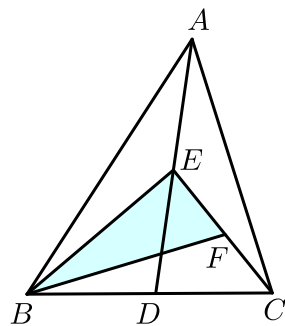
$$\begin{cases} 2x + y = 16 \\ \frac{x}{2} + y - \left(x + \frac{x}{2}\right) = 2 \end{cases}$$

解得方程组的解为 $\begin{cases} x = \frac{14}{3} \\ y = \frac{20}{3} \end{cases}$,

故 $AB = 6\text{cm}$ 或 $\frac{14}{3}\text{cm}$.

【标注】【知识点】判断三角形的高, 中线和角平分线

8. 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知点 D 、 E 、 F 分别为边 BC 、 AD 、 CE 的中点, 且 $S_{\triangle ABC} = 4\text{cm}^2$, 则 $S_{\text{阴影}}$ 等于().



A. 2cm^2

B. 1cm^2

C. $\frac{1}{2}\text{cm}^2$

D. $\frac{1}{4}\text{cm}^2$

【答案】 B

【解析】 因为 D 是 BC 的中点,

所以 $BD = DC$,

$$\text{所以 } S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = 2\text{cm}^2,$$

又因为 E 是 AD 的中点,

所以 $AE = DE$,

$$\text{所以 } S_{\triangle BED} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABD} = 1\text{cm}^2,$$

$$S_{\triangle DEC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ADC} = 1\text{cm}^2,$$

所以 $S_{\triangle BEC} = S_{\triangle BDE} + S_{\triangle DCE} = 2\text{cm}^2$,

又因为 F 是 CE 的中点,

所以 $EF = CF$,

所以 $S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2} S_{\triangle BEC} = 1\text{cm}^2$,

故选 **B**.

【标注】【知识点】与中线或等分线有关的等积变换

9. 设 O, H, I 分别是 $\triangle ABC$ 的外心、垂心、内心, 则应有 ().

A. $\angle BAI = \angle CAI$ B. $\angle OAI = \angle HAI$ C. $\angle BAI = \angle HAI$ D. $\angle OAI = \angle CAI$

【答案】 A

【解析】 由 I 是内心, 可知 I 为三边角平分线交点.

故选 **A**.

【标注】【知识点】三角形的三心

过关斩将

10. 等腰三角形一腰上的高与另一腰的夹角为 15° , 则顶角的度数为 _____.

【答案】 105° 或 75°

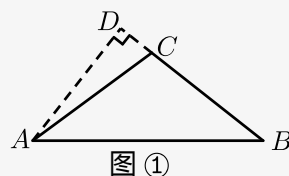
【解析】 ① 当等腰三角形的顶角是钝角时, 腰上的高在外部, 如图①,

$$\therefore \angle ACB = \angle D + \angle DAC = 90^\circ + 15^\circ = 105^\circ.$$

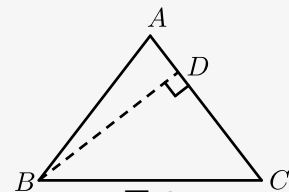
② 当等腰三角形的顶角是锐角时, 腰上的高在其内部, 如图②,

$$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle ADB - \angle ABD = 180^\circ - 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$$

综上, 顶角为 105° 或 75° .



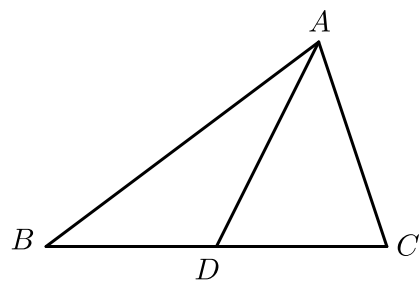
图①



图②

【标注】【知识点】腰上的高与腰的夹角问题

11. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 中线, $AB = 5$, $AC = 3$, $\triangle ABD$ 周长和 $\triangle ACD$ 周长相差 _____.



【答案】 2

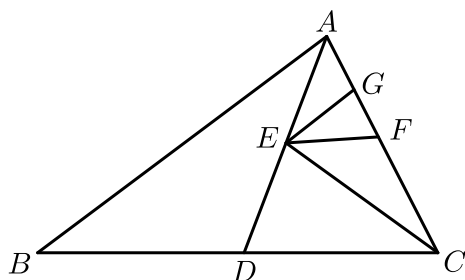
【解析】 $C_{\triangle ABD} - C_{\triangle ACD}$
 $= AB + AD + BD - AC - AD - CD$
 $= AB + BD - AC - CD,$
 又 $\because AD$ 为中线,
 $\therefore BD = CD,$
 $\therefore C_{\triangle ABD} - C_{\triangle ACD} = AB - AC$
 $= 5 - 3$
 $= 2.$

【标注】 【知识点】 三角形中线与周长差问题

【重点强调】

2019~2020学年天津河东区天津市第三十二中学初二上学期期中第14题3分

12. 如图 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 、 F 、 G 分别是 BC 、 AD 、 AC 、 AF 的中点, 且 $S_{\triangle EFG} = 2$, 则 $S_{\triangle ABD} =$ _____ .



