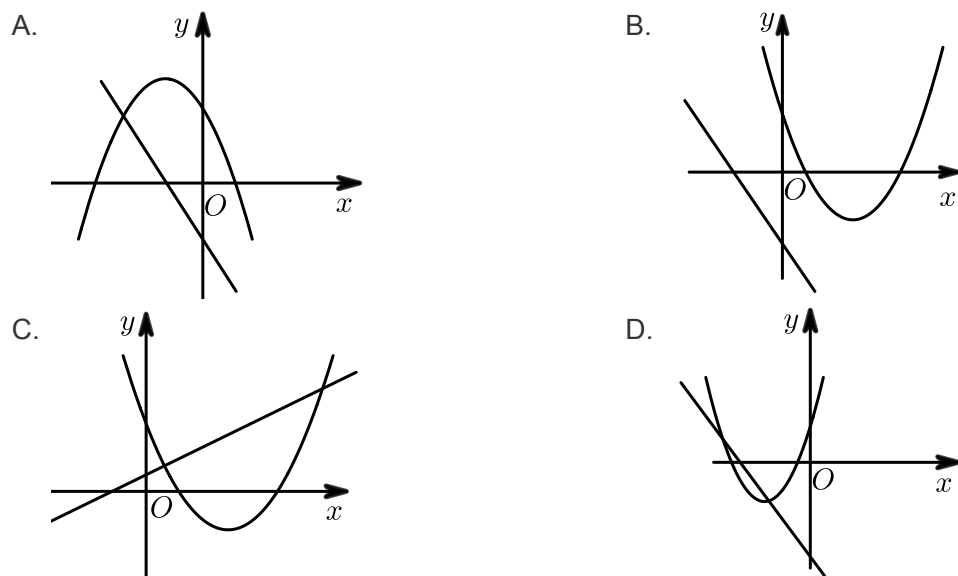


二次函数独当一面

1. 2018~2019学年重庆江津区初三上学期期末 ★★★

在同一平面直角坐标系中，一次函数 $y = ax + b$ 和二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象可能为（ ）。



【答案】A

【解析】解：A、由抛物线的性质可知， $a < 0$ ， $x = -\frac{b}{2a} < 0$ ，得 $b < 0$ ，由直线的性质可知， $a < 0$ ， $b < 0$ ，故本选项正确；
B、由抛物线的性质可知， $a > 0$ ，由直线的性质可知， $a < 0$ ，故本选项错误；
C、由抛物线的性质可知， $a > 0$ ， $x = -\frac{b}{2a} > 0$ ，得 $b < 0$ ，由直线的性质可知， $a > 0$ ， $b > 0$ ，故本选项错误；
D、由抛物线的性质可知， $a > 0$ ，由直线的性质可知， $a < 0$ ，故本选项错误。
故选：A。

【标注】【知识点】一次函数与二次函数图象的综合判断

2. 2017~2018学年10月陕西西安雁塔区西安市高新第一中学初三下学期月考第2题3分 ★★

抛物线 $y = -\frac{3}{5}\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 3$ 的顶点坐标是（ ）。

- A. $\left(\frac{1}{2}, -3\right)$ B. $\left(-\frac{1}{2}, -3\right)$ C. $\left(\frac{1}{2}, 3\right)$ D. $\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$

【答案】B

【解析】 $y = -\frac{3}{5}\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 3$ 是抛物线的顶点式，

根据顶点式的坐标特点可知，顶点坐标为 $\left(-\frac{1}{2}, -3\right)$.

【标注】【题型】顶点坐标

3. 2018~2019学年10月天津和平区天津市汇文中学初三上学期月考第18题3分 ★★★

已知抛物线 $y = x^2 + x + b^2$ 经过点 $\left(a, -\frac{1}{4}\right)$ 和 $(-a, y_1)$ ，则 y_1 的值是 _____ .

