

综合复习独当一面

1. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + kx - 3 = 0$ 有一个根为1, 则 k 的值为() .

A. -2

B. 2

C. -4

D. 4

【答案】 B

【解析】 把 $x = 1$ 代入 $1 + k - 3 = 0$, $k = 2$.

【标注】 【知识点】 由一元二次方程的解求参数的值

2. 已知抛物线 $y = x^2 + 2x + 4$ 的顶点为 P , 与 y 轴的交点为 Q , 则 PQ 的长度为() .

A. $\sqrt{2}$

B. $2\sqrt{2}$

C. $\sqrt{17}$

D. $\sqrt{34}$

【答案】 A

【解析】 $y = x^2 + 2x + 4 = (x + 1)^2 + 3$,

$\therefore P(-1, 3)$,

当 $x = 0$ 时, $y = 4$.

$\therefore Q(0, 4)$,

$\therefore PQ = \sqrt{(-1 - 0)^2 + (3 - 4)^2} = \sqrt{2}$.

【标注】 【知识点】 二次函数与坐标轴交点

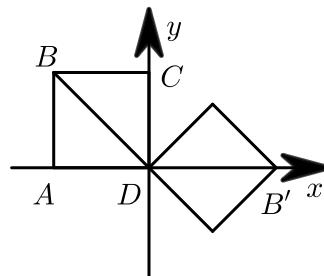
3. 将一个正方形纸片放在平面直角坐标系中, 已知 $A(-1, 0)$, $B(-1, 1)$, $C(0, 1)$, 若绕点 $D(0, 0)$ 顺时针旋转这个正方形, 旋转角为 135° , 则旋转后点 B 的坐标 B' 为() .

A. (1, 1)

B. (2, 0)

C. $(\sqrt{2}, 0)$

D. (1, -1)



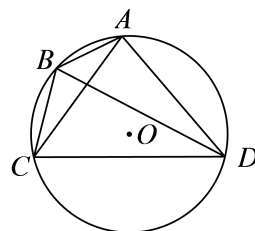
【答案】 C

【解析】 $DB = DB' = \sqrt{AD^2 + AB^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$,

$\therefore B'(\sqrt{2}, 0)$.

【标注】【知识点】旋转性质综合应用

4. 如图，四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 内接四边形，若 $\angle BAC = 30^\circ$ ， $\angle CBD = 80^\circ$ ，则 $\angle BCD$ 的度数为（ ） .



A. 50°

B. 60°

C. 70°

D. 80°

【答案】 C

【解析】 $\because \widehat{BC} = \widehat{BC}$,

$\therefore \angle BDC = \angle BAC = 30^\circ$,

$\angle BCD = 180^\circ - \angle BDC - \angle DBC$,

$= 180^\circ - 30^\circ - 80^\circ$,

$= 70^\circ$.

【标注】【知识点】圆周角定理以及应用

5. 半径相等的圆的内接正三角形、正方形、正六边形的边长之比为（ ） .

A. $1 : \sqrt{2} : \sqrt{3}$

B. $\sqrt{3} : \sqrt{2} : 1$

C. $3 : 2 : 1$

D. $1 : 2 : 3$

【答案】 B

【解析】 方法一：若设半径为 a ，正三角形边长为 $\sqrt{3}a$ ，正方形边长为 $\sqrt{2}a$ ，正六边形边长为 a ，

$\sqrt{3}a : \sqrt{2}a : a = \sqrt{3} : \sqrt{2} : 1$.

故选B .

方法二：设圆的半径是 r ，

则内接正三角形的边长是 $2r \sin 60^\circ = \sqrt{3}r$ ，

内接正方形的边长是 $2r \sin 45^\circ = \sqrt{2}r$ ，

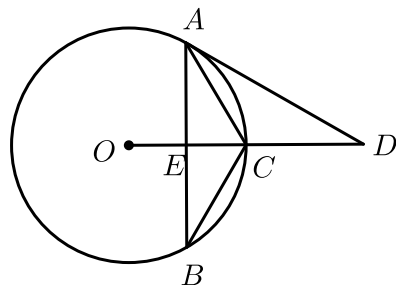
正六边形的边长是 r ，

因而半径相等的圆的内接正三角形、正方形、正六边形的边长之比为 $\sqrt{3} : \sqrt{2} : 1$.

故选B.

【标注】【知识点】圆内接正多边形相关计算

6. 如图, 在 $\odot O$ 中, 点 C 为 $\widehat{AB}$ 的中点, $\angle ACB = 120^\circ$. OC 的延长线与 AD 交于点 D , 且 $\angle D = \angle B$.