【答案】 16

【解析】 $\because G$ 为 AF 中点,
 $\therefore AG = GF,$
 $\therefore S_{\triangle AGE} = S_{\triangle EFG},$

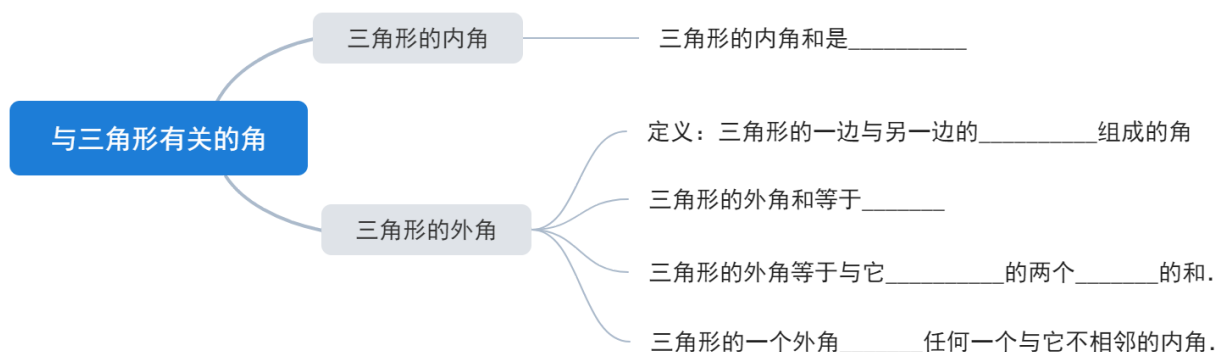
$\because F$ 为 AC 中点 ,
 $\therefore AF = FC$,
 $\therefore S_{\triangle EFC} = S_{\triangle AEF} = 2S_{\triangle EGF}$,
 $\therefore S_{\triangle AEC} = 4S_{\triangle EFG}$,
 $\because E$ 为 AD 中点 ,
 $\therefore AE = ED$,
 $\therefore S_{\triangle AEC} = S_{\triangle CDE}$,
 $\therefore S_{\triangle ADC} = 2S_{\triangle AEC} = 8S_{\triangle EFG}$,
 $\because D$ 为 BC 中点 ,
 $\therefore BD = CD$,
 $\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ADC} = 8S_{\triangle EFG}$,
 $\therefore S_{\triangle EFG} = 2$,
 $\therefore S_{\triangle ABD} = 16$.

【标注】【知识点】与中线或等分线有关的等积变换

【重点强调】

2018~2019学年9月天津和平区天津市双菱中学初二上学期月考第14题3分

二、与三角形有关的角



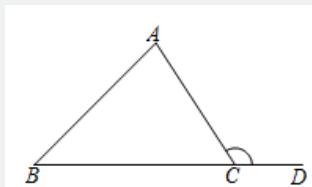
教法备注

1.三角形的内角

定理：三角形的内角和是 180° .

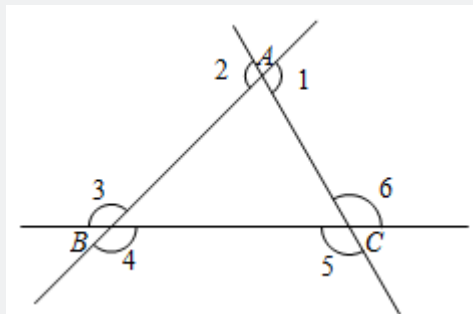
2.三角形的外角

定义：三角形的一边与另一边的延长线组成的角，叫做三角形的外角．



三角形的外角和等于 360° ．

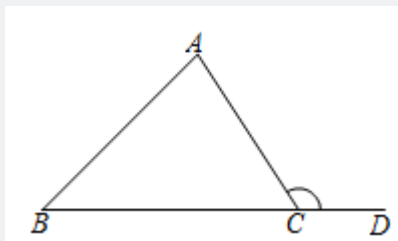
每个顶点处取一个外角，再将三个外角相加，叫三角形的外角和(并非6个外角之和)．



如图： $\angle 1 + \angle 3 + \angle 5 = 360^\circ$ ．

重要推论：

①三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和．



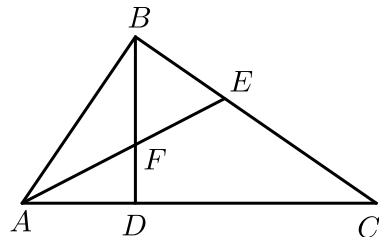
如图： $\angle ACD = \angle A + \angle B$

②三角形的一个外角大于任何一个与它不相邻的内角．

如图： $\angle ACD > \angle A$ ， $\angle ACD > \angle B$ ．

典题精练

13. 如图， DB 是 $\triangle ABC$ 的高， AE 是角平分线， $\angle BAE = 26^\circ$ ，则 $\angle BFE =$ _____．