【答案】 $\frac{3}{4}$

【解析】 已知抛物线 $y = x^2 + x + b^2$ 经过点 $\left(a, -\frac{1}{4}\right)$ ，

则有 $a^2 + a + b^2 = -\frac{1}{4}$ ；

化简可得： $\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 + b^2 = 0$ ；

解得 $a = -\frac{1}{2}$ ， $b = 0$ ；

所以原函数式为： $y = x^2 + x$ ，

点 $(-a, y_1)$ 即为 $\left(\frac{1}{2}, y_1\right)$ ，

把 $x = \frac{1}{2}$ 代入 $y = x^2 + x$ 中，得 $y_1 = \frac{3}{4}$.

【标注】【知识点】点在二次函数图象上

4. 2020~2021学年3月江苏苏州高新区苏州市高新区第一初级中学学校初三下学期月考第9题3分 ★★★

已知 $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ 是抛物线 $y = ax^2 - 2ax$ 上的点，下列命题正确的是()

A. 若 $|x_1 - 1| > |x_2 - 1|$ ，则 $y_1 > y_2$

B. 若 $|x_1 - 1| > |x_2 - 1|$ ，则 $y_1 < y_2$

C. 若 $|x_1 - 1| = |x_2 - 1|$ ，则 $y_1 = y_2$

D. 若 $y_1 = y_2$ ，则 $x_1 = x_2$

【答案】 C

【解析】 解： $\because$ 抛物线 $y = ax^2 - 2ax = a(x-1)^2 - a$ ，

$\therefore$ 该抛物线的对称轴是直线 $x = 1$ ，

当 $a > 0$ 时，若 $|x_1 - 1| > |x_2 - 1|$ ，则 $y_1 > y_2$ ，故选项B错误；

当 $a < 0$ 时，若 $|x_1 - 1| > |x_2 - 1|$ ，则 $y_1 < y_2$ ，故选项A错误；

若 $|x_1 - 1| = |x_2 - 1|$ ，则 $y_1 = y_2$ ，故选项C正确；

若 $y_1 = y_2$ ，则 $|x_1 - 1| = |x_2 - 1|$ ，故选项D错误．

故选C．

【标注】【知识点】二次函数的定义

5. 2020~2021学年12月浙江杭州西湖区杭州绿城育华学校初三上学期月考第9题3分 ★★

若二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 中函数 y 与自变量 x 之间的部分对应值如下表

x	...	0	1	2	3	...
y	...	-1	2	3	2	...

点 $A(x_1, y_1)$ 点 $B(x_2, y_2)$ 在该函数图象上，当 $0 < x_1 < 1$ ， $2 < x_2 < 3$ ， y_1 与 y_2 的大小关系是 () .

- A. $y_1 < y_2$ B. $y_1 > y_2$ C. $y_1 \leq y_2$ D. $y_1 \geq y_2$

【答案】 A

【解析】 由表可知，点 $(1, 2)$ ， $(3, 2)$ 关于抛物线对称轴对称，

$\therefore x = 2$ 为抛物线对称轴，且开口向下，

$\therefore$ 离对称轴越近函数值越大，

x_1 距对称轴比 x_2 距对称轴远，

$\therefore y_1 < y_2$ ，

故选 A .

【标注】 【知识点】二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的增减性

6. 2019年黑龙江哈尔滨道里区初三中考一模第7题3分 ★★

若将抛物线 $y = x^2 + 2$ 先向右平移 2 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度，则所得到的抛物线的顶点坐标是 () .

- A. $(2, 0)$ B. $(-2, 0)$ C. $(0, 2)$ D. $(0, 4)$

【答案】 A

【解析】 将抛物线 $y = x^2 + 2$ 先向右平移 2 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度，得到

$y = (x - 2)^2 + 2 - 2$ ，整理得 $y = (x - 2)^2$ ，该抛物线的顶点坐标是 $(2, 0)$.

故选 A .

【标注】 【知识点】二次函数平移变换

【能力】运算能力

7. ★★

把函数 $y = -2(x + 3)^2 + 3$ 的图象关于直线 $x = -1$ 对称后，所得图象对应的函数解析式为 () .