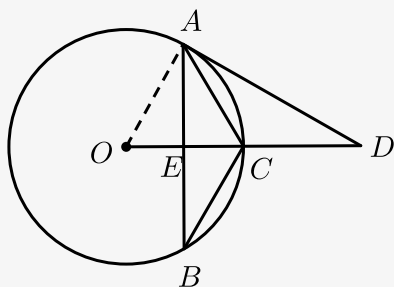


- (1) 求证: AD 与 $\odot O$ 相切.
 (2) 若 $CE = 4$, 求弦 AB 的长.

【答案】(1) 证明见解析.

(2) $8\sqrt{3}$.

【解析】(1) 如图, 连接 OA ,



$$\because \widehat{CA} = \widehat{CB},$$

$$\therefore CA = CB,$$

$$\text{又} \because \angle ACB = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle O = 2\angle B = 60^\circ,$$

$$\because \angle D = \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle OAD = 180^\circ - (\angle O + \angle D) = 90^\circ,$$

$\therefore AD$ 与 $\odot O$ 相切.

$$(2) \because \angle O = 60^\circ, OA = OC,$$

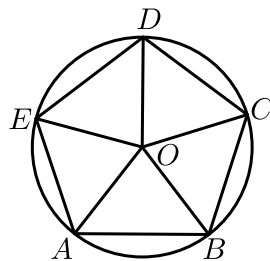
$\therefore \triangle OAC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle ACO = 60^\circ,$$

$$\begin{aligned}
 &\because \angle ACB = 120^\circ, \\
 &\therefore \angle ACB = 2\angle ACO, AC = BC, \\
 &\therefore OC \perp AB, AB = 2BE, \\
 &\because CE = 4, \angle B = 30^\circ, \\
 &\therefore BC = 2CE = 8, \\
 &\therefore BE = \sqrt{BC^2 - CE^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}, \\
 &\therefore AB = 2BE = 8\sqrt{3}, \\
 &\therefore \text{弦} AB \text{的长为} 8\sqrt{3}.
 \end{aligned}$$

【标注】【知识点】切线的判定定理

7. 如图， $\odot O$ 是正五边形 $ABCDE$ 的外接圆，则 $\angle AOB$ 的度数是（ ）。



- A. 72° B. 60° C. 54° D. 36°

【答案】A

【解析】 $\because \odot O$ 是正五边形 $ABCDE$ 的外接圆，

$$\therefore \angle AOB = 360^\circ \div 5 = 72^\circ.$$

【标注】【思想】数形结合思想

【知识点】正多边形与圆

【能力】推理论证能力

8. 有一条弧的长为 2π cm，半径为2cm，则这条弧所对的圆心角的度数是（ ）。

- A. 90° B. 120° C. 180° D. 135°

【答案】C

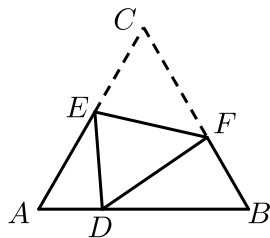
【解析】由题意得： $2\pi = \frac{n\pi \times 2}{180}$ ，

$$\text{解得} n = 180^\circ.$$

【标注】【能力】运算能力

【知识点】弧长公式

9. 如图，点 D 是等边 $\triangle ABC$ 边 AB 上的一点，且 $AD:DB=1:2$ ，现将 $\triangle ABC$ 折叠，使点 C 与 D 重合，折叠为 EF ，点 E, F 分别在 AC 和 BC 上，则 $CE:CF=(\quad)$ 。



A. 3:4

B. 4:5

C. 5:6

D. 6:7

【答案】B

【解析】设 $AD=k$ ，则 $DB=2k$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形，

$\therefore AB=AC=3k$ ， $\angle A=\angle B=\angle C=\angle EDF=60^\circ$ ，

$\therefore \angle EDA+\angle FDB=120^\circ$ ，

又 $\because \angle EDA+\angle AED=120^\circ$ ，

$\therefore \angle FDB=\angle AED$ ，

$\therefore \triangle AED \sim \triangle BDF$ ，

由折叠，得 $CE=DE$ ， $CF=DF$ ，

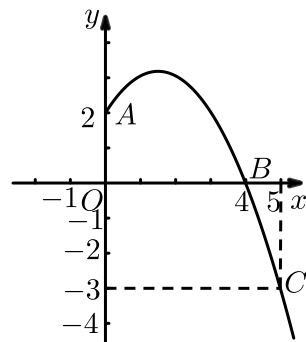
$\therefore \triangle AED$ 的周长为 $4k$ ， $\triangle BDF$ 的周长为 $5k$ ，

$\therefore \triangle AED$ 与 $\triangle BDF$ 的周长为 $4:5$ ，

$\therefore CE:CF=DE:DF=4:5$ 。

【标注】【知识点】三角形折叠

10. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+2$ 经过 A 、 B 、 C 三点，当 $x \geq 0$ 时，其图象如图所示。



- (1) 求抛物线解析式并写出抛物线的顶点坐标 .
- (2) 画出抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 当 $x < 0$ 时的图象 .
- (3) 利用抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$, 写出 x 为何值时 , $y > 0$.