【答案】 64°

【解析】 $\because AE$ 是角平分线， $\angle BAE = 26^\circ$ ，

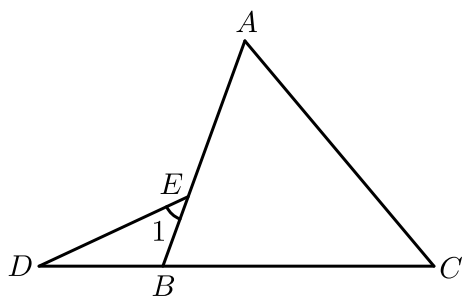
$$\begin{aligned}\therefore \angle FAD &= \angle BAE = 26^\circ, \\ \therefore DB &\text{是} \triangle ABC \text{的高}, \\ \therefore \angle AFD &= 90^\circ - \angle FAD = 90^\circ - 26^\circ = 64^\circ, \\ \therefore \angle BFE &= \angle AFD = 64^\circ.\end{aligned}$$

【标注】【知识点】三角形中的角平分线应用

【重点强调】

2019~2020学年天津河东区天津市育才中学初二上学期期中第13题4分

14. 如图，点 D, B, C 三点在同一条直线上， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle C = 50^\circ$ ， $\angle D = 25^\circ$ ，则 $\angle 1 =$ _____ 度。



【答案】 45

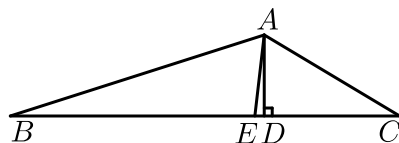
【解析】 $\because \angle ABD$ 是 $\triangle ABC$ 的外角， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle C = 50^\circ$ ，
 $\therefore \angle ABD = \angle A + \angle C = 60^\circ + 50^\circ = 110^\circ$ ，
 在 $\triangle BDE$ 中，
 $\because \angle D = 25^\circ$ ， $\angle ABD = 110^\circ$ ，
 $\therefore \angle 1 = 180^\circ - 25^\circ - 110^\circ = 45^\circ$ 。

【标注】【知识点】三角形内角和的应用

【重点强调】

2019~2020学年10月天津河西区天津市双水道中学初二上学期月考第17题3分

15. AE 是 $\triangle ABC$ 的角平分线， $AD \perp BC$ 于点 D ，若 $\angle BAC = 130^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$ ，则 $\angle DAE$ 的度数是 _____。



【答案】 5°

【解析】 $\because AE$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，

$$\therefore \angle CAE = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 130^\circ = 65^\circ,$$

$\because AD \perp BC$ 于点 D ，

$$\therefore \angle CAD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

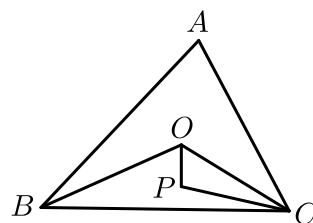
$$\therefore \angle DAE = \angle CAE - \angle CAD = 65^\circ - 60^\circ = 5^\circ.$$

【标注】 【知识点】 三角形内角和的应用

【重点强调】

2019~2020学年9月天津和平区耀华嘉诚国际中学初二上学期月考第15题3分

16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 80^\circ$ ，点 O 是 $\angle ABC$ ， $\angle ACB$ 角平分线的交点，点 P 是 $\angle BOC$ ， $\angle OCB$ 角平分线的交点，若 $\angle P = 100^\circ$ ，则 $\angle ACB$ 的度数是 _____。



【答案】 60°

【解析】 设 $\angle BCP = \angle PCO = x$ ， $\angle BOP = \angle COP = y$ ，

$$\because \angle P = 100^\circ,$$

$$\therefore x + y = 80^\circ,$$

$$\therefore 2x + 2y = 160^\circ,$$

$$\therefore \angle OBC = 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ,$$

$\because BO$ 平分 $\angle ABC$ ，

$$\therefore \angle ABC = 40^\circ,$$

$$\because \angle A = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - 40^\circ - 80^\circ = 60^\circ.$$

故答案为 60° .

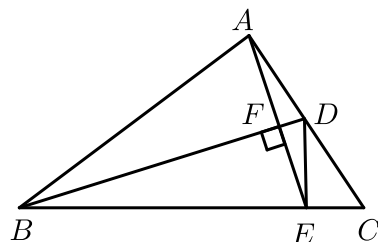
【标注】【知识点】三角形-内角角分线

【重点强调】

2018~2019学年天津南开区初一下学期期末第17题3分

过关斩将

17. 如图, BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $AE \perp BD$, 垂足为 F . 若 $\angle ABC = 35^\circ$, $\angle C = 50^\circ$, 则 $\angle CDE$ 的度数为().