- A. $y = -2(x + 1)^2 + 3$ B. $y = -2(x - 1)^2 + 3$
C. $y = 2(x + 1)^2 - 3$ D. $y = -2(x - 1)^2 - 3$

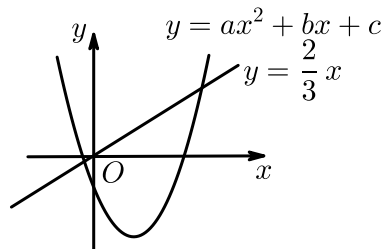
【答案】 B

【标注】【知识点】二次函数关于平行坐标轴的直线对称

8. 2018~2019学年3月广东广州黄埔区广州市二中苏元实验学校初三下学期周测第18题3分 ★★

二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 和正比例函数 $y = \frac{2}{3}x$ 的图象如图所示，则方程

$ax^2 + \left(b - \frac{2}{3}\right)x + c = 0 (a \neq 0)$ 的两根之和 () .



- A. 大于0 B. 等于0 C. 小于0 D. 不能确定

【答案】A

【解析】解法一：

由函数图象可知，方程 $ax^2 + \left(b - \frac{2}{3}\right)x + c = 0 (a \neq 0)$ 的两根为函数

$y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 和函数 $y = \frac{2}{3}x$ 的交点横坐标，

易得，两根之和大于0 .

解法二：

设 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两根为 x_1, x_2 .

$\because$ 由二次函数的图象可知 $x_1 + x_2 > 0, a > 0$,

$\therefore -\frac{b}{a} > 0$.

设方程 $ax^2 + \left(b - \frac{2}{3}\right)x + c = 0 (a \neq 0)$ 的两根为 x_3, x_4 ,

则 $x_3 + x_4 = \frac{-b - \frac{2}{3}}{a} = -\frac{b}{a} + \frac{2}{3a}$,

$\because a > 0$,

$\therefore \frac{2}{3a} > 0$,

$\therefore x_3 + x_4 > 0$.

【标注】【知识点】二次函数与一元二次方程的关系

9. 2019年浙江宁波海曙区初三中考一模第17题4分 ★★★

已知自变量为 x 的二次函数 $y = (ax + b)\left(x + \frac{3}{b}\right)$ 经过 $(m, 3)$, $(m + 4, 3)$ 两点，若方程

$(ax + b)\left(x + \frac{3}{b}\right) = 0$ 的一个根为 $x = 5$, 则其另一个根为 _____ .

【答案】 $x = -1$ 或 $x = -9$

【解析】 对于二次函数 $y = (ax + b) \left(x + \frac{3}{b} \right)$, $x = 0$ 时, $y = 3$,

$\therefore m = 0$ 或 $m + 4 = 0$,

①当 $m = 0$ 时, 对称轴为 $x = 2$, $\therefore$ 另一个根为 $x = -1$,

②当 $m = -4$ 时, 对称轴为 $x = -2$, $\therefore$ 另一个根为 $x = -9$.

【标注】 【知识点】二次函数与一元二次方程的关系

10. 2019年四川成都高新区初三中考一模 (AB卷) 第26题8分 ★★★

某商店购进一批单价为 8 元的商品, 如果按每件 10 元出售, 那么每天可销售 100 件, 经调查发现, 这种商品的销售单价每提高 1 元, 其销售量相应减少 10 件.

(1) 求销售量 y 件与销售单价 x ($x > 10$) 元之间的关系式.

(2) 当销售单价 x 定为多少, 才能使每天所获销售利润最大? 最大利润是多少?

【答案】 (1) $y = -10x + 200$.

(2) 当 $x = 14$ 元时, 利润最大, 最大值为 360 元.

【解析】 (1) 依题意可得, $y = 100 - 10(x - 10) = -10x + 200$.

(2) 设销售利润为 w , 依题意可得,

$$w = [100 - 10(x - 10)] \cdot (x - 8)$$

$$= -10x^2 + 280x - 1600.$$

$$= -10(x - 14)^2 + 360,$$

当 $x = 14$ 元时, 利润最大, 最大值为 360 元.

【标注】 【知识点】二次函数的利润问题