【答案】 (1) $\left(\frac{3}{2}, \frac{25}{8}\right)$.

(2) 画图见解析 .

(3) $-1 < x < 4$.

【解析】 (1) 由图象得 $B(4, 0)$, $C(5, -3)$,

把 $B(4, 0)$, $C(5, -3)$ 代入 $y = ax^2 + bx + 2$ 中 ,

$$\text{得} \begin{cases} 16a + 4b + 2 = 0 \\ 25a + 5b + 2 = -3 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases}$$

所以抛物线的解析式为 , $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$,

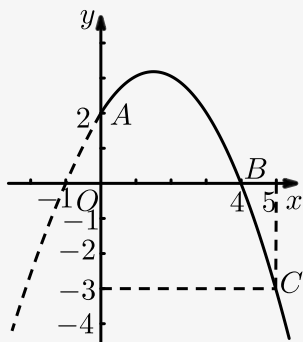
$$\therefore h = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2}, k = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{25}{8},$$

$\therefore$ 顶点坐标为 $\left(\frac{3}{2}, \frac{25}{8}\right)$.

(2) 令 $-\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2 = 0$,

解得 , $x_1 = -1$, $x_2 = 4$.

$\therefore$ 图象与 x 轴的另一个交点为 $(-1, 0)$, 并依题意画图象 .



(3) 通过观察图象 , 当 $-1 < x < 4$ 时 , $y > 0$.

【标注】【知识点】二次函数一般式

【能力】分析和解决问题能力

11. 某商品现在的售价为每件50元 , 每天可卖出200件 . 市场调查反映 : 如调整价格 , 每涨价1元 , 每天要少卖出10件 , 已知商品的进价为每件40元 . 请你帮助分析 , 当每件商品涨价多少元时 , 可使每天的销售利润最大 , 最大利润是多少 ?

设每件商品涨价 x 元 , 每天售出商品的利润为 y 元 .

(1) 根据题意，填写下表：

每件售价 (元)	50	51	52	...
$50 + x$				
每天售出商品的数量 (件)	200	190		...
每天售出商品的利润 (元)	2000	2090		...

(2) 由以上分析，用含 x 的式子表示 y ，并求出问题的解。

【答案】 (1)

每件售价 (元)	50	51	52	...	$50 + x$
每天售出商品的数量 (件)	200	190	180	...	$200 - 10x$
每天售出商品的利润 (元)	2000	2090	2160	...	$(10 + x)(200 - 10x)$

(2) $y = -10(x - 5)^2 + 2250$.

每件商品涨价5元时，每天售出商品的利润为2250元。

【解析】 (1) 由题意可得，当售价为52元时，每天售出的商品的数量为：

$$200 - (52 - 50) \times 10 = 180 ,$$

$$\text{此时的利润为：} 180 \times (52 - 40) = 2160 \text{ (元)} ,$$

当售价为 $(50 + x)$ 元时，每天售出的商品的数量为：

$$200 - (50 + x - 50) \times 10 = 200 - 10x ,$$

$$\text{此时的利润为：} (200 - 10x)(50 + x - 40) = (200 - 10x)(10 + x) \text{ (元)} ,$$

故答案为：180，2160， $200 - 10x$ ， $(200 - 10x)(10 + x)$.

每件售价 (元)	50	51	52	...	$50 + x$
每天售出商品的数量 (件)	200	190	180	...	$200 - 10x$
每天售出商品的利润 (元)	2000	2090	2160	...	$(10 + x)(200 - 10x)$

(2) $y = (200 - 10x)(10 + x) = -10x^2 + 100x + 2000$

$$= -10(x - 5)^2 + 2250 ,$$

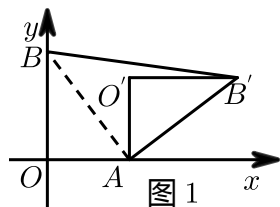
∴当 $x = 5$ 时， y 取得最大值，此时 $y = 2250$ ，

即 $y = -10x^2 + 100x + 2000$, 当每件商品涨价5元时, 可使每天的销售利润最大, 最大利润是2250元.