A. 35°

B. 40°

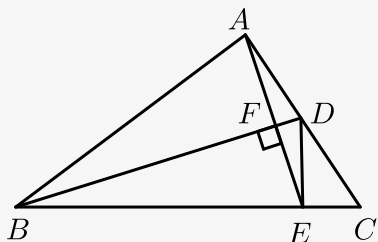
C. 45°

D. 50°

【答案】C

【解析】 $\because BD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $AE \perp BD$,
 $\therefore \angle ABD = \angle EBD = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{35^\circ}{2}$, $\angle AFB = \angle EFB = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BAF = \angle BEF = 90^\circ - 17.5^\circ$,
 $\therefore AB = BE$,
 $\therefore AF = EF$,
 $\therefore AD = ED$,
 $\therefore \angle DAF = \angle DEF$,
 $\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle ABC - \angle C = 95^\circ$,
 $\therefore \angle BED = \angle BAD = 95^\circ$,
 $\therefore \angle CDE = 95^\circ - 50^\circ = 45^\circ$.

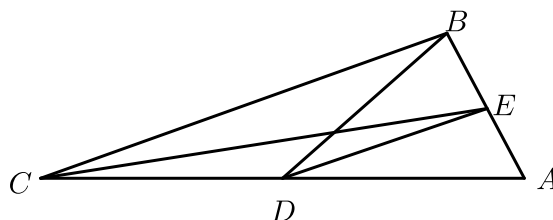
故选C.



【重点强调】

2019~2020学年天津东丽区初二上学期期末第10题3分

18. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 100^\circ$, $\angle ACB = 20^\circ$, CE 平分 $\angle ACB$ 交 AB 于 E , D 在 AC 上, 且 $\angle CBD = 20^\circ$, 则 $\angle CED$ 的度数是 _____ .



【答案】 10°

【解析】 $\because \angle ABC = 100^\circ$, $\angle CBD = 20^\circ$,

$$\therefore \angle DBA = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle PBA = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle DBA = \angle PBA,$$

$\therefore BA$ 是 $\triangle CBD$ 的外角平分线,

如图, 作 $EF \perp AC$ 于 F , $EG \perp BD$ 于 G , $EH \perp CB$ 于 H ,

$\because CE$ 平分 $\angle ACB$, $EF \perp AC$, $EH \perp CB$,

$$\therefore EF = EH,$$

同理,

$$EG = EH$$

,

$$\therefore EF = EG$$

,

又 $\because EF \perp AC$, $EG \perp BD$,

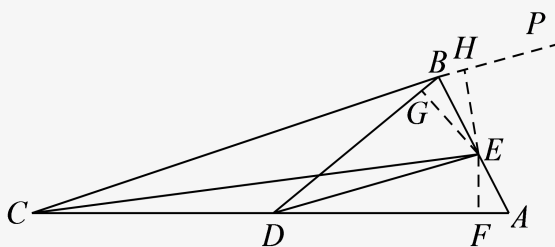
$\therefore DE$ 平分 $\angle BDA$,

$\because \angle ACB = 20^\circ$, $\angle CBD = 20^\circ$, CE 平分 $\angle ACB$,

$$\therefore \angle ADB = 40^\circ, \angle DCE = 10^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE = \frac{1}{2} \angle ADB = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle CED = \angle ADE - \angle DCE = 10^\circ.$$

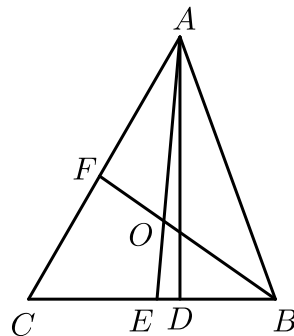


【标注】【知识点】垂直构对称

【重点强调】

2017~2018学年10月天津和平区天津市耀华中学初二上学期月考第18题5分

19. 如图， $\triangle ABC$ 中， AD 是高， AE 、 BF 是角平分线，它们相交于点 O ， $\angle CAB = 50^\circ$ ， $\angle C = 60^\circ$ ，求 $\angle DAE$ 和 $\angle BOA$ 的度数．



【答案】 $\angle DAE = 5^\circ$ ， $\angle BOA = 120^\circ$ ．

【解析】 $\because \angle CAB = 50^\circ$ ， $\angle C = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - 50^\circ - 60^\circ = 70^\circ,$$

又 $\because AD$ 是高，

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = 180^\circ - 90^\circ - \angle C = 30^\circ,$$