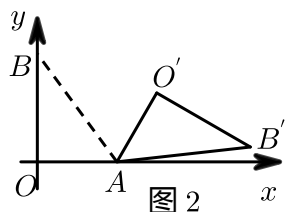
【标注】【知识点】二次函数的利润问题

12. 在平面直角坐标系中, O 为原点, 点 $A(3, 0)$, 点 $B(0, 4)$, 把 $\triangle ABO$ 绕点 A 顺时针旋转, 得 $\triangle AB'O'$, 点 B, O 旋转后的对应点为 B', O' .

(1) 如图1, 当旋转角为 90° 时, 求 BB' 的长.



(2) 如图2, 当旋转角为 120° 时, 求点 O' 的坐标.



(3) 在(2)的条件下, 边 OB 上的一点 P 旋转后的对应点为 P' , 当 $O'P + AP'$ 取得最小值时, 求点 P' 的坐标. (直接写出结果即可)

【答案】(1) $5\sqrt{2}$.

(2) $O'\left(\frac{9}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$.

(3) $P'\left(\frac{27}{5}, \frac{6\sqrt{3}}{5}\right)$.

【解析】(1) $\because A(3, 0), B(0, 4)$,

$$\therefore OA = 3, OB = 4,$$

$$\therefore AB = 5,$$

由旋转知, $BA = B'A, \angle BAB' = 90^\circ$,

$\therefore \triangle ABB'$ 是等腰直角三角形,

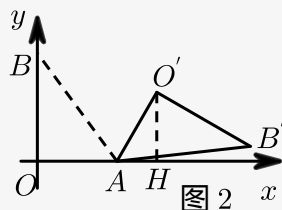
$$\therefore BB' = \sqrt{2}AB = 5\sqrt{2}.$$

(2) 如图2, 过点 O' 作 $O'H \perp x$ 轴于 H ,

由旋转知, $O'A = OA = 3, \angle OAO' = 120^\circ$,

$$\therefore \angle HAO' = 60^\circ,$$

在 $Rt\triangle AHO'$ 中, $\angle HAO' = 60^\circ$,



$$\begin{aligned}\therefore AH &= \frac{1}{2}AO' = \frac{3}{2}, O'H = \sqrt{3}AH = \frac{3\sqrt{3}}{2}, \\ \therefore OH &= OA + AH = \frac{9}{2}, \\ \therefore O' &\left(\frac{9}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right).\end{aligned}$$

(3) 由旋转知, $AP = AP'$,

$$\therefore O'P + AP' = O'P + AP,$$

如图3, 作A关于y轴的对称点, 连接 $O'C$ 交y轴于P,

$$\therefore O'P + AP = O'P + CP = O'C, \text{此时}, O'P + AP$$

的值最小,

$\because$ 点C与点A关于y轴对称,

$$\therefore C(-3, 0),$$

$$\therefore O' \left(\frac{9}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2} \right),$$

$$\therefore \text{直线 } O'C \text{ 的解析式为 } y = \frac{\sqrt{3}}{5}x + \frac{3\sqrt{3}}{5},$$

令 $x = 0$,

$$\therefore y = \frac{3\sqrt{3}}{5},$$

$$\therefore P(0, \frac{3\sqrt{3}}{5}),$$

$$\therefore O'P' = OP = \frac{3\sqrt{3}}{5},$$

作 $P'D \perp O'H$ 于 D,

$$\because \angle B'O'A = \angle BOA = 90^\circ, \angle AO'H = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DP'O' = 30^\circ,$$

$$\therefore O'D = \frac{1}{2}O'P' = \frac{3\sqrt{3}}{10}, P'D = \sqrt{3}O'D = \frac{9}{10},$$

$$\therefore DH = O'H - O'D = \frac{6\sqrt{3}}{5}, O'H + P'D = \frac{27}{5},$$

$$\therefore P' \left(\frac{27}{5}, \frac{6\sqrt{3}}{5} \right).$$

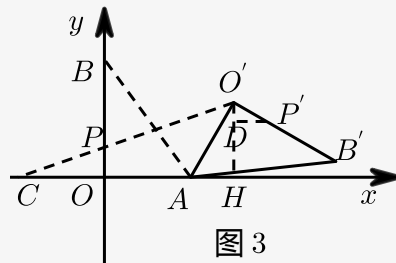


图 3

【标注】【知识点】旋转性质综合应用