$\because AE$ 、 BF 是角平分线，

$$\therefore \angle CBF = \angle ABF = 35^\circ, \angle EAF = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle DAC - \angle EAF = 5^\circ,$$

$$\angle AFB = \angle C + \angle CBF = 60^\circ + 35^\circ = 95^\circ,$$

$$\therefore \angle BOA = \angle EAF + \angle AFB = 25^\circ + 95^\circ = 120^\circ,$$

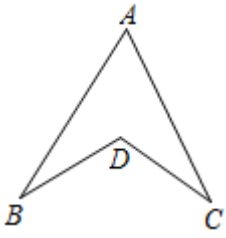
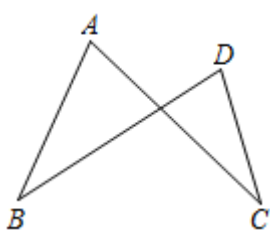
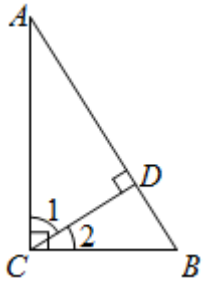
故 $\angle DAE = 5^\circ$ ， $\angle BOA = 120^\circ$ ．

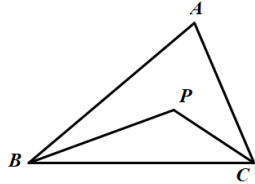
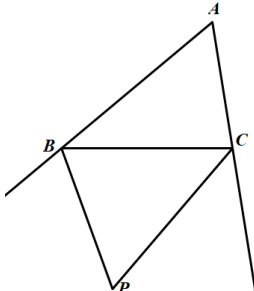
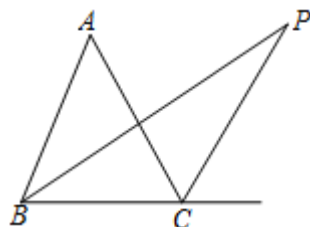
【标注】【知识点】三角形-内角角分线

【重点强调】

2018~2019学年10月天津河西区天津市培杰中学初二上学期月考第22题

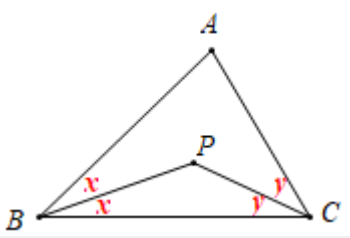
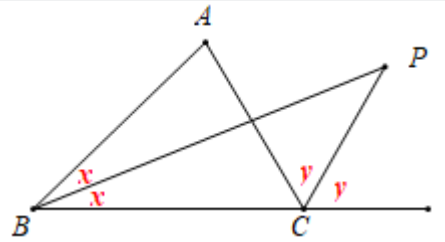
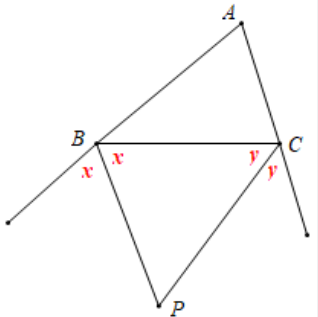
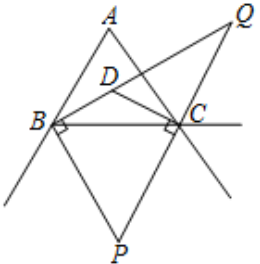
三、三角形倒角模型

飞镖模型	8字模型	双垂模型
		
$\angle D = \angle B + \angle A + \angle C$	$\angle A + \angle B = \angle C + \angle D$	$\angle 1 = \angle B \quad \angle 2 = \angle A$

内角平分线模型	外角平分线模型	一内一外平分线模型
		
$\angle P = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$	$\angle P = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$	$\angle P = \frac{1}{2}\angle A$

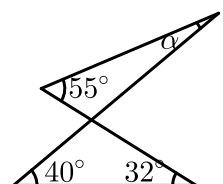
🗣️ 教法备注

【证明】

模型	推导
内角平分线 	设 $\angle ABP = \angle CBP = x$, $\angle ACP = \angle BCP = y$, 则 $\begin{cases} \angle A + 2x + 2y = 180^\circ \\ \angle P + x + y = 180^\circ \end{cases}$, $\therefore \angle P = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$
一内一外平分线 	设 $\angle CBP = x$, $\angle ACP = y$, 再结合外角的知识 , 有 $\begin{cases} 2x + \angle A = 2y \\ \angle P + x = y \end{cases}$, $\therefore \angle P = \frac{1}{2}\angle A$
外角平分线 	设 $\angle CBP = x$, $\angle BCP = y$, 再结合冰山模型 , 有 $\begin{cases} 2x + 2y = 180^\circ + \angle A \\ \angle P + x + y = 180^\circ \end{cases}$, $\therefore \angle P = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$
综合模型 	$\angle P + \angle Q = 90^\circ$ $\angle P + \angle BDC = 180^\circ$

典题精练

20. 如图 , $\angle \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$.

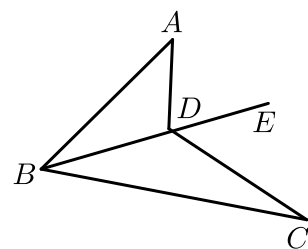


【答案】 17°

【解析】 $\because$ 三角形内角和是 180° ,
 $\therefore 40^\circ + 32^\circ = 55^\circ + \alpha$,
解得 $\alpha = 17^\circ$.

【标注】 【知识点】 计算对顶角、邻补角度数；三角形的内角和定理

21. 如图，顺次连接同一平面内 A, B, C, D 四点，已知 $\angle A = 40^\circ$, $\angle C = 20^\circ$, $\angle ADC = 120^\circ$,
若 $\angle ABC$ 的平分线 BE 经过点 D , 则 $\angle ABE$ 的度数 () .



A. 20°

B. 30°

C. 40°

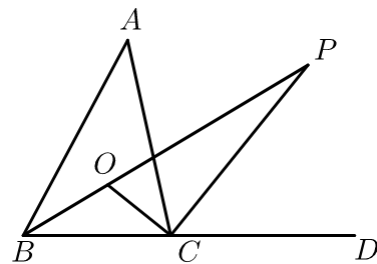
D. 60°

【答案】 B

【解析】 $\because \angle ADE = \angle ABD + \angle A$, $\angle EDC = \angle DBC + \angle C$,
 $\therefore \angle ADC = \angle ADE + \angle EDC = \angle A + \angle C + \angle ABC$,
 $\therefore 120^\circ = 40^\circ + 20^\circ + \angle ABC$,
 $\therefore \angle ABC = 60^\circ$,
 $\because BE$ 平分 $\angle ABC$,
 $\therefore \angle ABE = \frac{1}{2} \angle ABC = 30^\circ$.
故选：B

【标注】 【知识点】 三角形内角和的应用

22. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC$ 的平分线与 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ACD$ 的平分线相交于点 P , O 是 BP 上一点， CO 平分 $\angle ACB$, 以下结论正确的是 () .
① $\angle OCP = 90^\circ$; ② $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$; ③ $\angle P = \frac{1}{2} \angle A$; ④ $\angle BOC = \angle COP + 2\angle P$.



A. ①③④

B. ②③④

C. ①②③

D. ①②③④

【答案】 D

【解析】 由题意可得：

$$\angle DCP = \frac{1}{2} \angle ACD,$$

$$\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A,$$

$$\angle P = \frac{1}{2} \angle A,$$

$$\angle OCP = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle COP + \angle P = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = \angle OCP + \angle P$$

$$= \angle COP + \angle P + \angle P$$

$$= \angle COP + 2\angle P.$$

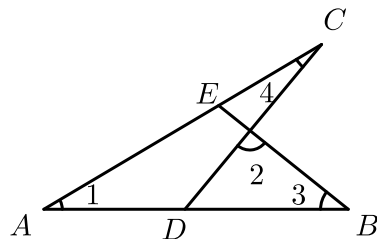
故①②③④正确.

故选D.

【标注】 【知识点】 三角形-内外角角分线

过关斩将

23. 如图, $\angle 1 = 27.5^\circ$, $\angle 2 = 95^\circ$, $\angle 3 = 38.5^\circ$, 则 $\angle 4$ 的大小为 ____ .



【答案】 19°

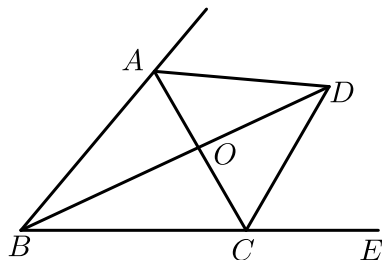
【解析】 根据飞镖模型, $\angle 2$ 的邻补角 $= \angle 1 + \angle 3 + \angle 4$,

$$\text{即 } 180^\circ - 95^\circ = 27.5^\circ + 38.5^\circ + \angle 4,$$

解得 $\angle 4 = 19^\circ$.

【标注】【知识点】燕尾形（飞镖型）

24. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 50^\circ$ ， $\angle ACB = 60^\circ$ ，点 E 在 BC 的延长线上， $\angle ABC$ 的平分线 BD 与 $\angle ACE$ 的平分线 CD 相交于点 D ，连接 AD ，下列结论中不正确的是（ ） .



- A. $\angle BAC = 70^\circ$ B. $\angle DOC = 90^\circ$ C. $\angle BDC = 35^\circ$ D. $\angle DAC = 55^\circ$

【答案】B

【解析】A 选项： $\because \angle ABC = 50^\circ$ ， $\angle ACB = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle ABC - \angle ACB = 180^\circ - 50^\circ - 60^\circ = 70^\circ ,$$

正确 .

B 选项： $\because BD$ 平分 $\angle ABC$ ，

$$\therefore \angle ABO = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ ,$$

$$\text{在} \triangle ABO \text{中}, \angle AOB = 180^\circ - \angle BAC - \angle ABO = 180^\circ - 70^\circ - 25^\circ = 85^\circ ,$$

$$\therefore \angle DOC = \angle AOB = 85^\circ ,$$

错误 .

C 选项： $\because CD$ 平分 $\angle ACE$ ，

$$\therefore \angle ACD = \frac{1}{2} \angle ACE = \frac{1}{2} (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ ,$$

$$\therefore \angle BDC = 180^\circ - \angle DOC - \angle ACD = 180^\circ - 85^\circ - 60^\circ = 35^\circ ,$$

正确 .

D 选项： $\because BD$ 、 CD 分别是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACE$ 的平分线，

$\therefore AD$ 是 $\triangle ABC$ 的外角平分线，

$$\therefore \angle DAC = \frac{1}{2} (180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ ,$$

正确 .

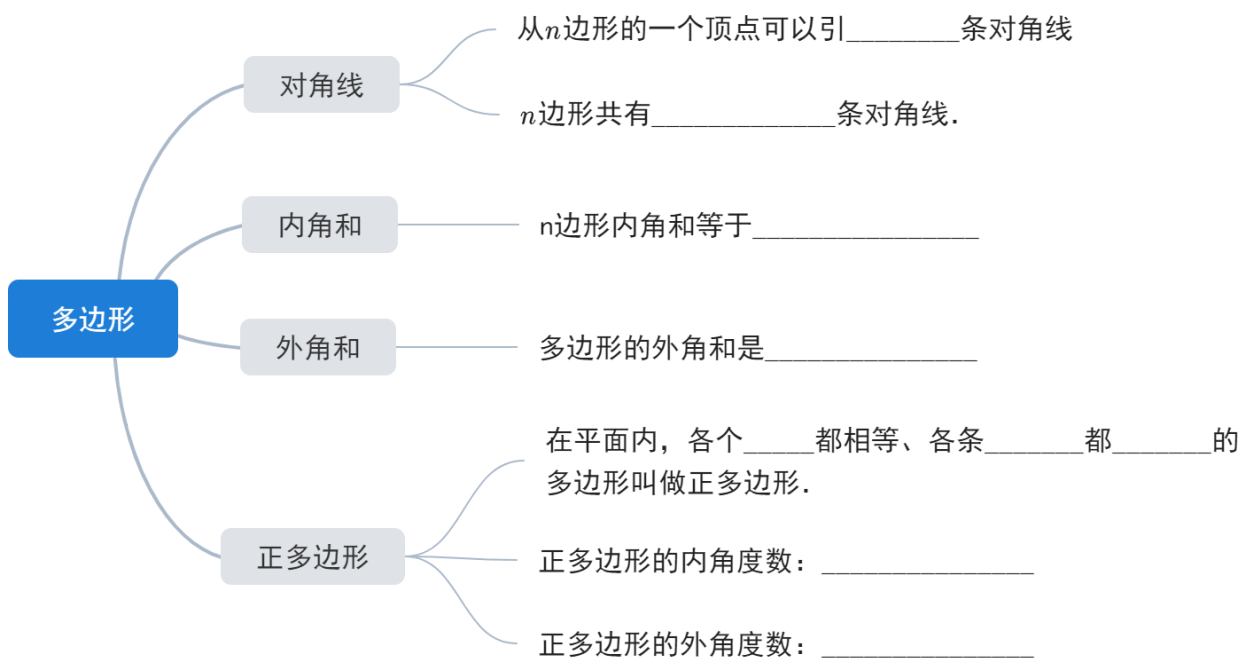
故选 B .

【标注】【知识点】三角形-内外角角分线

【重点强调】

2018~2019学年9月天津和平区天津市双菱中学初二上学期月考第4题3分

四、多边形



教法备注

1.多边形的对角线

① 从 n (n 为不小于3的整数) 边形的一个顶点可以引 $(n-3)$ 条对角线,

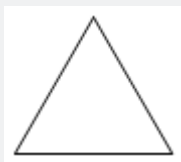
② n (n 为不小于3的整数) 边形共有 $\frac{n(n-3)}{2}$ 条对角线.

2. n 边形内角和等于 $(n-2) \times 180^\circ$.

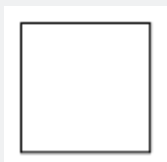
3.多边形的外角和是 360° .

4.正多边形

在平面内, 各个角都相等、各条边都相等的多边形叫做正多边形.



正三角形



正方形



正五边形



正六边形

①正多边形的内角度数: $\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$.

②正多边形的外角度数： $\frac{360^\circ}{n}$.

 典题精练

25. 一个多边形的内角和是外角和的2倍，这个多边形是（ ）.

- A. 四边形 B. 五边形 C. 六边形 D. 八边形

【答案】 C

【解析】 设所求正 n 边形边数为 n ，由题意得

$$(n-2) \cdot 180^\circ = 360^\circ \times 2,$$

解得 $n=6$.

则这个多边形是六边形 .

故选：C .

【标注】【知识点】求多边形边或对角线的数量

【重点强调】

2015~2016学年天津和平区初二上学期期中第6题3分

26. 一个凸多边形的每一个内角都等于 140° ，那么，从这个多边形的一个定点出发的对角线的条数是（ ）.

- A. 6条 B. 7条 C. 8条 D. 9条

【答案】 A

【解析】 $\because$ 多边形的每一个内角都等于 140° ，

$\therefore$ 每个外角是 $180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ ，

$\therefore$ 这个多边形的边数是 $360^\circ \div 40^\circ = 9$ ，

$\therefore$ 从这个多边形的一个顶点出发的对角线的条数是6条 .

故选A .

【标注】【知识点】求多边形边或对角线的数量

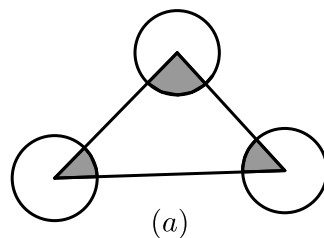
【重点强调】

2017~2018学年9月天津和平区天津市双菱中学初二上学期月考第4题3分

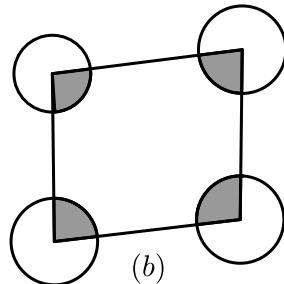
27.

如图所示，分别在三角形，四边形，五边形的广场各角修建半径为 R 的扇形草坪（图中阴影部分）。

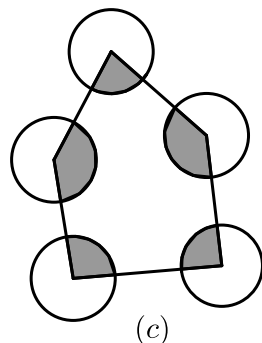
（1）图（a）所示中草坪的面积为_____。



（2）图（b）所示中草坪的面积为_____。



（3）图（c）所示中草坪的面积为_____。



（4）如果多边形的边数为 n ，其余条件不变，那么，你认为草坪的面积为_____。

【答案】（1） $\frac{\pi R^2}{2}$

（2） πR^2

（3） $\frac{3}{2}\pi R^2$

（4） $\frac{(n-2)\pi R^2}{2}$

【解析】（1）三个角的和是： 180° ，则面积是： $\frac{180\pi R^2}{360} = \frac{\pi R^2}{2}$ 。

（2）四个内角的和是： 360° ，则面积是： $\frac{360\pi R^2}{360} = \pi R^2$ 。

（3）五个内角的和是： 540° ，则面积是： $\frac{540\pi R^2}{360} = \frac{3}{2}\pi R^2$ 。

（4）多边形边数为 n ，则内角和是： $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，则面积是： $\frac{(n-2) \cdot 180\pi R^2}{360} = \frac{(n-2)\pi R^2}{2}$ 。

【标注】【知识点】求多边形的内角和

 过关斩将

28. 一个多边形从一个顶点出发有5条对角线，则此多边形的内角和的度数是（ ）。

- A. 540° B. 720° C. 900° D. 1080°

【答案】D

【解析】因为从一个顶点引出的对角线条数是边数-3，所以它是8边形，所以内角和是 1080° 。

【标注】【知识点】多边形的内角和定理

29. 已知一个正多边形的每个外角都等于 72° ，则这个正多边形的边数是 _____。

【答案】5

【解析】 $\because$ 多边形外角和为 360° ，
 $\therefore$ 正多边形的边数为 $\frac{360}{72} = 5$ 。

【标注】【知识点】正多边形边数

【重点强调】

2019~2020学年10月天津河西区天津市新华中学初二上学期月考第13题4分

30. 一个多边形截去一个角后，形成另一个多边形的内角和为 2520° ，则原多边形的边数是（ ）。

- A. 17 B. 16 C. 15 D. 16或15或17

【答案】D

【解析】一个多边形截去一个角后，多边形的边数可能增加了一条，也可能不变或者减少了一条，

根据 $(n-2) \times 180^\circ = 2520^\circ$ ，

解得 $n = 16$ 。

$\therefore$ 多边形的边数为15，16或17。

故选D。

【标注】【知识点】多边形剪去一角

【重点强调】

2019~2020学年9月天津和平区耀华嘉诚国际中学初二上学期月考第5题3分